Предисловие

Настоящее пособие содержит материалы к практическим занятиям и к рубежному и итоговому контролю знаний студентов по дисциплине «Радиотехнические цепи и сигналы» (РТЦ и С).

Часть I пособия включает в себя задачи по шести разделам рабочей программы, охватывающим всю дисциплину РТЦ и С.

С целью облегчения поиска студентами плана решения задач была проведена их классификация. Классификационные символы, располагающиеся вслед за номером задачи, имеют следующий смысл:

Р - приведено решение задачи;

УО - приведены указания к решению задачи и ответ на нее;

У - приведены только указания к решению задачи (применительно к задачам на доказательство, когда результат формулируется в условиях задачи);

О - приведен только ответ на задачу.

Задачи класса **Р** предназначены для закрепления знаний по теоретическому материалу дисциплины РТЦ и С при самостоятельной работе студентов (СРС), а также для освоения методики решения задач на практических занятиях.

Задачи классов УО, У и О предназначены для контроля знаний студентов на этапах рубежного и итогового контроля.

В частях II, III и IV пособия приведены соответственно примеры решения задач, указания к решению задач и ответы к ним. Материалы этих частей, также как и материал части I, разбиты по шести разделам.

Часть V содержит разбитые по шести разделам вопросы по теоретическому материалу дисциплины РТЦ и C, предназначенные для рубежного и итогового контроля знаний студентов, а также наряду с задачами класса P для закрепления знаний по теоретическому материалу дисциплины при CPC в процессе их обучения.

Рубежный контроль по дисциплине РТЦ и С осуществляется в два этапа. При этом материал дисциплины разбивается на два блока. Блок 1 охватывает материалы, касающиеся радиотехнических сигналов, и включает в себя материалы разделов 1 - 3, а блок 2 - радиотехнических цепей и прохождения через них радиотехнических сигналов и включает в себя материалы разделов 4 - 6.

Рубежный и итоговый контроль проводится с использованием билетов, включающих в себя по три вопроса и одной задаче, при рубежном контроле - по материалам блока, а при итоговом контроле - по всему материалу дисциплины.

Результаты рубежного и итогового контроля оцениваются по пятибальной системе. При этом за ответ на вопрос начисляется от 0 до 1 балла, а за решение задачи - от 0 до 2 баллов. Оценка определяется путем округления набранной студентом суммы баллов.

Результаты рубежного контроля учитываются при проведении итогового контроля (экзамена).

При СРС в процессе обучения и подготовки к рубежному и итоговому контролю следует использовать рекомендуемую в настоящем пособии литературу.

I. Задачи

Раздел 1. Классификация сигналов и методы анализа аналоговых сигналов



1.1. (Р). Сигнал s(t) приведен на рис.1.1. Записать математическую модель данного сигнала, применив функцию Хевисайда. Обратить внимание на то, что вид функций Хевисайда должен отвечать наличию скачков сигнала при t = -20, 20 и 30 мкс.

1.2. (О) Вычислить энергию, норму и эффективное значение сигнала s(t), представляющего собой импульс напряжения треугольной формы с высотой V и длительностью τ_u (рис.1.2).

Рис.1.2

1.3. (Р). Вычислить энергию существующего на отрезке времени τ_u радиоимпульса с прямоугольной огибающей, описываемого функцией $s(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0), 0 \le t \le \tau_u$.

При этом положить, что длительность импульса τ_u удовлетворяет условию $\tau_u >> T$, где $T = 2\pi/\omega_0$ - период высокочастотного заполнения радиоимпульса.



1.4. (**O**) Сигнал u(t) представляет собой отрезок синусоиды, обращающейся в ноль на концах интервала [**0**, *T*] (рис. 1.3). Высота импульса равна U_0 . Выбрать амплитуду *A* прямоугольного импульса v(t) той же длительности, чтобы обеспечить минимальное расстояние между этими сигналами, то есть наилучшую аппроксимацию сигнала u(t) более простым сигналом v(t).

1.5. (Р). Определить спектральную плотность $S(\omega)$, соответствующую сигналу $s(t) = A \ t \ exp(-\alpha \ t) \ \sigma(t)$.

1.6. (УО) Четный сигнал $q_1(t)$ и нечетный сигнал $q_2(t)$ связаны с исходным сигналом s(t) соотношениями:

$$q_1(t) = s(t) + s(-t),$$
 $q_2(t) = s(t) - s(-t).$

Найти связь спектральных плотностей $Q_1(\omega)$ и $Q_2(\omega)$ сигналов $q_1(t)$ и $q_2(t)$ со спектральной плотностью $S(\omega)$ сигнала s(t).

1.7. (**P**). Определить спектральную плотность «пачки», состоящей из *n* одинаковых импульсов, отстоящих друг от друга на временной интервал *T*, полагая, что спектральная плотность одиночного импульса $S_0(\omega)$ известна.

1.8. (УО) Найти изображение по Лапласу U(p) для прямоугольного импульса u(t) с амплитудой U_0 и длительностью τ_u , который начинается в момент времени $t_0 = 0$. По изображению U(p) найти спектральную плотность $S_0(\omega)$ импульса.



1.9. (Р). В области физических частот $\omega > 0$ спектральные плотности $S_u(\omega)$ и $S_v(\omega)$, которые отвечают сигналам u(t) и v(t), представлены графически на рис. 1.4. Вычислить скалярное произведение (u, v) данных сигналов.

1.10. (**УО**) Вычислить энергию E_u сигнала, энергетический спектр которого в области положительных частот представлен на рис. 1.5.

1.11. (Р). Найти взаимный энергетический спектр $W_{uv}(\omega)$ прямоугольных импульсов u(t) и v(t) одинаковой длительности T с амплитудами U_1 и U_2 .

1.12. (**УО**) Найти скалярное произведение смещенных во времени экспоненциальных импульсов напряжения и угол между ними. Импульсы записываются:

$$u_1(t) = 5 \exp((-10^5 t) \sigma(t), B;$$

$$u_2(t) = 5 \exp[(-10^5 (t - 2 \ 10^{-6}))] \sigma(t - 2 \ 10^{-6}), B;$$

1.13. (**P**). Найти функцию автокорреляции экспоненциального видеоимпульса $s(t) = A \ exp(-\alpha t) \sigma(t)$.

1.14. (УО) Найти эффективную ширину Δf спектра экспоненциального видеоимпульса $u(t) = U_0 \exp((-\alpha t) \sigma(t))$, определив ее как полосу частот, в пределах которой сосредоточено 90% энергии сигнала.

Раздел 2. Дискретные сигналы и методы их анализа



2.1. (Р). Ряд Котельникова, полученный в результате дискретизации сигнала s(t), содержит три ненулевых слагаемых (рис. 2.1). Вычислить энергию E_s данного сигнала. **2.2.** (О) Сигнал звукового сопровождения в телевизионном канале ограничен верхней частотой $f_{e} = 12$ кГц. Определить интервал t_{0} между отсчетами этого сигнала, необходимый для неискаженного воспроизведения сигнала при передаче его дискретным способом.

2.3. (Р). Аналоговый сигнал x(t) имеет вид прямоугольного видеоимпульса с амплитудой U_0 и длительностью $\tau_u = 2$ мс. Данному сигналу сопоставлен полученный в результате его дискретизации дискретный сигнал $x_d(t)$ с амплитудно-импульсной модуляцией (АИМ), состоящей из 10-ти равноотстоящих видеоимпульсов длительностью $\tau_u = 5$ мкс. Найти спектральную плотность данного дискретного сигнала.

2.4. (О) Аналого-цифровой преобразователь (АЦП) на входе цифрового фильтра (ЦФ) осуществляет преобразование аналогового сигнала, максимальное значение которого $U_m = 5$ В, в восьмиразрядные двоичные числа. Вычислить дисперсию шума квантования на выходе АЦП.

2.5. (Р). Дискретный сигнал на интервале своей периодичности T задан шестью равноотстоящими отсчетами $\{x_k\} = (1, 1, 1, 0, 0, 0)$. Найти коэффициенты дискретного преобразования Фурье (ДПФ) этого сигнала.

2.6. (О) Дискретный сигнал на интервале своей периодичности T задан четырьмя равноотстоящими отсчетами $\{x_k\} = (1, 0, -1, 0)$. Найти коэффициенты дискретного преобразования Фурье (ДПФ) данного сигнала.

2.7. (Р). Найти формулу, описывающую аналоговый сигнал x(t), восстановленный по коэффициентам дискретного преобразования Фурье (ДПФ) из дискретного сигнала, заданного четырьмя равноотстоящими отсчетами $\{x_k\} = (1, 0, -1, 0)$.

2.8. (О) Дискретному периодическому сигналу $\{x_k\}$ соответствуют следующие коэффициенты дискретного преобразования Фурье (ДПФ): $c_0 = 0,5$; $c_1 = 0,5$; $c_2 0$; $c_3 = 0,5$. Коэффициенты с более высокими номерами равны нулю. Определить отсчетные значения сигнала $\{x_k\}$ и восстановить исходный аналоговый сигнал x(t), в результате дискретизации которого получен рассматриваемый дискретный сигнал.

2.9. (Р). Доказать, что если все N отсчетов дискретного сигнала, заданные на интервале периодичности, равны между собой, то все коэффициенты дискретного преобразования Фурье (ДПФ) такого сигнала, за исключением c_0 , равны нулю.

2.10. (О) Дискретный сигнал $\{x_k\}$ задан своими четырьмя отсчетными значениями: $\{x_k\} = (1, -1, 2, -2)$. Найти *z* - преобразование этого сигнала X(z).

2.11. (**P**). Вычислить z - преобразование, отвечающее аналоговому сигналу x(t) = at, t > 0, где a - постоянная величина.

2.12. (УО) Z - преобразование дискретного сигнала $\{x_k\}$ имеет вид: X(z) = (z + 1)/z). Найти отсчетные значения x_k этого сигнала.

2.13. (**P**). **Z** - преобразование дискретного сигнала $\{x_k\}$ имеет вид: $X(z) = (z^2 + 2z + 1)/z^2$. Найти отсчетные значения x_k этого сигнала.

2.14. (УО) Вычислить автокорреляционную функцию $\hat{K}_s(n)$ дискретного сигнала $\{s_i\} = (1, 1, 1, -1, 1).$

2.15 (Р). Вычислить автокорреляционную функцию $\hat{\vec{K}}_s(n)$ дискретного сигнала $\{s_i\} = (1, 1, 1, -1, -1, 1).$

2.16. (УО) Вычислить значения функции взаимной корреляции $\hat{K}_{uv}(n)$ для трехпозиционных дискретных сигналов $\{u_i\} = (1, 1, -1)$ и $\{v_i\} = (-1, 1, 1)$.

Раздел 3. Узкополосные сигналы. Виды модуляции сигналов

3.1. (**P**). Найти комплексную огибающую $\tilde{U}_{s}(t)$, а также синфазную $A_{s}(t)$ и квадратурную $B_{s}(t)$ амплитуды однотонального амплитудно-модулированного (AM) сигнала $s(t) = U_{m} (1 + M \cos \Omega t) \cos (\omega t + \pi/4)$.

3.2. (О) Узкополосный сигнал имеет вид:

 $s(t) = 10 \cos \Omega t \cos \omega_0 t + [30 \sin \Omega t + 5 \sin (2\Omega t + \pi/4)] \sin \omega_0 t.$ Найти выражение для комплексной огибающей данного сигнала.

3.3. (Р). Найти физическую огибающую $U_s(t)$, соответствующую идеальному низкочастотному сигналу s(t), спектральная плотность которого на интервале частот - $\omega_s \leq \omega \leq \omega_s$ равна S_0 , а на других частотах обращается в нуль.

3.4. (УО) Сигнал с однотональной угловой модуляцией описывается зависимостью $s(t) = U_m \cos(\omega t + m \sin \Omega t)$.

Опорная частота сигнала равна несущей частоте ω . Получить выражения для комплексной огибающей $\tilde{U}_s(t)$, синфазной $A_s(t)$ и квадратурной $B_s(t)$ амплитуд сигнала.

3.5. (Р). Сигнал s(t) при $\omega > 0$ имеет спектральную плотность $S_0 = S_0 e^{-b\omega}$. Найти соответствующий ему аналитический сигнал $z_s(t)$.

3.6. (У) Доказать, что двукратное применение преобразования Гильберта к сигналу s(t) равносильно перемене знака сигнала, то есть $\hat{s}(t) = -s(t)$.

3.7. (Р). Амплитудно-модулированный (АМ) сигнал описывается выражением $u_{AM}(t) = 130 [1 + 0.25 \cos (10^3 t + 30^\circ) + 0.75 \cos (3 \cdot 10^3 t + 45^\circ)] \cos (10^3 t + 30^\circ)$, В. Определить амплитудный и фазовый спектры этого сигнала, вычислив амплитуды и фазы его спектральных составляющих.



3.8. (**O**) Спектральная диаграмма амплитудно-модулированного (AM) сигнала изображена на рис. 3.1. Определить парциальные коэффициенты модуляции M_1 и M_2 при модуляции этого сигнала сигналами с частотами F_1 и F_2 . **3.9.** (Р). Амплитудно-модулированный (АМ) ток $i_{AM}(t) = 200$ (1 + 0,8 соз 4·10³ t) соз 6·10⁶t, А протекает через резистор R = 75 Ом. Определить отношение максимальной (пиковой) мощности, выделяемой в резисторе, к средней мощности (так называемый «пик - фактор») P_{max} / P_{cp} .

3.10. (УО) Однотональный амплитудно-модулированный (АМ) сигнал имеет коэффициент модуляции M < 1. Получить формулу для расчета коэффициента модуляции по измерениям его максимальной и минимальной амплитуд U_{max} и U_{min} .

3.11. (**P**). Источник амплитудно-модулированного (AM) сигнала создает на резистивной нагрузке $R_{\rm H} = 2$ кОм напряжение

 $u_{AM}(t) = 75 (1 + 0.4 \cos 10^3 t) \cos 6.10^6 t$, B.

Вычислить максимальное *P_{max}* и минимальное *P_{min}* значения активной мощности источника, усредненной за период несущего колебания.

3.12. (О) Радиопередающее устройство с амплитудной модуляцией (АМ) в режиме «молчания», то есть при отсутствии модулирующего сигнала, излучает мощность $P_0 = 4$ кВт. Найти пиковое значение излучаемой мощности P_{max} однотонального АМ-сигнала и «пик-фактор», определяемый как отношение P_{max} к средней мощности P_{cp} сигнала при коэффициенте модуляции M = 0.8.

3.13. (**P**). Оценить эффективную ширину полосы частот в герцах $\Delta f_{s\phi}$, занимаемую в эфире телеграфным (амплитудно-манипулированным (АМн)) сигналом, передаваемым со скоростью V = 300 знаков/мин. Сигнал с прямоугольной огибающей является последовательностью точек кода Морзе с длительностью паузы τ_n , равной длительности радиоимпульса τ_u .

3.14. (УО) Получить спектральное представление сигнала с угловой модуляцией $u(t) = 8 \cos (10^6 t + 0.06 \sin 10^4 t)$, В.

3.15. (Р). Фазо-модулированный (ФМ) сигнал имеет несущую частоту $f_0 = 80$ МГц и частоту модуляции F = 15 кГц. Индекс модуляции равен m = 12. Найти максимальную f_{max} и минимальную f_{min} частоты сигнала.

3.16. (УО) Радиосигнал с фазовой модуляцией (ФМ) имеет индекс модуляции m = 16. Оценить число боковых составляющих спектра N в пределах практической ширины спектра сигнала Π_{npakm} .

3.17. (Р). Частотно-модулированный (ЧМ) сигнал имеет амплитуду $U_0 = 2,7$ В и мгновенную частоту, изменяющуюся по закону

$$\omega(t) = 10^9 (1 + 10^{-4} \cos 2 \cdot 10^3 t), c^{-1}$$

Записать выражение для ЧМ-сигнала и определить индекс модуляции *m*.

3.18. (О) Найти максимальное ω_{max} и минимальное ω_{min} значения мгновенной частоты $\omega(t)$ частотно-модулированного (ЧМ) сигнала

 $u(t) = U_0 \cos (3 \cdot 10^9 t + 2 \sin 10^7 t + \pi/6).$

3.19. (Р). Однотональный частотно-модулированный (ЧМ) сигнал имеет несущую частоту $f_0 = 50$ МГц и частоту модуляции F = 7 кГц. Вычислить, в каких пределах (f_{min}, f_{max}) должна изменяться мгновенная частота f(t) этого сигнала для того, чтобы индекс модуляции m был равен 40.

3.20. (**O**) Сигнал с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ) состоит из радиоимпульсов с прямоугольной огибающей длительностью $\tau_u = 15$ мкс. Девиация частоты за время импульса равна $\Delta f = 25$ МГц. Определить базу *B* данного сигнала и скорость нарастания частоты μ .

Раздел 4. Воздействие детерминированных сигналов на линейные стационарные цепи



Рис. 4.1



Рис. 4.2

4.1. (**P**). Усилитель, собранный по схеме, представленной на рис. 4.1, имеет параметры: сопротивление нагрузки $R_{\mu} = 1,6$ кОм, дифференциальная крутизна проходной характеристики транзистора $i_{\kappa}(u_{5})$ в рабочей точке S = 20 мА/В, паразитная емкость $C_n = 30$ пФ, выходное сопротивление транзистора $R_i = 15$ кОм. Определить коэффициент усиления на нулевой частоте K_0 и граничную частоту f_{cp} амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) усилителя.

4.2. (**O**) Усилитель, собранный по схеме, представленной на рис. 4.2, имеет параметры: резонансная частота контура $f_{pes} = 28$ МГц, добротность Q = 95, характеристическое сопротивление $\rho = L/C = 430$ Ом, коэффициент включения контура $k_{g\kappa\pi} = L_1/(L_1 + L_2) = 0.6$, дифференциальная крутизна проходной характеристики транзистора $i_{\kappa}(u_{63})$ в рабочей точке S = 20 мА/В, выходное сопротивление ние транзистора $R_i = 15$ кОм.

Определить коэффициент усиления на резонансной частоте K_{pes} и полосу пропускания усилителя в герцах $\Pi_{(\Gamma_{II})}$.

4.3. (Р). Амплитудно-модулированный (АМ) сигнал с параметрами: коэффициентом модуляции M = 0.8, частотой несущей $\omega_0 = 5 \cdot 10^6 \text{ c}^{-1}$ и частотой модуляции $\Omega = 3 \cdot 10^4 \text{ c}^{-1}$ проходит через усилитель, настроенный на частоту $\omega_{pes} = \omega_0$. Определить коэффициент модуляции сигнала на выходе усилителя $M_{\text{вых}}$ и величину задержки t_{aad} огибающей выходного сигнала.

4.4. (УО) Прямоугольный радиоимпульс длительностью $\tau_u = 20$ мкс, имеющий частоту заполнения $f_0 = 10$ МГц, подается на вход однокаскадного резонансного усилителя, настроенного на частоту $f_{pes} = f_0$. Эквивалентная добротность колебательного контура (с учетом его шунтирования транзистором) $Q_3 = 40$. Оценить время задержки t_{sad} выходного импульса относительно входного.



Рис. 4.3

4.5. (**P**). Построить график переходной характеристики g(t) цепи, импульсная характеристика которой представлена на рис. 4.3, приняв a = 0.8.

4.6. (УО) Вычислить импульсную характеристику h(t) однокаскадного усилителя напряжения с апериодической нагрузкой (рис. 4.1). Дифференциальную крутизну *S* проходной характеристики $i_{\kappa}(u_{53})$ транзистора в рабочей точке, его внутреннее сопротивление R_i , сопротивление нагрузки R_{μ} и паразитную емкость C_n положить известными.

4.7. (**P**). Однокаскадный резонансный усилитель имеет параметры: резонансный коэффициент усиления $K_{pes} = 50$, резонансная частота $f_{pes} = 1$ МГц, эквивалентная добротность колебательного контура (с учетом его шунтирования транзистором) $Q_3 = 80$. На вход усилителя подан амплитудно-модулированный (AM) сигнал

 $u_{ex}(t) = 15 (1 + 0.8 \cos 2\pi \ 10^4 t) \cos (2\pi \ 10^6 t)$, мВ. Найти напряжение $u_{exx}(t)$ на выходе усилителя.

4.8. (У) Доказать, что время установления колебаний в одноконтурном резонансном усилителе малых сигналов при подаче на его вход импульса включения гармонического сигнала с частотой заполнения $\omega_0 = \omega_{pes}$ равно $t_{ycm} = 0.73/\Pi_{0.707}$, где $\Pi_{0.707}$ - полоса пропускания (в герцах) колебательного контура на уровне $1/\sqrt{2} = 0.707$ относительно резонансного значения коэффициента усиления K_{pes} .

4.9. (Р). Цифровой фильтр (ЦФ) имеет импульсную характеристику, состоящую из двух ненулевых отсчетов: { h_k } = (1, 1, 0, 0). Вычислить частотный коэффициент передачи $K(j\omega)$ этого фильтра, его амплитудно-частотную (АЧХ) | $K(j\omega)$ и фазо-частотную (ФЧХ) $\phi(\omega)$ характеристики.

4.10. (УО) Трансверсальный цифровой фильтр (ЦФ) 2-го порядка осуществляет усреднение текущего и двух предшествующих отсчетов входного сигнала в соответствии с алгоритмом $y_i = (1/2) \cdot (x_i + x_{i-1} + x_{i-2})$. Определить амплитудно-частотную (АЧХ) |*К*(*j* ω | и фазо-частотную (ФЧХ) $\phi(\omega)$ характеристики этого фильтра.

4.11. (Р). Изобразить структурную схему цифрового фильтра (ЦФ), работающего в соответствии с алгоритмом $y_i = 1,75 x_i - 0,55 x_{i-1} + 0,25 x_{i-2}$ и вычислить системную функцию H(z) этого фильтра.

4.12. (О) Рекурсивный цифровой фильтр 2-го порядка работает в соответствии с алгоритмом $y_i = x_i + 0.5 x_{i-1} - 0.75 x_{i-2}$. Оценить устойчивость фильтра.

4.13. (Р) Вычислить импульсную характеристику $\{h_k\}$ рекурсивного цифрового фильтра (ЦФ) 1-го порядка, описываемого разностным уравнением

$$y_i = 2,5 x_i - 0,8 y_{i-1}.$$

4.14. (**O**) Синтезировать трансверсальный цифровой фильтр (ЦФ), подобный интегрирующей RC - цепи с импульсной характеристикой $h(t) = exp(-t/\tau), t \ge 0$, приняв, что она аппроксимирована тремя отсчетными значениями: $\{h_k\} = (1, e^{-\Delta/\tau}, e^{-2\Delta/\tau})$.

Определить частотный коэффициент передачи $K(j\omega)$ этого фильтра. Несущественный для задачи синтеза амплитудный множитель в выражении для импульсной характеристики фильтра - прототипа h(t) принять равным единице.

4.15. (Р). Синтезировать рекурсивный цифровой фильтр (ЦФ), подобный интегрирующей *RC* - цепи с импульсной характеристикой $h(t) = exp(-t/\tau), t \ge 0$, приняв, что она аппроксимирована последовательностью отсчетных значений неограниченной протяженности: $\{h_k\} = (1, e^{-\Delta/\tau}, e^{-2\Delta/\tau},...)$.

Определить частотный коэффициент передачи $K(j\omega)$ этого фильтра. Несущественный для задачи синтеза амплитудный множитель в выражении для импульсной характеристики фильтра - прототипа h(t) принять равным единице.

4.16. (УО) Аналого-цифровой преобразователь (АЦП) на входе рекурсивного цифрового фильтра (ЦФ), работающего по алгоритму $y_i = x_i + 0.9 y_{i-1}$ имеет n = 8 разрядов для представления входных сигналов с максимальной амплитудой $U_m = 1$ В. Определить дисперсию σ_{Gold}^2 шума квантования на выходе ЦФ.

4.17. (Р). Найти z - преобразование X(z) дискретного сигнала $\{x_k\}$, имеющего общий член $x_k = \alpha^k$, где k = 0, 1, 2,...

4.18. (УО) Показать, что трансверсальный цифровой фильтр (ЦФ), алгоритм которого описывается разностным уравнением $y_i = x_i - 2 x_{i-1} + x_{i-2}$, осуществляет приближенно двукратное дифференцирование относительно медленных входных сигналов, спектр которых содержит лишь частоты ω , удовлетворяющие условию $\omega\Delta \ll 1$, где Δ - шаг дискретизации.

Раздел 5. Преобразование сигналов в нелинейных и линейных параметрических цепях

5.1. (Р). Вольт-амперная характеристика (ВАХ) нелинейного элемента имеет вид: $i(u) = 10 u^3$, мА.

Провести степенную аппроксимацию этой характеристики полиномом $i(u) = a_0 + a_1 (u - U_0) + a_2 (u - U_0)^2 + a_3(u - U_0)^3$, мА в окрестности рабочей точки $U_0 = 2$ В.



5.2. (**УО**) Входная характеристика транзистора представлена на рис. 5.1. Найти коэффициенты a_0, a_1, a_2 степенной аппроксимации характеристики в окрестности рабочей точки $U_0 = 0,7$ В.

5.3. (**P**). Входная характеристика биполярного транзистора, то есть зависимость $i_{\delta}(u_{\delta_3})$, аппроксимирована выражением

$$i_{\delta}(U_{\delta^{2}}) = \begin{cases} 0, & U_{\delta^{2}} < 0,6 \text{ B}, \\ 10(U_{\delta^{2}} - 0,6), \text{ MA}, & U_{\delta^{2}} \ge 0,6 \text{ B}. \end{cases}$$

К промежутку «база-эмиттер» транзистора приложено напряжение $u_{53}(t) = 0,4 + 0,75 \cos \omega t$, В. Определить мощность P_{δ} , выделяемую в цепи базы.

5.4. (УО) К промежутку «база - эмиттер» транзистора подключен источник напряжения $u_{63}(t) = 0.6 + 0.5 \cos \omega_0 t$, В.

Входная характеристика транзистора $i_{\delta}(u_{\delta})$ допускает кусочно-линейную аппроксимацию с параметрами: S = 0,66 A/B, $U_{\mu} = 0,7$ В. Определить входное сопротивление цепи по первой гармонике R_{ex1} .

5.5. (Р). Нелинейный элемент имеет вольт-амперную характеристику (ВАХ)

$$i(u) = \begin{cases} 0, & u \leq U_{H_1}, \\ S(u - U_{H_1}), & U_{H_1} \leq u \leq U_{H_2}, \\ S(U_{H_2} - U_{H_1}), & u \leq U_{H_2}. \end{cases}$$

К зажимам нелинейного элемента приложено напряжение $u(t) = U_0 + U_m \cos \omega t$.

Найти постоянную составляющую I_0 и амплитуду первой гармоники тока I_1 в нелинейном элементе при следующих данных: $U_m = 1,5$ B; $U_0 = 0,1$ B; S = 6 мA/B; $U_{H1} = 0,7$ B; $U_{H2} = 1,2$ B.

5.6. (**O**) Вольт-амперная характеристика (BAX) i(u) нелинейного элемента подвергнута кусочно-линейной аппроксимации со следующими параметрами: начальное напряжение $U_{\mu} = 0,6$ В, крутизна линейного участка S = 25 мA/B. К нелинейному элементу приложено напряжение $u(t) = U_0 + U_m \cos \omega t = 0,2 + 0,8 \cos \omega t$, В.

Вычислить постоянную составляющую I_0 и амплитуду первой гармоники тока I_1 в нелинейном элементе.

5.7. (**P**). Резонансный усилитель выполнен по схеме, представленной на рис. 4.2. При этом использована кусочно-линейная аппроксимация проходной характеристика транзистора

$$i_{\kappa}(U_{\delta^{9}}) = \begin{cases} 50(U_{\delta^{9}} - 0, 2), \text{MA}, & U_{\delta^{9}} \ge 0, 2 \text{ B}, \\ 0, & U_{\delta^{9}} < 0, 2 \text{ B}. \end{cases}$$

Резонансное сопротивление контура $R_{pes} = 0.8$ кОм. Напряжение питания $E_n = 9$ В. Рабочая точка совпадает с точкой излома вольт-амперной характеристики (ВАХ) ($U_0 = U_{\mu} = 0.2$ В).

Определить, при какой амплитуде входного сигнала $U_{m \ ex}$ в усилителе возникает перенапряженный режим.

5.8. (О) Одноконтурный нелинейный резонансный усилитель (рис. 4.2) работает при амплитуде входного сигнала $U_{m \ ex} = 0.42$ В. Резонансное сопротивление контура (с учетом его неполного включения) $R_{pes} = 20$ кОм. Напряжение питания $E_n = 12$ В. Постоянное напряжение смещения на базе $U_0 = 0.5$ В. Проходная характеристика транзистора $i_{\kappa}(u_{\delta 3})$ аппроксимирована кусочно-линейной функцией с параметрами: S = 15 мА/В, $U_n = 0.8$ В.

Определить потребляемую от источника мощность P_0 ; полезную мощность, выделяемую в контуре $P_{Bolx 1}$; мощность потерь P_{nom} , рассеиваемую на коллекторе, и коэффициент полезного действия (КПД) η усилителя.

5.9. (Р). К нелинейному резистору с вольт-амперной характеристикой (ВАХ) $i(u) = 25 u + 4 u^2$, мА приложено напряжение $u(t) = 5 + 2 \cos \Omega t + 1,5 \cos \omega_0 t$, В, где Ω и ω_0 - частоты модуляции и несущего колебания. Определить амплитуду несущего колебания $I_{m \, Hec}$ и коэффициент амплитудной модуляции тока M.

5.10. (О) В усилителе проходная характеристика биполярного транзистора $i_{\kappa}(u_{69})$ в окрестности рабочей точки $U_0 = 1,2$ В задана многочленом

 $i_{\kappa}(u_{5}) = 15 + 40 (u_{5} - 1, 2) + 6,5 (u_{5} - 1, 2)^{2} + 2,5 (u_{5} - 1, 2)^{3}, \text{ MA.}$

Найти выражение для колебательной характеристики усилителя $I_1(U_m)$, полагая, что к базе транзистора приложено напряжение $u(t) = 1, 2 + U_m \cos \omega t$, B.



5.11. (Р). В амплитудном модуляторе используется нелинейный элемент с кусочно-линейной характеристикой, имеющей параметры: начальное напряжение U_{μ} и крутизна линейного участка характеристики S. Амплитуда высокочастотного напряжения на входе модулятора равна U_m . Модуляционная характеристика модулятора, под которой понимается зависимость нормированной амплитуды тока первой гармоники тока в нелинейном болементе I_1 / SU_m от нормированного отклонения напряжения смещения U_0 от точки изгиба U_{μ} вольтамперной характеристики (ВАХ) ($U_0 - U_{\mu}$) / U_m , представлена на рис. 5.4. Оценить максимальноезначение коэффициента модуляции *M_{max}*, при которой еще обеспечивается линейность модуляционной характеристики.

5.12. (УО) Транзистор, используемый в качестве нелинейного элемента в амплитудном модуляторе, собранном по схеме нелинейного резонансного усилителя, имеет излом кусочно-линейной вольт-амперной характеристики (ВАХ) в точке $U_{H} = 0,6$ В. Амплитуда несущего колебания входного сигнала $U_{m \, Hec} = 0,4$ В, амплитуда модулирующего сигнала $U_{m \, Mod} = 0,1$ В, напряжение смещения $U_{0} = U_{H} = 0,6$ В.

Определить коэффициент модуляции, реализуемый в данной схеме.

5.13. (Р). Нелинейный безынерционный элемент имеет вольт-амперную характеристику (ВАХ) $i(u) = a_0 + a_1 u + a_2 u^2$. К элементу приложено напряжение $u(t) = U_{m1} \cos \omega_1 t + U_{m2} \cos \omega_2 t$.

Найти амплитуды и частоты всех комбинационных составляющих тока.



Рис. 5.5

5.14. (УО) В схеме диодного амплитудного детектора, представленного на рис. 5.5, сопротивление нагрузки $R_{_{H}} = 18$ кОм. Используемый в схеме диод имеет вольт-амперную характеристику (ВАХ) кусочно-линейного вида с крутизной линейного участка S = 10 мА/В и нулевым начальным напряжением $U_{_{H}}$. Определить коэффициент детектирования детектора.

5.15. (Р). Идеальный источник э.д.с. создает напряжение $u(t) = 1,5 \cos 2\pi 10^7 t$, В. К зажимам источника подключен резистивный элемент с переменной по времени проводимостью $G(t) = 10^{-3} + 2 \ 10^{-4} \sin 2\pi \ 10^6 t$, См. Найти амплитуду I_m спектральной составляющей тока, имеющей частоту 9 МГц.



5.16. (**УО**) Преобразователь частоты, собранный по схеме нелинейного резонансного усилителя, изображен на рис. 5.6. Колебательный контур настроен на промежуточную частоту $\omega_{np} = |\omega_c - \omega_c|$, где ω_c и ω_e - частоты сигнала и гетеродина. Резонансное сопротивление контура $R_{pe3} = 18$ кОм. Напряжения сигнала и гетеродина соответственно равны: $u_c(t) = 50 \cos \omega_c t$, мкВ, $u_e(t) = 0.8 \cos \omega_e t$, В. Проходная характеристика транзистора аппроксимируется квадратичной параболой $i_c(t) = 7.5$ ($u_{3u} + 2$)², мА; $u_{3u} \ge -2$. Определить амплитуду U_{mnp} выходного сигнала на промежуточной частоте ω_{np} .

5.17. (**P**). В супергетеродинном приемнике частота гетеродина $f_{e} = 7,5$ МГц. Промежуточная частота приемника $f_{np} = 465$ кГц. Основной канал приемника настроен на частоту сигнала $f_{e} = f_{e} + f_{np}$. Помеха по зеркальному каналу имеет частоту $f_{3} = f_{e} - f_{np}$. Определить добротность Q одиночного контура на входе преобразователя частоты, если ослабление помехи по зеркальному каналу составляет - 25 дБ.

5.18. (**O**) В преобразователе частоты использован полупроводниковый диод, вольт-амперная характеристика (BAX) которого описывается зависимостью

$$i(u) = 25 (u - 0, 2), \text{ MA}; u \ge 0, 2 \text{ B}.$$

К диоду приложено напряжение гетеродина $u_2(t) = 1,2 \cos \omega_2 t$, В. Вычислить крутизну преобразования S_{np} .

5.19. (Р). Емкость параметрического конденсатора изменяется во времени по закону $C(t) = C_0 \exp(-t / \tau) \sigma(t)$, где $\sigma(t)$ - функция включения (Хевисайда). К конденсатору подключен источник линейно нарастающего напряжения $u(t) = at \sigma(t)$. Вычислить закон изменения во времени тока i(t) в конденсаторе.

5.20. (О) Одноконтурный параметрический усилитель подключен со стороны входа к источнику э.д.с. (генератору) с внутренним сопротивлением $R_{e} = 560$ Ом.

Усилитель работает на резистивную нагрузку с сопротивлением $R_{\mu} = 400$ Ом. Найти критическую величину вносимой проводимости G_{ен кр}, при которой система оказывается на пороге самовозбуждения.





Рис. 6.2



Рис. 6.3

6.1. (Р). Структурная схема цепи с двухпетлевой обратной связью изображена на рис. 6.1. передаточную Найти функцию цепи $K_{oc}(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{U}_{Bost}(\boldsymbol{p}) / \boldsymbol{U}_{Bst}(\boldsymbol{p}).$

6.2. (УО) Исследовать устойчивость замкнутой системы (рис. 6.2), в которой соединение двух идентичных усилительных звеньев с апериодическими нагрузками замкнуто через идеальный интепередаточную гратор, имеющий функцию $\beta(p) = 1/Tp$, где *T* - постоянный параметр.

6.3. (**P**). Найти передаточную функцию $K_{oc}(p)$ цепи, схема которой представлена на рис. 6.3, полагая, что операционный усилитель, входящий в цепь, имеет передаточную функцию, описываемую выражением $K_{ov}(p) = K_0 / (1 + p\tau_{ov}).$

Вычислить граничную частоту ω_{ev} рассматриваемого устройства, определив ее как частоту,

на которой амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) устройства уменьшается в $\sqrt{2}$ раза (до уровня 0,707) относительно максимального значения на нулевой частоте.

6.4. (УО) Исследовать зависимость устойчивости цепи с обратной связью, передаточные функции основного звена и звена обратной связи которой соответственно записываются: $K(p) = -K_0 / (1 + p\tau)$ и $\beta(p) = -(1 + pT_1) / (1 + pT_2)$.



Рис. 6.4



Рис. 6.5

6.5. (**P**). В эмиттерном повторителе (рис. 6.4) применен транзистор с дифференциальной крутизпроходной характеристики $i_{\kappa}(u_{\delta 2})$ равной ной S = 7 мА/В. Сопротивление резистора нагрузки $R_{H} = 3$ кОм. Вычислить коэффициент усиления эмиттерного повторителя по напряжению К и определить, при каком напряжении U_{ex} на входе цепи величина напряжения «база - эмиттер» $u_{\delta \mathfrak{I}} =$ **0,15** B.

6.6. (УО) Аналоговый интегратор, собранный на операционном усилителе (ОУ) (рис. 6.5), имеет следующие параметры: R = 2,7 кОм, C = 1,8 нФ. Напряжение питания ОУ $E_n = -12$ В. На вход интегратора подается сигнал $u_{ex}(t) = U_0 \sigma(t)$, где $U_0 =$

= 0,1 В. Вычислить сигнал на выходе $u_{sbix}(t)$ и определить момент t_0 достижения им напряжения E_n источника питания.



Рис. 6.6

6.7. (**P**) Туннельный диод вместе с источником смещения подключен к колебательному контуру (рис. 6.6). Дифференциальная крутизна вольтамперной характеристики (ВАХ) диода в рабочей точки равна $S_{\partial u\phi} = -5$ мА/В. Резонансное сопротивление контура при полном включении $R_{pes} = 32$ кОм. Определить, при каком минимальном значении коэффициента включения $k_{вкл}$ активного элемента в контур возникает самовозбуждение системы.



6.8. (УО) Автогенератор собран по схеме с трансформаторной обратной связью (рис. 6.7). Параметры схемы: L = 16 мкГн, $L_{co} = 3$ мкГн, C = 90 пФ, R = 25 Ом. Дифференциальная крутизна проходной характеристики $i_c(u_{3u})$ транзистора в рабочей точке $S_{\partial u\phi} = 1,4$ мА/В. Найти коэффициент связи k_{co} между катушками автогенератора, при котором происходит его самовозбуждение.

6.9. (**P**). Автогенератор содержит электронный прибор с зависимостью средней крутизны по 1-ой гармонике вольт-амперной характеристики (BAX) активного элемента от напряжения на его входе, задаваемой выражением

$$S_1(U) = 4 + 0.3U^2 - 0.12U^4$$
, MA/B.

Известно, что стационарный режим работы автогенератора характеризуется амплитудой $U_{cm} = 1,5$ В. Определить, устойчив ли этот режим.

6.10. (**O**) В автогенераторе с трансформаторной обратной связью используется транзистор, у которого зависимость средней крутизны от напряжения на входе аппроксимирована выражением: $S_1(U) = a_1 + (3/4) a_3U^2$, где $a_1 = 1$ мА/В и $a_3 = -2,5$ мА/В - коэффициенты степенной аппроксимации вольт-амперной характеристики (ВАХ) транзистора. Параметры колебательного контура: резонансная частота $\omega_0 = 6 \cdot 10^8 \text{ c}^{-1}$, добротность Q = 25. Определить критическое значение коэффициента взаимоиндукции $M_{\kappa p}$, при котором в автогенераторе возникают автоколебания, и значение стационарной амплитуды автоколебаний при $M = 3M_{\kappa p}$.

6.11. (Р). Вольт -амперная характеристика (ВАХ) $i_{\kappa}(u_{59})$ транзистора, используемого в качестве активного элемента в автогенераторе с трансформаторной обратной связью, допускает кусочно-линейную аппроксимацию с параметрами: начальное напряжение $U_{\mu} = 0.8$ В, крутизна линейного участка ВАХ S = 45 мА/В. Вычислить среднюю крутизну ВАХ S_1 , под которой понимается крутизна по 1-ой гармонике, если напряжение смещения $U_0 = = 0.55$ В, а амплитуда генерируемых колебаний $U_m = 1.2$ В.



Рис. 6.8

6.12. (УО) Автогенератор собран по схеме индуктивной трехточки (рис. 6.8). Колебательный контур, настроенный на частоту $\omega_{pes} = 10^7 \text{ c}^{-1}$, имеет добротность Q = 50 и емкость конденсатора $C = 200 \text{ п}\Phi$. Дифференциальная крутизна проходной характеристики $i_{\kappa}(u_{63})$ транзистора равна $S_{\partial u\phi} = 4$ мА/В. Найти значения индуктивностей L_1 и L_2 , обеспечивающие самовозбуждение автогенератора.

II. Примеры решения задач

Раздел 1

1.1. Функция Хевисайда (в общем случае смещенная на t_0) записывается:

$$\sigma(t-t_0) = \begin{cases} 0, & t < t_0, \\ 0,5, & t = t_0, \\ 1, & t > t_0. \end{cases}$$

При этом, рассматривая сигнал как алгебраическую сумму трех элементарных сигналов, описываемых с помощью функций Хвисайда, с амплитудами 10, 10 и -20 В, смещенных соответственно на -20 мкс, 20 мкс и 30 мкс, получаем: $s(t) = 10[10 \sigma (t + 2 \cdot 10^{-5}) + \sigma (t - 2 \cdot 10^{-5}) - 2 \sigma (t - 3 \cdot 10^{-5})]$, В.

1.3. Энергия сигнала определяется выражением $E_s = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)^2 dt$. (1)

Подставляя в (1) выражение для сигнала $s(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0), 0 \le t \le \tau_u,$ (2)

получаем: $E_s = U_0^2 \int_0^{\tau_s} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) dt$. (3) Делая в (3) замену переменных

 $\eta = \omega_0 t + \varphi_0$, получаем: $dt = d\eta / U_0^2$, пределы интегрирования $[\varphi_0, \omega_0 \tau_u + \varphi_0]$.

При этом из (3) имеем: $E_s = \left(U_0^2 / \omega_0\right)^{\omega_0 \tau_u + \varphi_0} \cos^2 \eta \, d\eta$. (4). Используя формулу

 $\cos^2 \eta = (1 + \cos 2\eta)/2$ (5) и подставляя (5) в (4), получаем:

 $E_s = [(U_0^2 \tau_u)/2] \{1 + [\sin 2(\omega_0 \tau_u + \varphi_0) / 2\omega_0 \tau_u] - (\sin 2\varphi_0 / 2\omega_0 \tau_u)\}.$ (6) Наложим условие $\omega_0 \tau_u >> 1$, которое можно представить в виде $2\pi \tau_u/T >> 1$, где T - период высокочастотного заполнения импульса. Как видим, наложенное условие заключается в том, что на длительности τ_u укладывается много периодов Tколебаний высокой частоты. При этом, поскольку $|\sin x| \le 1$, из (6) имеем: $E_s \approx (U_0^2/2).$ (7)

1.5. Спектральная плотность сигнала связана с ним преобразованием Фурье $S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) exp(-j\omega t) dt$ (1). Подставляя в (1) выражение для сигнала

$$s(t) = A t exp(-\alpha t) \sigma(t)$$
 (2), получаем: $S(\omega) = A \int_{0}^{\infty} t exp[-(\alpha + j\omega)] dt.$ (3). Интеграл

в (3) вычисляется методом интегрирования по частям:
$$\int u \, dv = uv - \int v \, dv$$
 (4). Положив в (3) $t = u$ и $exp[- (\alpha + j\omega)t] dt$, с учетом (4) получаем: $S(\omega) = A \{ - [t / (\alpha + j\omega)] exp[- (\alpha + j\omega)t] \Big|_{0}^{\infty} + [1 / (\alpha + j\omega)] \int_{0}^{\infty} exp[- (\alpha + j\omega)t] \} = A \{ 0 - [1 / (\alpha + j\omega)^{2}] \cdot exp[- (\alpha + j\omega)t] \Big|_{0}^{\infty} \} = A / (\alpha + j\omega)^{2}$. (5)

Заметим, что при вычислении uv в (4) и соответствующего выражения в (5) неопределенность типа ($\infty \cdot 0$) раскрывается как 0, поскольку линейная функция растет медленнее, чем экспонента.

1.7. Спектральная плотность смещенного на kT импульса $s_0(t - kT)$ связана со спектральной плотностью $S_0(\omega)$ исходного импульса $s_0(t)$ соотношением $S_{kT}(\omega) = S_0(\omega) \cdot exp(-j\omega kT)$ (1). Запишем сигнал в виде «пачки» следующим образом: $s_{\Sigma}(t) = \sum_{\kappa=0}^{n-1} s_0(t - kT)$ (2). При этом спектральная плотность «пачки» запишется:

 $S_{\Sigma}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{\kappa=0}^{n-1} s_0 (t - kT) \exp(-j\omega t) dt$ (3). Изменяя в (3) порядок интегрирования и

суммирования получаем: $s_{\Sigma}(\omega) = \sum_{\kappa=0}^{n-1} \int_{-\infty}^{\infty} s_0 (t - kT) \exp(-j\omega t) dt$ (4). С учетом (1) из (4)

получаем: $S_{\Sigma}(\omega) = S_0(\omega) \sum_{\kappa=0}^{n-1} exp(-j\omega kT)$ (5). Сумма в (5) представляет собой геометрическую прогрессию конечной длительности со знаменателем $r = exp(-j\omega T)$ и равна $\sum_{\kappa=0}^{n-1} r^{\kappa} = (1 - r^{n}) / (1 - r)$ (6). Из (5) и (6) получаем:

$$S_{\Sigma}(\boldsymbol{\omega}) = S_{0}(\boldsymbol{\omega}) \cdot [1 - exp(-j n \boldsymbol{\omega} T)] / [1 - exp(-j \boldsymbol{\omega} T))] \quad (7).$$

1.9. Используем обобщенную функцию Релея: $(u, v) = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} S_u(\omega) S_v^*(\omega) d\omega$.

При этом с учетом четности спектральных плотностей $S_u(\omega)$ и $S_v(\omega)$ и того, что в рассматриваемом случае они - вещественные функции, получаем:

$$(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}) = [(\boldsymbol{A}_1 \boldsymbol{A}_2) / \boldsymbol{\pi}] \int_{\boldsymbol{0}}^{\boldsymbol{\omega}_1} \boldsymbol{d} \boldsymbol{\omega} = (\boldsymbol{A}_1 \boldsymbol{A}_2) \boldsymbol{\omega}_1 / \boldsymbol{\pi}.$$

1.11. Взаимный энергетический спектр двух сигналов u(t) и v(t) со спектральными плотностями $S_u(\omega)$ и $S_v(\omega)$ определяются выражением: $W_{uv}(\omega) = S_u(\omega)S_v^*(\omega)$ (1). При этом спектральные плотности $S_u(\omega)$ и $S_v(\omega)$, связанные с u(t) и v(t) преобразованием Фурье, задаются выражениями:

$$S_u(\omega) = U_1 \int_{-T/2}^{T/2} exp(-j\omega t) dt = -(U_1/j\omega) exp(-j\omega t) \Big|_{-T/2}^{T/2} = -(U_1/j\omega) [exp(-j\omega T/2) - U_1/j\omega] = -(U_1/j\omega) [exp(-j$$

- $exp(j\omega T/2)$] = (U_1T) [sin ($\omega T/2$) / ($\omega T/2$)] (2) и $S_v(\omega) = (U_2T)$ [sin ($\omega T/2$) / ($\omega T/2$)]. (3) Поскольку $S_u(\omega)$ и $S_v(\omega)$ - вещественные функции, из (1) имеем: $W_{uv}(\omega) = U_1U_2T^2$ [sin² ($\omega T/2$) / ($\omega T/2$)²]. (4)

1.13. Функция автокорреляции связана с сигналом $s(t) = A exp(-\alpha t) \sigma(t)$ выражением $K_s(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) s(t - \tau) dt$. Подставляя сюда выражение для сигнала, получа- $\operatorname{em}: K_{s}(\tau) = A^{2} \int_{\tau}^{\infty} exp(-\alpha t) exp[-\alpha (t-\tau)] dt = -(A^{2}/2\alpha) exp(\alpha \tau) exp[-\alpha (t-\tau)] \Big|_{\tau}^{\infty} =$ $= (A^2 / 2\alpha) exp(-\alpha \tau)$. С учетом четности $K_s(\tau)$ имеем: $K_s(\tau) = (A^2 / 2\alpha) exp(-\alpha |\tau|)$.

Разлел 2

2.1. Шаг дискретизации рассматриваемого сигнала равен $\Delta = 1$ мс, а его отсчетные значения: $s_1 = 20$ B, $s_0 = 10$ B, $s_1 = -20$ B. Энергия сигнала, разложенного в обобщенный ряд Фурье по ортонормированному базису $s(t) = \sum_{\kappa=-\infty}^{\infty} c_{\kappa} u_{\kappa}(t)$ (1), где

 $c_k = (s, u_k) = \int_{t_1}^{t_2} s(t) u_k(t) dt$ - (2) коэффициенты ряда, а $[t_1, t_2]$ - область существования

сигнала s(t), определяется выражением $E_s = \sum_{\kappa=-\infty}^{\infty} c_{\kappa}^2$ (3).

Ряд Котельникова $s(t) = \sum_{\kappa=-\infty}^{\infty} s_{\kappa} \left\{ \sin[\omega_{e}(t - k\pi / \omega_{e})] \right\} / [\omega_{e}(t - k\pi / \omega_{e})]$ (4), где

 $\omega_e = 2\pi f_e = \pi/\Delta$ и $f_e = 1/2\Delta$ - верхняя частота в спектре сигнала в с⁻¹ и Гц, а $s_k = s(k\Delta)$ отсчетные значения сигнала, представляют собой коэффициенты разложения сигнала по ортогональному базису, однако используемые в нем базисные функции типа $\sin x / x$ не нормированы. При осуществлении нормировки, то есть при переходе от коэффициентов s_k к коэффициентам: $c_k = \sqrt{\pi/\omega_s} \ s_k = (1/\sqrt{2f_s}) \ s_k = \sqrt{\Delta} \ s_k$ (5), из (3) имеем : $E_s = (s_{-1}^2 + s_0^2 + s_1^2) \Delta = [20^2 + 10^2 + (-20)^2] \cdot 10^{-3} B^2 c = 0.9 B^2 c.$

2.3. Поскольку импульсы дискретизирующей последовательности имеют длительность τ₀, существенно меньшую длительности исходного видеоимпульса: $\tau_0/\tau_u = 5 \cdot 10^{-6} / 2 \cdot 10^{-3} = 2,5 \cdot 10^{-3} << 1$, эту последовательность можно аппроксимировать последовательностью дельта - импульсов $\delta(t)$. В этом случае спектральная плотдискретизированного определяется выражением: ность сигнала $(1/\Delta) \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_x \ (\omega - 2\pi n/\Delta) \ (1), \$ где $\Delta = \tau_u/(N-1) = 2/(10-1) \approx 0,22 \$ мс - шаг $S_{x\partial}(\omega) =$ дискретизации, N - число импульсов дискретизирующей последовательности, $S_x(\omega)$ спектральная плотность исходного аналогового сигнала, равная $S_{x}(\omega) = \int_{-\tau_{u}/2}^{-\tau_{u}/2} x(t) exp(-j\omega t) dt = U_{0} \int_{-\tau_{u}/2}^{-\tau_{u}/2} exp(-j\omega t) dt = U_{0}\tau_{u} [sin (\omega\tau_{u}/2)] / (\omega\tau_{u}/2)$ (2). Под-становка (2) в (1) дает: $S_{xo}(\omega) = (U_{0}\tau_{u}/\Delta) \sum_{n=-\infty}^{\infty} sin \{(\omega - 2\pi n/\Delta)]\tau_{u}/2\} / \{(\omega - 2\pi n/\Delta)]\tau_{u}/2\}.$

Как видим, искомая спектральная плотность представляет собой совокупность спектральной плотности исходного сигнала и бесконечного числа ее копий, сдвинутых на частоты, кратные частоте повторения $\omega_1 = 2\pi/\Delta$ импульсов дискретизирующей последовательности.

2.5. Связь коэффициентов ДПФ C_n с отсчетными значениями x_k дискретного сигнала задается выражением: $C_n = (1/N) \sum_{\kappa=0}^{N-1} x_{\kappa} \exp(-j 2\pi nk/N)$ (1), являющимся аналогом прямого преобразования Фурье для аналогового сигнала. При четном числе отсчетов N коэффициенты ДПФ, номера которых расположены симметрично относительно N/2, образуют комплексно-сопряженные пары: $C_{N-n} = C_n^*$ (2). При этом коэффициент $C_{N/2} = (1/N) \sum_{\kappa=0}^{N-1} x_{\kappa} (-1)^k$ (3). Таким образом, из (1) получаем $C_0 = (1 + 1 + 1)/6 = 1/2, C_1 = [1 + exp(-j 2\pi/6) + exp(-j 4\pi/6)]/6 = [1 + (\cos \pi/3 - j \sin \pi/3) + (\cos 2\pi/3 - j \sin 2\pi/3)]/6 = [1 + (1/2) - (j\sqrt{3}/2) - (1/2) - (j\sqrt{3}/2)]/6 = (1 - j\sqrt{3})/6, C_2 = [1 + exp(-j 2\pi/3) + exp(-j 4\pi/3)]/6 = [1 + (\cos 2\pi/3 - j \sin 2\pi/3) + (\cos 4\pi/3 - j \sin 4\pi/3)]/6 = [1 - (1/2) - (j\sqrt{3}/2) - (1/2) + (j\sqrt{3}/2)]/6 = 0.$ Из (3) получаем: $C_3 = (1 - 1 + 1)/6 = 1/6$. Из (2) получаем: $C_4 = C_2^* = 0, C_5 = C_1^* = (1 + j\sqrt{3})$.

2.7. Коэффициенты ДПФ C_n , позволяющие вычислить постоянную составляющую и гармоники исходного аналогового сигнала, связаны с отсчетными значениями x_k дискретного сигнала $\{x_k\} = (1, 0, -1, 0)$ (1) соотношением: $C_n = (1/N) \sum_{\kappa=0}^{N-1} x_{\kappa} \exp(-j 2\pi n k/N)$ (2), где N - число отсчетных значений. Подставляя (1) в (2), получаем: $C_0 = (1 - 1)/4 = 0$, $C_1 = [1 - \exp(-j 2\pi \cdot 1 \cdot 2/4)]/4 = (1 + 1)/4 = 1/2$, $C_2 = [1 - \exp(-j 2\pi \cdot 2 \cdot 2/4)]/4 = (1 - 1)/4 = 0$. При четном N коэффициенты ДПФ, номера которых расположены симметрично относительно N/2, образуют комплексносопряженные пары: $C_{N-n} = C_n^*$ (3). В данном случае $C_{N/2} = C_2$. Отсюда имеем: $C_3 = C_1^* = 1/2$.

Алгоритм восстановления исходного сигнала по коэффициентам ДПФ записывается: $x(t) = C_0 + 2 |C_1| \cos [(2\pi t/T) + \varphi_1] + 2 |C_2| \cos [(4\pi t/T) + \varphi_2] + \cdots$ $+ |C_{N/2}| \cos [(N\pi t/T) + \varphi_{N/2}]$ (4), где $\varphi_n = \arg c_n$. Подставляя в (4) $C_0 = C_2 = 0$ и $C_1 = 1$, получаем: $x(t) = \cos [(2\pi t/T)$.

2.9. Коэффициенты ДПФ c_n связаны с отсчетными значениями x_k дискретного сигнала $\{x_k\}$ соотношением: $C_n = (1/N) \sum_{\kappa=0}^{N-1} x_n \sum x_k \exp(-j 2\pi nk/N)$ (1), где N - число

отсчетных значений сигнала. Положив в (1) $x_k \equiv x_0$, получим: $C_n = (x_0/N) \sum_{\kappa=0}^{N-1} exp$

 $(-j \ 2\pi n/N)^k$ (2). При $n \neq 0$ с учетом того, что слагаемые в (2) образуют геометрическую прогрессию из N членов с начальным членом $a_1 = 1$ и знаменателем $q = exp(-j \ 2\pi n/N)$, сумма членов этой прогрессии равна: $\sum_{\kappa=0}^{N-1} exp(-j \ 2\pi n/N)^k = a_1 (1 - q^N)/(1 - q) = [1 - exp(-j \ 2\pi n)]/[1 - exp(-j \ 2\pi n/N)] = 0$, поскольку $exp(-j \ 2\pi n) \equiv 1$. Следовательно $c_n \mid_{n \neq 0} = 0$. При n = 0 из (2) имеем: $C_n = x_0 N / N = x_0$.

2.11. *Z* - преобразование аналогового сигнала x(t) = a t неограниченной протяженности записывается: $X(z) = \sum_{\kappa=0}^{\infty} x (k\Delta) z^{-k} = a\Delta \Sigma k z^{-k} = a\Delta (z^{-1} + 2 z^{-2} + 3 z^{-3} + \cdots).$ Здесь Δ - шаг дискретизации.

2.13. Отсчетные значения x_k дискретного сигнала $\{x_k\}$ определяются с использованием обратного z преобразования $x_k = (1/2\pi j) \oint z^{\kappa-1} X(z) dz$ (1). Контурный интеграл в (1) определяется с использованием вычетов: $\oint f(z)dz = 2\pi j \sum_{i=1}^{N} res [f(z)]|_{z = a_i}$ (2), где f(z) - подынтегральное выражение, $a_i - i$ - ый полюс f(z), N - число полюсов. Вычет в полюсе *а m*-го порядка равен: *res* $[f(z)]|_{z=a} = [1/(m-1)!] d^{m-1} |f(z)(z-a)^m||_{z=a} / dz^{m-1}$ (3). Если f(z) имеет полюс *a* 1-го порядка, а $f(z) = \varphi(z) / \psi(z)$, то *res* $[f(z)]|_{z=a} = \varphi(z) / \psi'(z)|_{z=a}$ (4). Если f(z) не содержит полюсов, то $\oint f(z) dz = 0$ (5). Подставляя в (1) $X(z) = (z^2 + 2z + 1) / z^2$ (6), получаем: $x_k = (1/2\pi j) \oint z^{\kappa-3} (z^2 + 2z + 1) dz$ (7). При k = 0 подынтегральное выражение в (7) $f(z) = (z^2 + 2z + 1) / z^3$ имеет единственный полюс z = 0 порядка m = 3. При этом с учетом (2) и (3) из (7) получаем: $x_0 = (1/2!) d^2(z^2 + 2z + 1) / dz^2 \Big|_{z=0} = 1$. При k = 1 подынтегральное выражение в (7) $f(z) = (z^2 + 2z + 1) / z^2$ имеет единственный полюс z = 0 порядка m = 2. При этом с учетом (2) и (3) из (7) получаем: $x_1 = (1/1!) d(z^2 + 2z + 1) / dz \mid_{z=0} = 2$. При $\kappa = 2$ подынтегральное выражение в (7) $f(z) = (z^2 + 2z + 1) / z$ имеет единственный полюс z = 0 порядка m = 1. При этом с учетом (2) и (4) из (7) получаем: $x_0 = (z^2 + 2z + 1) / 1 |_{z=0} = 1$. При $\kappa > 2$ полюсов в подынтегральном выражении в (7) нет, откуда следует, что $x_{\kappa}|_{\kappa>2} = 0$. Таким обра-30M, $\{x_k\} = (1, 2, 1, 0, 0, ...).$

2.15. Автокорреляционная функция (АКФ) дискретного сигнала записывается: $\hat{K}(n) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} s_i s_{i-n}$ (1). Запишем сигнал $\{s_i\} = (1, 1, -1, -1, 1)$ и его сдвинутые копии в

развернутом виде и подставив их в (1) вычислим значения $\hat{K}(n)$ при $n \ge 0$:

s_1	0	0	0	1	1	-1	-1	1	0	0	0	0	$\hat{\vec{K}}_{s}(0) = 5$
s_{1-1}	0	0	0	0	1	1	-1	-1	1	0	0	0	$\hat{\vec{K}}_{s}(1) = 0$
<i>s</i> ₁₋₂	0	0	0	0	0	1	1	-1	-1	1	0	0	$\hat{\hat{K}}_s(2) = -3$
<i>s</i> ₁₋₃	0	0	0	0	0	0	1	1	-1	-1	1	0	$\hat{\vec{K}}_{s}(3)=0$
<i>s</i> ₁₋₄	0	0	0	0	0	0	0	1	1	-1	-1	1	$\hat{\hat{K}}_{s}(4) = 1$
		2 ()											

С учетом четности (АКФ) окончательно получаем: $\hat{K}(n) = (1, 0, -3, 0, 5, 0, -3, 0, 1).$

Раздел 3

3.1. Узкополосный сигнал $s(t) = U_m (1 + M \cos \Omega t) \cos (\omega t + \pi/4)$ (1) может быть представлен в виде: $s(t) = U_s(t) \cos [\omega t + \varphi_s(t)]$ (2). При этом комплексная огибающая сигнала записывается: $\tilde{U}_s(t) = U_s(t) \exp [j \varphi_s(t)]$ (3). Таким образом, из (1) - (3) имеем: $\tilde{U}_s(t) = U_m (1 + M \cos \Omega t) \exp (j \pi/4)$ (4). Синфазная и квадратурная амплитуды сигнала записываются: $A_s(t) = U_s(t) \cos \varphi_s(t)$ (5), $B_s(t) = U_s(t) \sin \varphi_s(t)$ (6). Поскольку $\cos \varphi_s(t) = \cos \pi/4 = \sin \varphi_s(t) = \sin \pi/4 = 1/\sqrt{2}$, a $U_s(t) = U_m$ $(1 + M \cos \Omega t)$, из (5) и (6) получаем: $A_s(t) = B_s(t) = (U_m/\sqrt{2}) (1 + M \cos \Omega t)$ (7).

3.3. Физическая огибающая $U_s(t)$ сигнала s(t) может быть определена как модуль соответствующего ему аналитического сигнала $U_s(t) = |Z_s(t)|$ (1). Аналитический сигнал может быть определен через спектральную плотность сигнала, которая для идеального низкочастотного сигнала записывается:

$$S(\omega) = \begin{cases} S_0, & -\omega_e < \omega < \omega_e, \\ 0, & \omega_e < \omega < -\omega_e. \end{cases}$$
(2).

При этом с учетом (2) имеем: $Z_s(t) = (1/\pi) \int_0^\infty S(\omega) \exp(-j\omega t) d\omega = (S_0/\pi) \int_0^{\omega_s} \exp(-j\omega t) d\omega$

 $(-j\omega t) d\omega = (S_0/j\pi t) [1 - exp (-j\omega_e t)]$ (3). С учетом (3) из (1) получаем: $U_s(t) = |Z_s(t)| = = (S_0\omega_e/\pi) |1 - exp (-j\omega_e t)| / \omega_e t = (S_0\omega_e/\pi) \cdot |\sin(\omega_e t/2)| / (\omega_e t/2)$ (4). Заметим, что при вычислениях в (4) использованы формулы: $exp (-j\omega t) = \cos \omega t - j \sin \omega t$, $\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t = 1$, 1 - $\cos \omega t = 2 \sin^2 (\omega t/2)$.

3.5. Аналитический сигнал определяется следующим образом: $Z_s(t) = = (1/\pi) \int_0^\infty S(\omega) \exp(-j\omega t) d\omega$ (1). Подставляя $S(\omega) = S_0 \exp(-b\omega)$ (2), получаем:

$$Z_{s}(t) = (S_{0}/\pi) \int_{0}^{\infty} exp \left[-(b+jt) \omega \right] d\omega = - \left[S_{0}/\pi(b+jt) \right] exp \left[-(b+jt) \omega \right] \Big|_{0}^{\infty} = S_{0}/\pi(b+jt).$$

3.7. Общее выражение для АМ-сигнала при сложном модулирующем сигнале записывается: $U_{AM}(t) = U_0 \left[1 + \sum_{n=1}^{N} M_n \cos(\Omega_n t + \Phi_n)\right] \cos(\omega_0 t + \phi_0)$ (1). Сравнивая это выражение с заданным: $U_{AM}(t) = 130 \left[1 + 0.25 \cos(10^3 t + 30^\circ) + 0.75 \cos(3 \cdot 10^3 t + 45^\circ)\right] \cos(10^5 t + 60^\circ)$, В (2), имеем: $U_0 = 130$ В, $M_1 = 0.25$; $M_2 = 0.75$; $\Omega_1 = 10^3$ c⁻¹; $\Omega_2 = 3 \cdot 10^3$ c⁻¹; $\Phi_1 = 30^\circ$; $\Phi_2 = 45^\circ$; $\omega_0 = 10^5$ c⁻¹; $\phi_0 = 60^\circ$; N = 2. Преобразуя выражение (1) и подставляя в него найденные параметры сигнала, получаем его спектральный состав в виде: $U_{AM}(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \phi_0) + \sum_{n=1}^{N} (U_0 M_n / 2)$ {cos [$(\omega_0 + \Omega_n)t + \phi_0 + \Phi_n$] + cos [$(\omega_0 - \Omega_n)t + \phi_0 - \Phi_n$]} = 130 cos ($10^5 t + 60^\circ$) + 16.25 cos ($1.01 \cdot 10^5 t + 90^\circ$) + 48.75 cos ($1.03 \cdot 10^5 t + 105^\circ$) + 16.25 cos ($0.99 \cdot 10^5 t + 30^\circ$) + 48.75 cos ($0.97 \cdot 10^5 t + 15^\circ$) B (3).

Таким образом, амплитудный спектр состоит из составляющих с амплитудами: 48,75; 16,25; 130; 16,25 и 48,75 В на частотах: $0,97 \cdot 10^5$; $0,99 \cdot 10^5$; 10^5 ; $1,01 \cdot 10^5$ и 1,03 \cdot 10⁵ с⁻¹ соответственно. Фазовый спектр представлен следующими значениями фазы этих составляющих: 15°, 30°, 60°, 90°, 105°.

3.9. Общее выражение для тока, модулированного одним тоном, записывается: $i_{AM}(t) = I_0 (1 + M \cos \Omega t) \cos \omega_0 t$ (1). Сравнивая это выражение с заданным: $i_{AM}(t) =$ $= 200 [1 + 0.8 \cos (4 \cdot 10^3 t)] \cos (4 \cdot 10^6 t)$, A (2), имеем: $I_0 = 200$ A; M = 0.8; $\Omega = 4 \cdot 10^3$ c⁻¹; $\omega_0 = 6 \cdot 10^6$ c⁻¹. Максимальная мощность, выделяемая в резисторе R, равна $P_{max} =$ $=I_{max}{}^2 R/2$ (3), где $I_{max} = I_0(1 + M)$. Средняя мощность равна сумме мощности несущего колебания, равной $P_{hec} = I_0{}^2 R/2$, и мощностей двух боковых составляющих, каждая из которых равна $P_{\delta o \kappa} = (I_0 M/2){}^2 R/2 = I_0{}^2 M^2/8$, то есть $P_{cp} = I_0{}^2 R/2 +$ $+2 \cdot I_0{}^2 M^2 R/8 = I_0{}^2 R(1 + M^2/2)/2$ (4). Подставляя в (3) и (4) значения параметров: $I_0 =$ = 200 A; M = 0.8; R = 75 Ом, получаем: $P_{max} = I_0{}^2 R(1 + M){}^2/2 = 4.84$ MBT, $P_{cp} = I_0{}^2 R(1 + M^2/2)/2 = 1.98$ MBT. Отсюда «пик - фактор» равен: $P_{max} / P_{cp} = 2.4$.

3.11. Общее выражение для AM-сигнала, модулированного одним тоном, записывается: $u_{AM}(t) = U_0 (1 + M \cos \Omega t) \cos \omega_0 t$ (1). Сравнивая это выражение с заданным: $u_{AM}(t) = 75 [1 + 0.4 \cos (10^3 t)] \cos (10^6 t)$, В (2), имеем: $U_0 = 75$ В; M = 0.4. Из (1) и (2) видно, что максимальное и минимальное значения амплитуды сигнала соответственно равны: $U_{max} = U_0 (1 + M)$ (3), $U_{min} = U_0 (1 - M)$ (4). Соответственно мощности, выделяемые на сопротивлении $R_n = 2$ кОм, равны:

$$P_{max} = U_{max}^{2}/2R_{\mu} = 2,8 \text{ BT}, P_{min} = U_{min}^{2}/2R_{\mu} = 0,5 \text{ BT}.$$

3.13. Амплитудный спектр периодической последовательности прямоугольных радиоимпульсов с периодом повторения $T = \tau_u + \tau_n$ (1), где τ_u и τ_n - соответственно длительности импульса и паузы между импульсами, представляет собой симметричную относительно несущей частоты f_0 последовательность дискретных составляющих, отстоящих друг от друга на частоту повторения F = 1/T. При этом эффективная ширина спектра сигнала, содержащая 90% его энергии, совпадает с шириной главного лепестка спектра и равна $\Delta f_{s\phi} = 2/\tau_u$ (2). Частота повторения импульсов очевидно равна скорости передачи в знаках в секунду: F = V/60 = 300/60 = 300/60

= 5 Гц. Отсюда следует, что период повторения импульсов T = 1/F = 0,2 с. Длительность импульсов при $\tau_u = \tau_n$ с учетом (1) равна $\tau_u = T/2 = 0,1$ с. При этом из (2) получаем: $\Delta f_{s\phi} = 2/\tau_u = 20$ Гц.

3.15. Общее выражение для сигнала с однотональной угловой (фазовой или частотной) модуляцией записывается: $u_{\varpi M}(\Psi_M)(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + m \sin \Omega t)$ (1), где U_0 - амплитуда сигнала, m - индекс модуляции, $\omega_0 = 2\pi f_0$ (2) и $\Omega = 2\pi F$ (3) - угловые частоты несущей и модулирующего колебания, а f_0 и F - соответствующие циклические частоты. Мгновенная угловая частота сигнала равна $\omega(t) = d\Psi(t) / dt$ (4), где $\Psi(t) = \omega_0 t + \varphi(t) = \omega_0 t + m \sin \Omega t$ (5) - полная, а $\varphi(t)$ - начальная фазы сигнала. Из (4) с учетом (2), (3) и (5) получаем $\omega(t) = 2\pi f(t)$ (6), где $f(t) = f_0 + mF \cos(2\pi Ft)$ (7) - мгновенная циклическая частота. Из(7) получаем: $f_{max} = f_0 + mF$ (8), $f_{min} = =f_0 - mF$ (9). Подставляя в (8) и (9) исходные данные, получаем: $f_{max} = 80\cdot10^6$ +

+ 12·15·10³, Γμ = 80,18 ΜΓμ; f_{min} = 80·10⁶ - 12·15·10³, Γμ = 79,82 ΜΓμ.

3.17. Общее выражение для мгновенной частоты ЧМ-сигнала с модуляцией одним тоном записывается: $\omega(t) = \omega_0 + \Delta \omega \cos \Omega t$ (1), где ω_0 , $\Delta \omega$ и Ω - соответственно несущая частота, девиация частоты и частота модуляции. Сравнивая это выражение с заданным: $\omega(t) = 10^9 \cdot (1 + 10^{-4} \cdot \cos 2 \cdot 10^3 t)$, c⁻¹ (2), получаем: $\omega_0 = 10^9 c^{-1}$, $\Delta \omega = 10^9 \cdot 10^{-4} = 10^5 c^{-1}$, $\Omega = 2 \cdot 10^3 c^{-1}$. Общее выражение для ЧМ-сигнала с модуляцией одним тоном записывается: $u_{4M}(t) = U_0 \cos (\omega_0 t + m \sin \Omega t)$ (3), где *m* - индекс модуляции, $\Psi(t) = \omega_0 t + m \sin \Omega t$ (4) - полная фаза сигнала. При этом мгновенная частота и полная фаза связаны между собой следующими соотношениями: $\omega(t) = d \Psi(t) / dt$ (5), $\Psi(t) = \int_{0}^{t} \omega(\tau) d\tau$ (6). Из (6) и (1) получаем: $\Psi(t) = \omega_0 t + (\Delta \omega / \Omega) \cdot \sin \Omega t$ (7). Сравнивая (4) и (7), имеем: $m = \Delta \omega / \Omega$ (8). Подставляя сюда приведенные выше значения $\Delta \omega$ и Ω , получаем: $m = 10^5 / 2 \cdot 10^3 = 50$. Подставляя в (3) $U_0 = 2.7$ В; m = 50; $\omega_0 = 10^9 c^{-1}$ и $\Omega = 2 \cdot 10^3 c^{-1}$, окончательно получаем:

= 50; $\omega_0 = 10^\circ$ с ¹ и $\Omega = 2.10^\circ$ с ¹, окончательно получа $u_{YM}(t) = 2.7 \cos(10^9 t + 50 \sin 2.10^3 t)$, В.

3.19. Общее выражение для сигнала с однотональной частотной модуляцией записывается: $u_{4M}(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + m \sin \Omega t)$ (1), где U_0 - амплитуда сигнала, m - индекс модуляции, $\omega_0 = 2\pi f_0$ (2) и $\Omega = 2\pi F$ (3) - угловые частоты несущей и модулирующего колебания, а f_0 и F - соответствующие циклические частоты. Мгновенная круговая частота сигнала $\omega(t)$ определяется как производная его полной фазы $\Psi(t) = \omega_0 t + m \sin \Omega t$ (4), то есть $\omega(t) = d \Psi(t) / dt$ (5). При этом с учетом (2) и (3) получаем: $\omega(t) = 2\pi f(t) = 2\pi [f_0 + m \cos (2\pi Ft)]$ (6), откуда для циклической частоты имеем: $f(t) = f_0 + m \cos (2\pi Ft)$ (7). Из (7) следует, что максимальная и минимальная циклические частоты сигнала равны: $f_{max} = f_0 + m F$ (8), $f_{min} = f_0 - m F$ (9). Подставляя в (8) и (9) исходные данные, получаем: $f_{max} = 50 \cdot 10^6 + 40 \cdot 7 \cdot 10^3$, $\Gamma \mu = 49,72$ МГ μ .

Раздел 4

4.1. Частотный коэффициент передачи усилителя с резистивной нагрузкой определяется выражением: $K(j\omega) = -SR_{_{2K}} (1 + j\omega C_nR_{_{2K6}})$ (1), где $R_{_{2K6}} = =R_nR_i/(R_n + R_i)$ (2) - эквивалентное сопротивление нагрузки. При этом, как следует из (1), коэффициент усиления на нулевой частоте равен: $K_0 = SR_{_{2K6}}$ (3). С учетом (1) и (3) АЧХ усилителя записывается: $K(\omega) = |K(j\omega)| = K_0/\sqrt{1 + (\omega C_n R_{_{2K6}})^2}$ (4). Как следует из (4), граничная частота $\omega_{_{2P}}$, на которой усиление падает в $\sqrt{2}$ раза, равна: $\omega_{_{2P}} = 2\pi f_{_{2P}} = 1/C_n R_{_{2K6}}$ (5). Из (2), подставляя исходные данные, получаем: $R_{_{2K6}} = 1,6\cdot15/(1,6\cdot+15) = 1,44$ кОм. При этом из (3), подставляя исходные данные, имеем: $K_0 = 20\cdot10^{-3}\cdot1,44\cdot10^3 = 28,8$. Из (5), переходя от круговой частоты к циклической и подставляя исходные данные, получаем: $f_{_{2P}} = 1/2\pi C_n R_{_{2K6}} = 1/6,28\cdot30\cdot10^{-12}\cdot1,44\cdot10^3 = 3,7\cdot10^6$ Гц = 3,7 МГц.

4.3. При входном сигнале $U_{AM}(t) = U_0 (1 + M \cos \Omega t) \cos \omega_0 t$ (1) сигнал на выходе усилителя записывается: $U_{AM \ {ebix}}(t) = -K_{pe3 \ {>} Ke} U_0 [(1 + M_{ebix} \cos (\Omega t - \upsilon_{\Omega})] \cdots \cos \omega_0 t$ (2), где $K_{pe3 \ 3\kappa6}$ - эквивалентный коэффициент усиления, $M_{6blx} = M / \sqrt{1 + \xi_{\Omega}^2}$ (3), $\xi_{\Omega} = = 2Q_{3\kappa6}\Omega / \omega_{pe3}$ (4) - обобщенная расстройка контура на боковой частоте $\omega_0 + \Omega$, $\upsilon_{\Omega} = arctg \ \xi_{\Omega}$ (5) и $t_{3a0} = \xi_{\Omega} / \Omega$ (6) - сдвиг фазы и задержка огибающей сигнала. Из (3) - (6) получаем: $M_{6blx} = M / \sqrt{1 + (2Q_{3\kappa6}\Omega/\omega_{pe3})^2}$ (7), $t_{3a0} = (1/\Omega) \ arctg \ (2Q_{3\kappa6}\Omega / \omega_{pe3})$ (8). Подставляя в (7) и (8) исходные данные, получаем: $M_{6blx} = 0.8 / 1 + (2.75 \cdot 3 \cdot 10^4 / 5 \cdot 10^6)^2 = 0.6; \ t_{3a0} = (1 / 3 \cdot 10^4) \ arctg \ (2.75 \cdot 3 \cdot 10^4 / 5 \cdot 10^6) = 24.43$ мкс.

4.5. Переходная характеристика g(t) связана с импульсной характеристикой h(t) соотношением: $g(t) = \int_{0}^{t} h(\tau) d\tau$ (1). Интеграл от константы - линейная функция. Например, $\int_{0}^{T} A dt = At \Big|_{0}^{T} = AT$ (2). Значение определенного интеграла равно площа-

ди под кривой, отображающей подынтегральную функцию, с учетом знака. В результате получаем переходную функцию, представленную на рис. 4.5, которая получена путем поэлементного интегрирования в интервалах длительностью *T*.

$$AT = A(1-a+a^2)T = A(1-a+a^2-a^3+a^4)T$$

$$A(1-a)T = A(1-a+a^2-a^3)T = A(1-a+a^2-a^3+a^4-a^5)T$$

$$A(1-a+a^2-a^3)T = A(1-a+a^2-a^3+a^4-a^5)T$$

$$T = 2T = 3T = 4T = 5T = 6T$$
Puc. 4.5

На рисунке приведены текущие значения вычисленного указанным выше *т* способом определенного интеграла, отнесенные к концу текущего временного интервала. Предельное значение g(t)при $N \to \infty$, где N - число коммутаций h(t), может быть определено следую-

щим образом. Элементы ряда 1 - $a + a^2 - a^3 + a^4 - a^5 + ... представляют собой геометрическую прогрессию с начальным элементом <math>a_0 = 1$ и знаменателем прогрессии q = -a. Сумма этого ряда равна: $\Sigma = a_0 / (1 - q) = a_0 / (1 + a) = 1/1, 8 \approx 0,56$ (3). Соответственно $g(t)|_{t \to \infty} = AT \cdot \Sigma \approx 0,56 AT$.

4.7. Общее выражение для AM-сигнала, модулированного одним тоном, записывается: $u_{ex}(t) = U_0 (1 + M \cos \Omega t) \cos \omega_0 t$ (1). Сравнивая это выражение с заданным: $u_{ex}(t) = 15 [1 + 0.8 \cos (2\pi \cdot 10^3 t)] \cos (2\pi \cdot 10^6 t)$, мВ (2), имеем: $U_0 = 15$ мВ; M = 0.8; $\Omega = 2\pi F = 2\pi \cdot 10^4$ с⁻¹; $M = 10^4$ Гц; $\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi \cdot 10^6$ с⁻¹; $f_0 = f_{pes} = 10^6$ Гц. Напряжение на выходе резонансного усилителя записывается: $u_{ebx}(t) = -K_{pes} U_0 [1 + (M / \sqrt{1 + \xi_{\Omega}^2}) \cos (\Omega t - \upsilon_{\Omega})] \cos \omega_0 t$ (3), где K_{pes} - резонансный коэффициент усиления, $\xi_{\Omega} = 2Q_{3Ke}\Omega / \omega_{pes}$ - обобщенная расстройка контура на верхней боковой частоте $\omega_0 + \Omega$, $\upsilon_{\Omega} = arctg \xi_{\Omega}$ - сдвиг фазы огибающей сигнала, которому соответствует время ее запаздывания $t_{3an} = \xi_{\Omega} / \Omega$. Подставляя в (3) значения параметров $K_{pes}, f_{pes}, Q_{3Ke}, U_0, F$ и M, получаем:

$$u_{gbix}(t) = -0.75 \left[1 + 0.424 \cos\left(2\pi \cdot 10^4 t - 1.012\right)\right] \cos 2\pi \cdot 10^6 t, \text{ B} \quad (4)$$

4.9. Поскольку импульсная характеристика ЦФ конечна, он относится к трансверсальным фильтрам. Частотный коэффициент передачи ЦФ $K(j\omega)$ может быть определен через его системную функцию H(z): $K(j\omega) = H(z)|_{z = exp(j\omega\Delta)}$ (1), где Δ - шаг дискретизации импульсной характеристики фильтра $\{h_k\}$. При этом системная функция H(z), в свою очередь, связана с $\{h_k\} z$ - преобразованием: $H(z) = \sum_{\kappa=0}^{\infty} h_{\kappa} z^{-\kappa}$ (2). Подставляя в (2) $\{h_k\} = (1, -1, 0, 0)$ (3), получаем: $H(z) = 1 - z^{-1}$ (4), откуда с учетом (1) имеем: $K(j\omega) = 1 - z^{-1}|_{z = exp(j\omega\Delta)} = 1 - exp(j\omega\Delta)$ (5). Из (5) получаем АЧХ и ФЧХ в виде: $|K(j\omega)| = |1 - exp(j\omega\Delta)| = |1 - \cos \omega\Delta + j \sin \omega\Delta| =$ $= (1 - \cos \omega\Delta)^2 + \sin^2 \omega\Delta + \sin^2 \omega\Delta = \sqrt{2(1 - \cos\omega\Delta)} = 2 |\sin (\omega\Delta/2)|$ (6), $\phi(\omega) = arg K(j\omega) = arctg [\sin \omega\Delta / (1 - \cos \omega\Delta)]$ (7).



Рис. 4.6

4.11. Рассматриваемый ЦФ является трансверсальным фильтром 2-го порядка, поскольку при вычислении выходной последовательности используются значения только входной последовательности. В общем виде его алгоритм записывается: $y_i = = a_0x_i + a_1x_{i-1} + a_2x_{i-2}$ (1), где в соответствии с условиями задачи $a_0 = 1,75$; $a_1 = -0,55$; $a_2 = 0,25$. Применяя к левой и правой частям (1) z - преобразование, получаем:

 $Y(z) = a_0 X(z) + a_1 z^{-1} X(z) + a_2 z^{-2} X(z)$, (2), где z^{-1} - символ сдвига последовательности на один шаг. В соответствии с (2) и с учетом (1) структурная схема ЦФ имеет вид, представленный на рис. 4.6. Системная функция ЦФ H(z) определяется как отношение z - преобразований выходной и входной последовательностей и с учетом (2) и (1) записывается: $H(z) = Y(z)/X(z) = a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} = (a_0 z^2 + a_1 z + a_2) / z^2 = = (1,75z^2 - 0,55z + 0,25) / z^2$ (3).

4. 13. Импульсная характеристика ЦФ является обратным *z* - преобразованием его системной функции H(z): $h_{\kappa} = (1/2\pi j) \oint z^{\kappa-1} H(z) dz$ (1). Системная функция определяется как отношение *z* - преобразований выходной и входной последовательностей: H(z) = Y(z)/X(z) (2). Для ее определения применим *z* - преобразование к левой и правой частям описывающего работу ЦФ разностного уравнения $y_i = 2,5x_i$ - - 0,8 y_{i-1} (3). В результате получаем: $Y(z) = 2,5X(z) - 0,8z^{-1}Y(z)$ (4). Здесь z^{-1} -символ сдвига последовательности на один шаг. Из (2) с учетом (4) получаем: $H(z) = 2,5 / (1 + 0,8 z^{-1}) = 2,5z / (z + 0,8)$ (5). Подставляя (5) в (1), получаем: $h_k = (1/2\pi j) \cdot [\oint 2,5z^k / (z + 0,8)] dz$ (6). Контурный интеграл в (6) вычисляется с использованием вычетов. При этом если подынтегральное выражение f(z) имеет полюс *a* 1-го порядка, а $f(z) = \varphi(z) / \psi(z)$, то алгоритм вычисления следующий: $\oint f(z) dz = 2\pi j \operatorname{res} [f(z)]|_{z=a}$ (7), где $\operatorname{res} [f(z)]|_{z=a} = \varphi(z) / \psi'(z)|_{z=a}$ (8). В нашем случае имеет ем: $f(z) = 2,5z^k / (z + 0,8), \varphi(z) = 2,5z^k, \psi(z) = z + 0,8$, полюс 1-го порядка a = -0,8.

Соответственно из (6) с учетом (7) и (8) получаем: $h_k = 2,5(-0,8)^k$, откуда имеем: $\{h_k\} = [2,5; -2,5\cdot0,8; 2,5\cdot(0,8)^2; -2,5\cdot(0,8)^3 + ...] = (2,5; -2; 1,6; -1,28;...).$

4.15. Разностное уравнение, описывающее алгоритм работы ЦФ, задается дискретной сверткой импульсной характеристики ЦФ и входной последовательности. При этом для заданной последовательности неограниченной протяженности $\{h_k\} = [1, exp(-\Delta/\tau), exp(-2\Delta/\tau),]$ (1) свертка записывается в виде: $y_i = \sum_{k=1}^{\infty} h_k x_{i-k} =$ $=h_0 x_i + h_1 x_{i-1} + h_2 x_{i-2} + ...$ (2). Подставляя сюда значения h_k из (1), получаем:

 $y_i = x_i + exp(-\Delta/\tau) x_{i-1} + exp(-2\Delta/\tau) x_{i-2} + ...$ (3). Частотный коэффициент передачи ЦФ $K(j\omega)$ может быть определен через его системную функцию H(z): $K(j\omega) =$ (4). Системная функция ЦФ, в свою очередь, связана с его импульс- $=H(z)|_{z=exp(j\omega\Delta)}$

ной характеристикой $\{h_k\}$ z - преобразованием: $H(z) = \sum_{\kappa=0}^{\infty} h_{\kappa} z^{-\kappa}$ (5), которое при

{ h_k } вида (3) запишется: $H(z) = 1 + exp(-\Delta/\tau)/z + exp(-2\Delta/\tau)/z^2 + ...$ (5) Сумма в (5) представляет собой сумму геометрической прогрессии со знаменателем $q = exp(-\Delta/\tau)/z$ и первым членом $a_1 = 1$, которая равна: $H(z) = a_1/(1-q) = 1/[1-z]$ - *exp*(- Δ/τ)/*z*] (6). При этом с учетом (4) имеем: $K(j\omega) = 1 / (1 - exp \{ -\Delta [(1/\tau) +$



(7). Переписав (6) в виде: $H(z) = z / [z - exp(-\Delta/\tau)]$ (8) и сравнив это выражение с выражением для системной функции рекурсивного ЦФ 1-го порядка H(z) = az / (z - b) (9), видим, что рассматриваемый ЦФ является именно таким фильтром с коэффициентами: *a* = 1, $b = exp(-\Delta/\tau)$ и описывается разностным уравнением: $y_i = x_i - exp(-\Delta/\tau) x_{i-1}$ (10). Структурная схема ЦФ представлена на рис. 4.7.

4.17. Z - преобразование дискретного сигнала $\{x_k\}$ записывается: X(z) = $=\sum_{k=0}^{\infty} x_k z^{-k}$ (1). Подставляя в (1) выражение для общего члена заданного дискретного сигнала $x_k = \alpha^k$, (2), где k = 0, 1, 2, ..., получаем: $X(z) = 1 + (\alpha/z) + (\alpha/z)^2 + ...(3)$.

Члены ряда (3) представляют собой геометрическую последовательность с неограниченным числом членов. Их сумма определяется выражением: $X(z) = a_1/(1 - q)$ (4), где $a_1 = 1$ - первый член геометрической последовательности, а $q = \alpha/z$ - ее знаменатель. При этом $X(z) = 1 / [1 - (\alpha/z)] = z / (z - \alpha)$ (5).

Раздел 5

5.1. Степенная аппроксимация ВАХ нелинейного элемента i(u) в окрестности рабочей точки U₀ представляет собой ряд Тейлора, коэффициенты которого вычисляются в соответствии с алгоритмом: $a_n = (1/n!) d^n i(u) / du^n |_{u = U_{i0}}$ (1). При $U_0 = 2$ В и заданной ВАХ $i(u) = 10 u^3$, мА (2) из (1) получаем: $a_0 = i(U_0) = 10 \cdot 2^3 = 80$ мА, $a_1 = (1/1!) di(u) / du \Big|_{u = U_{j_0}} = 30 U_0^2 = 30 \cdot 2^2 = 120$ мА/В, $a_2 = (1/2!) \cdot d^2 i(u) / du^2 \Big|_{u = U_{j_0}} = 60 U_0/2 = 30 \cdot 2 = 60$ мА/В², $a_3 = (1/3!) \cdot d^3 i(u) / du^3 \Big|_{u = U_{j_0}} = 60/6 = 10$ мА/В³. Подставляя эти коэффициенты в общее выражение для степенной аппроксимации ВАХ (2)

полиномом 3-ей степени $i(u) = a_0 + a_1(u - U_0) + a_2(u - U_0)^2 + a_3(u - U_0)^3$, мА (3), при $U_0 = 2$ В, получаем: $i(u) = 80 + 120(u - 2) + 60(u - 2)^2 + 10(u - 2)^3$, мА (4).

5.3. В общем виде выражения для кусочно-линейной аппроксимации входной характеристики транзистора и напряжения на его входе записываются: $i_{\delta}(u_{\delta_3}) = 0$ при $u_{\delta_3} < U_n$, $S(u_{\delta_3} - U_n)$, мА при $u_{\delta_3} \ge U_n$ (1); $u_{\delta_3}(t) = U_0 + U_m \cos \omega t$ (2). При этом в соответствии с заданием имеем: крутизна линейного участка характеристики S = 10 мА/В; начальное напряжение, соответствующее точке излома характеристики, $U_n = 0,6$ В; напряжение смещения $U_0 = 0,4$ В; амплитуда входного напряжения $U_m = 0,75$ В. При этом мощность P_{δ} , выделяемая в цепи базы транзистора равна: $P_{\delta} = I_0 U_0 + I_1 U_m / 2$ (3), где $I_0 = S U_m \gamma_0(\theta) = (S U_m / \pi)(\sin \theta - \theta \cos \theta)$ (4) и $I_1 = = S U_m \gamma_1(\theta) = (S U_m / \pi)(\theta - \sin \theta \cos \theta)$ (5) - постоянная составляющая и амплитуда 1-ой гармоники тока в нелинейном элементе при кусочно-линейной аппроксимации; $\gamma_0(\theta)$ и $\gamma_1(\theta)$ - коэффициенты Берга нулевого и 1-го порядков; θ - угол отсечки тока, определяемый выражением: $\cos \theta = (U_n - U_0)/U_m$ (6), откуда имеем: $\theta = arccos [(U_n - U_0)/U_m)]$ (7), $\sin \theta = \sqrt{1 - [(U_n - U_0)/U_m]^2}$ (8). Подставляя в (3) - (8) значения нараметров: S, U_n, U_0 и U_m , получаем: $P_{\delta} = 1,52$ мВт.

5.5. На рис. 5.7 приведена рассматриваемая ВАХ нелинейного элемента.



Ток i(u) в нелинейном элементе такого вида можно представить в виде разности токов в нелинейных элементах с ВАХ, приведенных на рис. 5.8 и 5.9: $i(u) = i_1(u) - i_2(u)$. (1). При этом выражения для этих ВАХ записываются:

 $i_1(u) = 0$ при $u < U_{\mu 1}$, $S(u_{6_3} - U_{\mu 1})$ при $u \ge U_{\mu 1}$ (2); $i_2(u) = 0$ при $u < U_{\mu 2}$, $S(u_{6_3} - U_{\mu 2})$ при $u \ge U_{\mu 2}$ (3). С учетом (1) выражения для постоянной составляющей I_0 и амплитуды первой гармоники I_1 тока в нелинейном элементе записываются: $I_0 = I_{01} - I_{02}$ (4), $I_1 = I_{11} - I_{12}$ (5), где $I_{01(2)} = SU_m \gamma_0(\theta_{1(2)})$ (6), $I_{11(2)} = SU_m \gamma_1(\theta_{1(2)})$ (7), $\gamma_0(\theta) = = (1/\pi)(\sin \theta - \theta \cos \theta)$ (8), $\gamma_1(\theta) = (1/\pi)(\theta - \sin \theta \cos \theta)$ (9), U_m - амплитуда напряжения на входе нелинейного элемента, $\gamma_0(\theta)$ и $\gamma_1(\theta)$ - коэффициенты Берга нулевого и 1-го порядков. Углы отсечки тока θ_1 и θ_2 определяются из выражения: $\cos \theta_{1(2)} = = (U_{\mu 1(2)} - U_0)/U_m$ (10), откуда имеем: $\theta_{1(2)} = \arccos [(U_{\mu 1(2)} - U_0)/U_m)]$ (11), $\sin \theta_{1(2)} = \sqrt{1 - [(U_n - U_0)/U_m]^2}$ (12).

5.7. В общем виде выражение для кусочно-линейной аппроксимации проходной характеристики транзистора записывается: $i_{\kappa}(u_{5}) = 0$ при $u_{5} < U_{\mu}$, $S(u_{5} - U_{\mu})$, мА при $u_{5} \ge U_{\mu}$ (1). Из сравнения этого выражения с заданным следует, что крутизна линейного участка ВАХ S = 50 мА/В, а начальное напряжение $U_{\mu} = 0,2$ В. На границе перенапряженного режима работы усилителя амплитуда выходного напря-

жения $U_{m \ 6blx} \approx E_n$ (2). При этом $U_{m \ 6blx} = I_1 R_{pe3}$ (3), где $I_1 = SU_{m \ 6x} \gamma_1(\theta)$ (4) - амплитуда 1-ой гармоники коллекторного тока, $\gamma_1(\theta) = (1/\pi)(\theta - \sin \theta \cos \theta)$ (5) - коэффициент Берга 1-го порядка. Угол отсечки тока θ определяется из выражения: $\cos \theta = (U_n - U_0)/U_{m \ 6x}$ (6), откуда имеем: $\theta = \arccos [(U_n - U_0)/U_{m \ 6x})]$ (7), $\sin \theta = \sqrt{1 - [(U_n - U_0)/U_m]^2}$ (8). Из (6) - (8) с учетом того, что $U_n = U_0$ получаем: $\theta_1 = \pi/2$, $\cos \theta = 0$, $\sin \theta = 1$. При этом из (3) с учетом (2), (4), (5) получаем: $U_{m \ 6x} \approx E_n/SR_{pe3}(1/\pi)(\pi/2) \approx 9/50\cdot10^{-3}\cdot0,8\cdot10^{3}\cdot0,5$ В $\approx 0,45$ В.

5.9. Подставив в выражение для вольт-амперной характеристики нелинейного резистора $i(u) = 25 \ u + 4 \ u^2$, мА (1) входное напряжение модулятора $u(t) = 5 + 2 \cos \Omega t + 1,5 \cos \omega_0 t$, В (2), получаем: $i(u) = 25 (5 + 2 \cos \Omega t + 1,5 \cos \omega_0 t) + 4 (5 + 2 \cos \Omega t + 1,5 \cos \omega_0 t)^2 = 125 + 50 \cos \Omega t + <u>37,5 \cos \omega_0 t} + 4 [(5 + 2 \cos \Omega t)^2 + 2 (5 + +2 \cos \Omega t) 1,5 \cos \omega_0 t} + (1,5 \cos \omega_0 t)^2]$, мА (3). Подчеркнутые в (3) члены дают спектральные составляющие, группирующиеся вблизи несущей частоты ω_0 , которые, будучи выделенными полосовым фильтром модулятора, образуют амплитудномодулированный (AM) ток: $i_{AM}(t) = 37,5 \cos \omega_0 t + 60 \cos \omega_0 t + 24 \cos \Omega t \cdot \cos \omega_0 t = =97,5 [1 + (24/97,5) \cos \Omega t] \cos \omega_0 t$, мА = 97,5 (1 + 0,246 cos Ωt) cos $\omega_0 t$, мА (4). Сравнивая (4) с общим выражением для однотонального AM-тока $i_{AM}(t) = I_m \ nec$ (1 + $M \cos \Omega t$) cos $\omega_0 t$ (5), получаем: $I_m \ nec = 97,5$, мА; M = 0,246.</u>

5.11. Коэффициент модуляции амплитудно-модулированного (АМ) сигнала может быть определен из выражения: $M = (U_{m \ \textit{вых max}} - U_{m \ \textit{вых min}}) / (U_{m \ \textit{вых max}} +$ $+U_{m \ вых \ min}$) (1), где $U_{m \ вых \ max}$ и $U_{m \ вых \ min}$ - максимальное и минимальное значения амплитуды выходного сигнала, определяемой при кусочно-линейной аппроксимации ВАХ нелинейного элемента выражением: $U_{m \ вых} = I_1 R_{pes} = S U_m \gamma_1(\theta) R_{pes}$ (2), где R_{pe3} - резонансное сопротивление усилителя модулятора, $\gamma_1(\theta) = (1/\pi)$ $(\theta - \sin \theta \cos \theta)$ (3) - коэффициент Берга 1-го порядка. Угол отсечки тока θ определяется из выражения: $\cos \theta = (U_H - U_0)/U_m {}_{ex}$ (4), откуда имеен $\theta = \arccos \left[(U_H - U_0)/U_m {}_{ex} \right]$ (5), $\sin \theta = \sqrt{1 - \left[(U_H - U_0)/U_m \right]^2}$ (6). Из (2) видно, что (4), откуда имеем: I_1/SU_m на графике модуляционной характеристики есть ни что иное как коэффициент Берга $\gamma_1(\theta)$, построенный в функции $(U_0 - U_n)/U_m = -(U_n - U_0)/U_m$. При этом из (1) и (2) следует: $M = (\gamma_{1max} - \gamma_{1min}) / (\gamma_{1max} + \gamma_{1min})$ (7). Принимая, что в пределах линеймодуляционной характеристики, приведенной в ности условиях задачи. $\gamma_{1max} = 0.95; \gamma_{1min} = 0.05,$ из (7) получаем: M = (0.95 - 0.05) / (0.95 + 0.05) = 0.9.

5.13. Комбинационные частоты тока в нелинейном элементе при степенной аппроксимации его ВАХ и полигармоническом входном воздействии определяются выражением: $\omega = |n_1\omega_1 + n_2\omega_2...+n_m\omega_m+...|$ (1), где ω_m - частоты входного сигнала, n_m - любые целые числа, включая **0**. Порядок комбинационной частоты определяется выражением: $N = |n_1| + |n_2|...+|n_m| + ...$ (2). При этом член вида $a_N(u - U_0)^N$ в степенной аппроксимации ВАХ дает комбинационные частоты порядков: N, N - 2, N - 4,...до **0** или **1** включительно. По условиям задачи ВАХ нелинейного элемента описывается полиномом 2-ой степени: $i(u) = a_0 + a_1 u + a_2 u^2$ (3) (здесь $U_0 = 0$), а

входное воздействие - бигармоническое: $u(t) = U_{m1} \cos \omega_1 t + U_{m2} \cos \omega_2 t$ (4). Из (3) следует, что член $a_0 c N = 0$ дает комбинационную частоту порядка 0, член $a_1 u c N = 1$ дает комбинационную частоту порядка 1, член $a_2 u^2 c N = 2$ дает комбинационные частоты порядков 2 и 0. Подстановка (4) в (3) дает: постоянную составляющую с частотой $\omega = 0$ (комбинационную частоту порядка 0), равную $a_0 + a_2(U_{m1}^2 + U_{m2}^2)/2$; составляющие с комбинационными частотами 1-го порядка ω_1 и ω_2 , имеющие соответственно амплитуды a_1U_{m1} и a_2U_{m2} ; составляющие с комбинационными частотами 2-го порядка $2\omega_1$ и $2\omega_2$, имеющие соответственно амплитуды $a_2U_{m1}^2/2$ и $a_2U_{m2}^2/2$ и составляющие с комбинационными частотами $\omega_1 + \omega_2$ и $\omega_1 - \omega_2$, имеющие амплитуды $a_2U_{m1}U_{m2}$. Заметим, что при расчете спектрального состава то-ка в нелинейном элементе были использованы формулы: $\cos^2\alpha = (1 + \cos 2\alpha)/2$ (5), $\cos \alpha \cdot \cos \beta = [\cos (\alpha + \beta) + \cos (\alpha - \beta)]/2$ (6).

5.15. Ток в резистивном параметрическом элементе с проводимостью $G(t) = G_0 + G_1 \sin \omega_y t$ (1) при подаче на его вход напряжения $u(t) = U_m \cos \omega_0 t$ (2) записывается: $i(t) = G(t) \cdot u(t) = (G_0 + G_1 \sin \omega_y t) \cdot U_m \cos \omega_0 t = G_0 \cos \omega_0 t + (1/2) G_1 U_m \cdot \sin [(\omega_0 + \omega_y)t] + (1/2) G_1 U_m \cdot \sin [(\omega_0 - \omega_y)t]$ (3). При выводе этого выражения использована формула: $\cos \alpha \cdot \sin \beta = [\sin (\alpha \cdot + \beta) - \sin (\alpha \cdot - \beta)]/2$ (4). Поскольку согласно условиям задачи $\omega_0 = 2\pi \cdot 10^7 c^{-1}$, а $\omega_y = 2\pi \cdot 10^6 c^{-1}$, составляющей тока в параметрическом элементе с циклической частотой 9 МГц является последний член в выражении (3) ($10^7 - 10^6 = 9 \cdot 10^6 = 9 \text{ МГц}$). Амплитуда этой составляющей тока равна $I_m = G_1 U_m/2$ (5). Подставляя в (5) значения $G_1 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ См и } U_m = 1,5 \text{ В, полученные из сравнения (1) и (2) с соответствующими выражениями из условия задачи: <math>G(t) = 10^{-3} + +2 \cdot 10^{-4} \sin 2\pi \cdot 10^6 t$, См (6), $u(t) = 1,5 \cos 2\pi \cdot 10^7 t$, В (7), получаем: $I_m = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 1,5/2 = =1,5 \cdot 10^{-4} \text{ A} = 150 \text{ мкA}.$

5.17. Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) одиночного колебательного контура, настроенного на частоту сигнала $\omega_c = 2\pi f_c$ записывается: $K(\omega) = |K(j\omega)| = K_p / \sqrt{1 + [2Q(\omega - \omega_c) / \omega_c]^2}$ (1), а в функции циклической частоты $K(f) = |K(j2\pi f)| = K_p / \sqrt{1 + [2Q(f - f_c) / f_c]^2}$ (2), где K_p - резонансный коэффициент усиления. Ослабление помехи по зеркальному каналу, в качестве которой рассматривается сигнал на частоте f_3 , расположенной на оси частот «зеркально» с частотой сигнала f_c относительно частоты гетеродина f_c , отстоящей от f_c на промежуточную частоту f_{np} , с учетом (2) записывается: $\Delta_s = 20 lg[K(f_s)/K_p]$, дБ = -20 $lg \sqrt{1 + [2Q(f_3 - f_c) / f_c]^2} = -10 lg \{1 + [2Q(f_3 - f_c) / f_c]^2\}$, дБ (3). Здесь учтено, что $lg x^n = n lgx$, а n = 1/2. С учетом того, что $|f_3 - f_c| = 2f_{np}$, и согласно условию задачи: $\Delta_s = -25$ дБ, $f_{np} = 465$ кГц = $0.465 \ 10^6$ Гц, $f_c = f_c + f_{np} = 7.5 \cdot 10^6 + 0.465 \ 10^6 = 7.965$ МГц, из (3) имеем: $lg \{1 + [2Q(f_3 - f_c) / f_c]^2\} = lg [1 + 16 \cdot (0.465 / 7.965)^2 \cdot Q^2] = lg (1 + 5.38 \cdot 10^{-2} Q^2) = 2.5$ (5). Учитывая, что $2.5 = lg \ 10^{2.5} = lg \ 316$ (6), и сравнивая (5) и (6), имеем: $5.38 \cdot 10^{-2} Q^2 = 315$, откуда получаем: $Q = 10 \cdot 315 / 5.38 = 76.5$.

5.19. Ток в параметрическом конденсаторе определяется из выражения: i(t) = d q(t) / dt (1), где $q(t) = C(t) \cdot u(t)$ (2) - заряд в конденсаторе, $u(t) = at \sigma(t)$ (3) и

 $C(t) = C_0 \exp(-t/\tau) \sigma(t)$ (4) соответственно напряжение на входе конденсатора и его емкость, а $\sigma(t)$ - функция Хевисайда. Подставляя (2) - (4) в (1) и производя дифференцирование, получаем: $i(t) = aC_0 d[t \exp(-t/\tau)] / dt = aC_0 \{[(dt / dt) \cdot exp(-t/\tau) + t \cdot d [exp(-t/\tau)] / dt\} = aC_0 \cdot [1 - (t/\tau)] \cdot [exp(-t/\tau)] \cdot \sigma(t)$ (5).

Раздел 6

6.1. Уравнение состояния для цепи с внутренней обратной связью, состоящей из элементов с передаточными функциями $K_1(p)$ и $\beta(p)$, записывается: $V(p) = U_{ex}(p) K_1(p) + V(p) \beta_1(p) K_1(p)$ (1), откуда получаем выражение для ее передаточной функции: $K_{1 oc}(p) = V(p) / U_{ex}(p) = K_1(p) / [1 - \beta_1(p) K_1(p)]$ (2). При этом уравнение состояния для цепи с двумя петлями обратной связи записывается: $U_{eblx}(p) = U_{ex}(p) K_{1 oc}(p) K_2(p) + U_{eblx}(p) \beta_2(p) \cdot K_{1 oc}(p) K_2(p)$ (3), откуда с учетом (2) получаем передаточную функцию этой цепи: $K_{oc}(p) = U_{eblx}(p) / U_{ex}(p) = K_{1 oc}(p) K_2(p) / [1 - \beta_2(p) \cdot K_{1 oc}(p) K_2(p)] = K_1(p) K_2(p) / [1 - [\beta_1(p) K_1(p) + \beta_2(p) \cdot K_1(p) K_2(p)]]$ (4).

6.3. Уравнение состояния для операционного усилителя (OУ) с обратной связью записывается: $U_{\textit{sbix}}(p) = U_{\textit{ex}}(p) K_{OY}(p) K_2(p) - U_{\textit{sbix}}(p) K_{OY}(p)$ (1), где $K_{OY}(p) = K_0 / (1 + \tau_{OY})$ (2) - передаточная функция OУ, K_0 и τ_{OY} - коэффициент усиления и постоянная времени OУ. Подставляя (2) в (1), получаем $U_{\textit{sbix}}(p) = U_{\textit{ex}}(p) [K_0 / (1 + \tau_{OY})] - U_{\textit{sbix}}(p) [K_0 / (1 + \tau_{OY})]$ (3), откуда для передаточной функции OУ с обратной связью имеем: $K_{oc}(p) = U_{\textit{sbix}}(p) / U_{\textit{ex}}(p) = [K_0 / (K_0 + 1)] / [1 + p\tau_{OY} / (K_0 + 1)]$ (4). Из (4) получаем частотный коэффициент передачи цепи: $K_{oc}(j\omega) = K_{oc}(p) |_{p = j\omega} = [K_0 / (K_0 + 1)] / [1 + j\omega\tau_{OY} / (K_0 + 1)]$ (5), откуда для амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) имеем: $|K_{oc}(j\omega)| = [K_0 / (K_0 + 1)] / \sqrt{1 + [\omega \tau_{oy} / (K_0 + 1)]^2}$ (6). Из (6) следует, что уменьшение АЧХ до уровня $1 / \sqrt{2} = 0,707$ от ее максимального значения, равного $K_0 / (K_0 + 1)$, имеет место на частоте ω_{cp} , удовлетворяющей условию: $\omega_{cp}\tau_{OY} / (K_0 + 1)$ (7), откуда получаем: $\omega_{cp} = (K_0 + 1) / \tau_{OY}$ (8).

6.5. Согласно 2-му закону Кирхгофа для эмиттерного повторителя можем записать: $u_{ex} = u_{\bar{0}_2} + u_{g_{blx}}$ (1). Согласно закону Ома имеем: $u_{g_{blx}} = i_2 R_{\mu}$ (2), где $i_2 \approx i_{\kappa}$ (3) - ток эмиттера, R_{μ} - сопротивление нагрузки, $i_{\kappa} = S u_{\bar{0}_2}$ (4) - ток коллектора, *S* - крутизна проходной характеристики транзистора. Коэффициент усиления по напряжению равен $K_y = u_{g_{blx}} / u_{ex}$ (5). Из (2) с учетом (3) и (4) можем записать: $u_{g_{blx}} = SR_{\mu} u_{\bar{0}_2}$ (6), откуда имеем: $u_{\bar{0}_2} = u_{g_{blx}} / SR_{\mu}$ (7). Подставляя (7) в (1), получаем: $u_{ex} = (u_{g_{blx}} / SR_{\mu}) + u_{g_{blx}} = u_{g_{blx}} [1 + (1/SR_{\mu})]$ (8). Из (5) с учетом (8) имеем: $K_y = 1 / [1 + (1/SR_{\mu})] = SR_{\mu} / (1 + SR_{\mu})$ (9). Подставляя в (9) значения S = 7 мА/В и $R_{\mu} = 3$ кОм, получаем: $K_y = 7 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^3 / (1 + 7 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^3) \approx 0,96$. Из (7) и (5) имеем: $u_{\bar{0}_2} = K_y u_{\bar{0}_2} / SR_{\mu}$, откуда с учетом того, что по условию задачи $u_{\bar{0}_2} = 0,15$ В, получаем $u_{\bar{0}_2} = SR_{\mu} u_{\bar{0}_2} / K_y = 7 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 0,15 / 0,96 \approx 3,3$ В.

6.7. Эквивалентное резонансное сопротивление колебательного контура при неполном включении активного элемента в контур равно: $R_{pe3} = k_{gkn}^2 R_{pe3}$ (1), где k_{gkn} - коэффициент включения. Условие самовозбуждения автогенератора на туннельном диоде записывается: - $S_{\partial u\phi} > 1/R_{pe3}$, (2), где $S_{\partial u\phi}$ - отрицательная диффе-

ренциальная крутизна ВАХ диода в рабочей точке, имеющая смысл вносимой в контур отрицательной проводимости $G_{eH} = S_{\partial u\phi}$. При этом условие (2) означает превышение модулем G_{eH} проводимости потерь $G_{nom} = 1/R_{pe3}$, (3), приводящее к самовозбуждению автогенератора. Подставляя (1) в (2) и учитывая, что $S_{\partial u\phi} = -5$ мА/В, а $R_{pe3} = 32$ кОм, получаем условие самовозбуждения автогенератора:

$$k_{BKR} > 1 / \sqrt{(-S_{\partial u\phi})R_{pes}} = 1 / \sqrt{5 \cdot 10^{-3} \cdot 32 \cdot 10^{3}} = 0.08.$$

6.9. Стационарный режим работы автогенератора с трансформаторной обратной связью определяется точкой пересечения кривой $S_1(U)$ зависимости средней крутизны активного элемента (крутизны по первой гармонике) от амплитуды напряжения на его входе с линией обратной связи (ЛОС), проходящей на уровне $1 / \omega_0 QM$, где ω_0 , Q и M - соответственно резонансная частота колебательного контура, его добротность и коэффициент взаимоиндукции катушек в цепи обратной связи. При этом условие устойчивости стационарного режима записывается: $dS_1(U) / dU |_{U = U_{cm}} < 0$ (1), где U_{cm} - стационарная амплитуда автоколебаний, соответствующая точке пересечения $S_1(U)$ с ЛОС. При «мягком» режиме возбуждения автогенератора эта точка единственная, а при «жестком» режиме их две, причем

устойчивому режиму соответствует лишь точка, в которой выполняется условие (1). Подставляя в (1) $S_1(U) = 4 + 0,3 U^2 - 0,12 U^4$, мА/В (2) и учитывая, что по условию задачи $U_{cm} = 1,5$ В, получаем: $dS_1(U) / dU \Big|_{U = U_{cm}} = 0,6 U - 0,48 U^3 \Big|_{U = U_{cm} = 1,5 \text{ B}} = -0,72 \text{ мА/B}^2 < 0$, то есть стационарный режим устойчив.

6.11. При кусочно-линейной аппроксимации ВАХ нелинейного элемента средняя крутизна (крутизна по первой гармонике) ВАХ определяется выражением $S_1 = I_1 / U_m = SU_m \gamma_1(\theta) / U_m = S \gamma_1(\theta)$ (1), где I_1 - амплитуда 1-ой гармоники тока в нелинейном элементе, S - крутизна линейного участка ВАХ, U_m - амплитуда напряжения на его входе, $\gamma_1(\theta) = (1/\pi)(\theta - \sin \theta \cos \theta)$ (2) - коэффициент Берга 1-го порядка, θ - угол отсечки тока, определяемый из выражения: $\cos \theta = (U_n - U_0)/U_m$ (3), откуда имеем: $\theta = \arccos \left[(U_n - U_0)/U_m \right]$ (4), $\sin \theta = \sqrt{1 - \left[(U_n - U_0)/U_m \right]^2}$ (5). Из (1) - (5) имеем: $S_1 = (S/\pi) \left\{ \arccos \left[(U_n - U_0)/U_m \right]^2 - \left[(U_n - U_0)/U_m \right] \right\} \right]$ (6).

Подставляя в (6) исходные данные: S = 45 мА/В; $U_m = 1,2$ В; начальное напряжение ВАХ $U_H = 0,8$ В; напряжение смещения $U_0 = 0,55$ В, получаем: $S_1 = 16,57$ мА/В.

III. Указания к решению задач

Раздел 1

1.4. Учесть, что поскольку расстояние (метрика) ρ между сигналами u(t) и v(t) связана с ρ^2 монотонно возрастающей зависимостью, минимумы ρ и ρ^2 имеют место при одном и том же значении A.

1.6. Учесть, что спектр обращенного сигнала q(t) = s(-t) комплексно сопряжен со спектром исходного сигнала: $Q(\omega) = S^*(\omega)$.

1.8. Представить прямоугольный видеоимпульс в виде двух сдвинутых во времени импульсов включения (функций Хевисайда).

1.10. Воспользоваться тем, что интеграл от функции равен площади (с учетом знака) под графиком кривой, представляющей эту функцию.

1.12. При вычислении скалярного произведения двух сигналов (u, v) учесть, что интегрирование следует производить в области перекрытия их во времени.

1.14. Воспользоваться интегралом
$$\int \left[d\omega / (\alpha^2 + \omega^2) \right] = (1 / \alpha) \operatorname{arctg} (\omega / \alpha).$$

Раздел 2

2.12. Контурный интеграл в выражении для обратного z - преобразования вычисляется с использованием метода вычетов. Вычет в полюсе a подынтегрального выражения f(z)вычисляется по формуле res $[f(z)]_{|_{z=a}} = [1 / (m + 1)!] \cdot d^{m-1} | f(z) (z - a)^{m}|_{|_{z=a}} / dz^{m-1}$, где m - порядок полюса. При m = 1 и $f(z) = \varphi(z) / \psi(z)$ вычет вычисляется по формуле res $[f(z)]_{|_{z=a}} = \varphi(z) / \psi'(z)|_{z=a}$.

2.14. Обратить внимание на то, что боковые лепестки автокорреляционной функции рассматриваемого сигнала не превышают по модулю единицу, откуда следует, что этот сигнал относится к сигналам Баркера.

2.16. При выполнении операции сдвига дополните сигналы $\{u_i\}$ и $\{v_i\}$ нулями на «пустых» позициях слева и справа.

Раздел 3

3.4. Воспользоваться формулой $\cos (\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$, положив $\alpha = m \sin \Omega t$, $\beta = \omega t$.

3.6. Использовать связь между комплексными огибающими сигналов, сопряженных по Гильберту.

3.10. Коэффициент модуляции M определяется из системы двух равенств: $U_{max} = U_0(1 + M), U_{min} = U_0(1 - M).$

3.14. Обратить внимание на то, что m = 0,06 << 1 и поэтому данный сигнал является узкополосным, содержащим лишь три спектральные составляющие.

3.16. Обратить внимание на то, что в данном случае m >> 1, что позволяет воспользоваться приближенным выражением для расчета Π_{npakm} .

Раздел 4

4.4. При вычислении $t_{3a\partial}$ воспользоваться формулой *d* arctg $ax / dx = a / [1 + (ax)^2]$.

4.6. Использовать выражение для импульсной характеристики интегрирующей *RC* цепи.

4.8. Воспользоваться формулами связи времени установления колебаний в одноконтурном резонансном усилителе с постоянной времени колебательного контура и связи постоянной времени контура с полосой пропускания усилителя.

4.10. Воспользоваться формулой связи системной функции и частотного коэффициента передачи цифрового фильтра.

4.16. При определении импульсной характеристики цифрового фильтра по его системной функции контурный интеграл в выражении для обратного z - преобразования вычисляется с использованием метода вычетов. Вычет в полюсе a подынтегрального выражения f(z) при порядке полюса m = 1 и $f(z) = \varphi(z) / \psi(z)$ вычисляется по формуле *res* $[f(z)]_{|z=a} = \varphi(z) / \psi'(z)_{|z=a}$.

4.18. Выражение для $K(j\omega)$ при $\omega\Delta << 1$ получить, используя разложение экспоненциальных функций вида e^{α} в ряд Маклорена: $e^{\alpha} \approx 1 + (\alpha/1!) + (\alpha^2/2!) + (\alpha^3/3!) + \dots$

Раздел 5

5.2. Узлы аппроксимации следует выбирать симметрично относительно рабочей точки. Обратить внимание на разные размерности коэффициентов аппроксимации a_0, a_1, a_2 .

5.4. Входное сопротивление нелинейного элемента определить в соответствии с формулой $R_{ax1} = U_m / I_{o1}$, где U_m - амплитуда входного напряжения, I_{o1} - амплитуда 1-ой гармоники тока базы.

5.12. Воспользоваться формулой для определения коэффициента модуляции M через максимальное и минимальное значения амплитуды выходного сигнала, получаемой из системы двух равенств: $U_{max} = U_0(1 + M)$, $U_{min} = U_0(1 - M)$, и учесть, что коэффициент Берга 1-го порядка $\gamma_1(\theta)$ является монотонно возрастающей функцией угла отсечки θ .

5.14. Обратить внимание на то, что расчетная формула для определения коэффициента детектирования через параметры схемы детектора применима как для амплитудно-модулированного, так и для амплитудно-манипулированного сигнала.

5.16. При вычислении амплитуды выходного тока на промежуточной частоте воспользоваться понятием крутизны преобразования.

Раздел 6

6.2. Применить критерий Рауса-Гурвица.

6.4. Применить критерий Рауса-Гурвица.

6.6. Учесть, что поскольку в схеме интегратора использован инвертирующий вход операционного усилителя, его выходное напряжение при положительном входном напряжении отрицательно.

6.8. Воспользоваться выражением для коэффициента связи $k_{cs} = M / \sqrt{L_1 L_2}$.

6.12. Воспользоваться условием самовозбуждения автогенератора, собранного по схеме индуктивной «трехточки», $RS_{\partial u\phi} > L_1 / L_2$.

IV. Ответы к задачам

Раздел 1

1.2. $E_s = V^2 \tau_u/3$, $||s|| = V \sqrt{\tau_u/3}$, $s_{ightarrow jeta} = V \sqrt{3}$. 1.4. $A = (2/\pi) U_0 = 0,637 U_0$. 1.6. $Q_1 = 2 \operatorname{Re} S(\omega)$, $Q_2 = j 2 \operatorname{Im} S(\omega)$. 1.8. $U(p) = (U_0/p) [1 - \exp(-p\tau_u)]$, $S_u(\omega) = (U_0/j\omega) [1 - \exp(-j\omega\tau_u)]$. 1.10. $E_u = 0,191 \operatorname{B}^2 c$. 1.12. $(u_1, u_2) = 10^{-4} \operatorname{B}^2 c$, $\psi_{u1, u2} \approx \arccos 0,8 = 35^{\circ}$. 1.14. $\Delta f \approx \alpha \Gamma$ ц.

Раздел 2

2.2.
$$t_0 = 41,67$$
 MKC.
2.4. $\sigma^2_{\kappa_{\theta}} = 3,3 \ 10^{-5} \text{ B}^2$.
2.6. $c_0 = c_2 = 0, c_1 = c_3 = 1/2$.
2.8. $x(t) = 0,5 + \cos(2\pi t / T)$.
2.10. $X(z) = (z^2 + 2)(z - 1)/z^3$.
2.12. $\{x_k\} = (1, 1, 0, 0, ...)$.
2.14. $\hat{K}_s(n) = (\dots, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 5, 0, 1, 0, 1, 0, 0, \dots)$.
2.16. $\hat{K}_{uv}(n) = (\dots, 0, 0, 1, 2, -1, -2, 1, 0, 0, \dots)$.

Раздел 3

3.2. $U_s(t) = 10 \cos \Omega t - j [30 \sin \Omega t + 5 \sin (2\Omega t + \pi/4)].$ 3.4. $A_s(t) = U_m \cos (m \sin \omega t), B_s(t) = U_m \sin (m \sin \omega t).$ 3.8. $M_1 = 0.8; M_2 = 0.6.$ 3.10. $M = (U_{max} - U_{min}) / (U_{max} + U_{min}).$ 3.12. $P_{max} = 12.96 \text{ kBT}, P_{max} / P_{cp} = 2.45.$ 3.14. $u(t) = 8 \cos(10^6 t) + 0.24 \cos (1.01 \cdot 10^6 t) - 0.24 \cos (0.99 \cdot 10^6 t), \text{B}.$ 3.16. N = 34.3.18. $\omega_{max} = 3.02 \cdot c^{-1}, \omega_{min} = 2.98 \cdot c^{-1}.$ **3.20.** B = 2356, $\mu = 1,047 \cdot 10^{13} \text{ c}^{-2}$.

Раздел 4

- 4.2. $K_{pe3} = 148,6; \Pi_{(\Gamma_{II})} = 584 \ \kappa\Gamma_{II}.$ 4.4. $t_{3a\partial} = 1,27 \ \text{мкс}.$ 4.6. $h(t) = -(SR_{H3} / \tau) \ exp \ (-t/\tau), t > 0, \ \Gamma \exists e \ \tau = R_{H3} \ C_n, R_{H3} = R_H R_i / (R_H + R_i).$ 4.10. $|K(j\omega)| = (1/2)(3 + 4 \cos \omega \Delta + 2 \cos 2\omega \Delta)^{1/2}, \ \phi(\Delta\Omega) = - \arctan[(\sin \omega \Delta + \sin 2\omega \Delta) / (1 + \cos \omega \Delta + \cos 2\omega \Delta)].$ 4.12. Рассматриваемый фильтр устойчив. 4.14. $K(j\omega) = 1 + exp\{ -\Delta[(1/\tau) + j\omega]\} + exp\{ -2\Delta[(1/\tau) + j\omega]\}.$
- 4.16. $\sigma_{ablx}^2 = 5,1.10^{-6} \text{ B}^2.$

4.18. Разлагая экспоненты в выражении для $K(j\omega)$ в ряды Маклорена и ограничиваясь учетом первых трех членов при $\omega \Delta \rightarrow 0$, находим, что $K(j\omega) \approx (j\omega \Delta)^2$, то есть фильтр приближенно осуществляет операцию вычисления второй производной входного сигнала, поскольку у идеального дифференциатора $K(j\omega) = j\omega$.

Раздел 5

5.2. $a_0 = 0,15$ мА, $a_1 = 1,125$ мА/В, $a_2 = 3,125$ мА/В². 5.4. $R_{ax1} = 4,05$ Ом. 5.6. $I_0 = 2,18$ мА, $I_1 = 3,92$ мА. 5.8. $P_0 = 3,69$ мВт, $P_{ablx1} = 3,35$ мВт, $P_{nom} = 0,34$ мВт, $\eta = 0,91$. 5.10. $I_1(U_m) = 40U_m + 1,875U_m^3$ мА. 5.12. M = 0,32. 5.14. $K_{\partial em} = 0,93$. 5.16. $U_{m np} = 5,4$ мВ. 5.18. $S_{np} = 4,9$ мА/В. 5.20. $G_{au kp} = 4,3\cdot10^{-3}$ См. Раздел 6

6.2. Система неустойчива при любом K_0 .

6.4. Для устойчивости системы необходимо одновременное выполнение двух неравенств: $K_0 < 1$, $K_0 < (\tau + T_2)/T_1$.

6.6.
$$u_{gblx}(t) = -(U_0 / RC) t, 0 \le t \le t_0$$
, где $t_0 = 0,575$ мс; $E_n, t > t_0.$
6.8. $K_{cg \ \kappa p} = 0,23.$

6.10. $M_{\kappa p} = 0,067$ мкГн, $U_{cm} = 0,42$ В.

6.12. *L*₁ = **49,45** мкГн, *L*₂ = **0,55** мкГн.

V. Вопросы

Раздел 1. Классификация радиотехнических сигналов. Методы анализа аналоговых сигналов

1.1. Какие числовые характеристики применяют для описания моделей импульсных сигналов?

1.2. Как формулируется принцип динамического представления сигнала?

1.3. Дайте определение нормы сигнала.

1.4. Каков физический смысл квадрата нормы сигнала?

1.5. В чем состоит оптимальность разложения сигнала в обобщенный ряд Фурье?

1.6. Изобразите графически несколько ортогональных сигналов.

1.7. Изобразите структурную схему для аппаратурной реализации ортогонального разложения сигнала.

1.8. Почему гармоническое колебание широко используется в радиотехнике?

1.9. Дайте определение понятия «периодический сигнал». Приведите вещественные (развернутую и свернутую тригонометрические) и комплексную формы записи ряда Фурье.

1.10. Дайте определение спектральной плотности вещественного сигнала. Какими свойствами обладает спектральная плотность?

1.11. Сформулируйте условие существования спектральной плотности сигнала. В чем состоит обобщение понятия спектральной плотности на неинтегрируемые сигналы?

1.12. Как по известным спектральным плотностям двух сигналов вычислить их скалярное произведение?

1.13. Какова связь между длительностью импульса и шириной его спектра?

1.14. Как в спектральной области отображаются операции дифференцирования и интегрирования сигнала?

1.15. Как связаны между собой спектральные плотности видеоимпульса и радиоимпульса?

1.16. К каким сигналам можно применять метод преобразования Лапласа?

1.17. Могут ли быть ортогональными два сигнала, непересекающиеся как по времени, так и по спектру? Если могут, то приведите примеры таких сигналов.

1.18. Каким путем может быть осуществлена приближенная ортогонализация сигналов?

1.19. Что характеризует автокорреляционная функция сигнала?

1.20. Какая доля общей энергии прямоугольного видеоимпульса содержится в пределах первого (основного) лепестка спектральной диаграммы? Дайте определение эффективной ширины спектра.

1.21. Дайте определение автокорреляционной функции. Перечислите ее основные свойства.

1.22. Какие ограничения накладываются на вид автокорреляционной функции? Дайте им физическое обоснование.

1.23. Чем отличается автокорреляционная функция радиоимпульса от авто-корреляционной функции видеоимпульса?

1.24. Можно ли по автокорреляционной функции сигнала вычислить его спектральную плотность?

1.25. Почему неприменимо обычное определение автокорреляционной функции для случая неограниченно протяженного сигнала? Как она определяется в этом случае?

1.26. Какой сигнал считается сигналом с хорошими корреляционными свойствами?

1.27. Дайте определение взаимной корреляционной функции. Перечислите ее основные свойства.

1.28. Как связаны между собой взаимная корреляционная функция двух сигналов и их взаимный энергетический спектр?

Раздел 2. Дискретные сигналы и методы их анализа

2.1. Изобразите примерные осциллограммы идеальных низкочастотного и полосового сигналов.

2.2. Начертите графики нескольких функций, принадлежащих базису Котельникова. Перечислите их характерные свойства.

2.3. Напишите формулу ряда Котельникова и дайте словесную формулировку теоремы Котельникова.

2.4. Каков физический смысл коэффициентов ряда Котельникова?

2.5. В чем Вы видите практическое значение теоремы Котельникова для радиотехнических систем?

2.6. Чем определяется ошибка представления сигнала рядом Котельникова?

2.7. Как количественно оценить погрешность описания реального сигнала конечным числом членов ряда Котельникова во временной и частотной плоскостях?

2.8. Как осуществляется квантование сигнала при его цифровой обработке?

2.9. В чем состоит основной принцип построения многопозиционного дискретного сигнала? Приведите примеры многопозиционных дискретных сигналов.

2.10. Сформулируйте принцип построения дискретных сигналов в виде М - последовательностей и перечислите их основные свойства.

2.11. Сформулируйте принцип построения многофазного фазоманипулированного (ФМ) сигнала и перечислите его основные свойства.

2.12. Сформулируйте принцип построения дискретного частотноманипулированного (ДЧ) сигнала и перечислите его основные свойства.

2.13. Шумоподобные сигналы (ШПС), их основные свойства и области применения.

2.14. Изобразите структурную схему дискретной модели речеобразования, используемую в системах цифровой передачи речи.

2.15. В чем заключается импульсно-кодовый метод (ИКМ) кодирования речевого сигнала при цифровой передаче речи? Какие существуют разновидности этого метода?

2.16. В чем заключается метод кодирования речевого сигнала с использованием вокодеров?

2.17. Приведите выражения для прямого и обратного дискретного преобразования Фурье (ДПФ). Как связано число амплитудных коэффициентов гармоник, определяемых с помощью ДПФ, с числом дискретных отсчетов сигнала?

2.18. На каком принципе основан алгоритм быстрого преобразования Фурье (БПФ)?

2.19. Приведите выражения для прямого и обратного *z* - преобразования. Что дает *z* - преобразование при анализе дискретных сигналов?

2.20. Как формулируется условие сходимости *z* - преобразования?

2.21. Приведите выражение для дискретной автокорреляционной функции и поясните принцип ее вычисления.

2.22. Сигналы Баркера и их основные свойства. В чем состоит преимущество сигналов Баркера по сравнению с другими многопозиционными дискретными сигналами с точки зрения их корреляционных свойств?

2.23. Приведите выражение для дискретной взаимной корреляционной функции и поясните принцип ее вычисления. В чем состоит отличие свойств дискретной взаимной корреляционной функции от свойств дискретной автокорреляционной функции?

Раздел 3. Узкополосные сигналы. Виды модуляции сигналов

3.1. Начертите характерную осциллограмму узкополосного сигнала. Приведите математические модели, используемые при описании таких сигналов.

3.2. Объясните способ аппаратурного нахождения синфазной и квадратурной амплитуд узкополосного сигнала.

3.3. Каковы свойства физической огибающей узкополосного сигнала?

3.4. Каковы связи комплексной огибающей с физической огибающей, начальной фазой, синфазной и квадратурной амплитудами узкополосного сигнала, а также его полной фазы с мгновенной частотой?

3.5. В чем Вы видите основной недостаток метода комплексной огибающей, используемого при описании узкополосных сигналов?

3.6. Как по комплексной огибающей узкополосного сигнала определить его мгновенные значения?

3.7. Как, зная спектральную плотность комплексной огибающей сигнала, определить его спектральную плотность?

3.8. Поясните способ введения понятия «аналитический сигнал».

3.9. Как, зная аналитический сигнал, определить физическую огибающую, полную фазу и мгновенную частоту реального сигнала?

3.10. Приведите выражения для прямого и обратного преобразований Гильберта. Приведите основные свойства сопряженного по Гильберту сигнала.

3.11. Как связаны между собой спектральные плотности исходного и определяемого по Гильберту сигналов?

3.12. Поясните способ вычисления сигнала, сопряженного по Гильберту с узкополосным сигналом.

3.13. В чем Вы видите недостатки амплитудной модуляции?

3.14. Опишите принцип построения векторной диаграммы однотонального амплитудно-модулированного сигнала.

3.15. В чем Вы видите достоинства и недостатки балансной модуляции?

3.16. В чем Вы видите достоинства и недостатки однополосной амплитудной модуляции? Зачем применяют частичное подавление несущего колебания при однополосной амплитудной модуляции?

3.17. Как можно уменьшить уровень искажений, связанных с подавлением одной боковой полосы, при приеме сигнала с однополосной амплитудной модуляцией?

3.18. Как связаны между собой частота модуляции, ее индекс и девиация частоты сигнала с угловой модуляцией?

3.19. Каковы спектры частотно-модулированного и фазомодулированного сигналов при малых значениях индекса модуляции?

3.20. Объясните различие между спектрами однотональных амплитудномодулированного сигнала и частотно-модулированного сигнала с малым индексом модуляции и между их векторными диаграммами.

3.21. Как следует выбрать индекс угловой модуляции, чтобы в спектре сигнала отсутствовало несущее колебание?

3.22. В чем Вы видите основной недостаток фазовой модуляции по сравнению с частотной модуляцией?

3.23. Поясните физический принцип, позволяющий осуществлять сжатие сигнала с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ) во времени.

3.24. Изобразите примерный вид модуля спектральной плотности и автокорреляционной функции сигнала с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ) при большой базе сигнала. Как определяется база такого сигнала?

Раздел 4. Воздействие детерминированных сигналов на линейные стационарные цепи

4.1. Сформулируйте условие физической реализуемости линейной цепи.

4.2. Что такое импульсная и переходная характеристики линейной цепи? Как они связаны между собой?

4.3. Как определяется частотный коэффициент линейной цепи?

4.4. Напишите формулу, определяющую частотный коэффициент передачи усилителя малых сигналов с апериодической нагрузкой. Чем определяется граничная частота усилителя?

4.5. Начертите схему дифференцирующей *RC*-цепи. Докажите, что при определенных значениях параметров цепи она осуществляет приближенное дифференцирование сигнала.

4.6. Начертите схему интегрирующей *RC*-цепи. Докажите, что при определенных значениях параметров цепи она осуществляет приближенное интегрирование сигнала.

4.7. В чем состоит сущность спектрального метода анализа прохождения сигналов через линейные цепи?

4.8. В чем состоит сущность метода анализа прохождения сигналов через линейные цепи, основанного на использовании интеграла Дюамеля?

4.9. Как принято определять ширину полосы пропускания узкополосных радиотехнических цепей? На сколько децибел ослабляется сигнал на частоте, соответствующей границе полосы пропускания?

4.10. В чем проявляется влияние внутреннего сопротивления электронного прибора на характеристики резонансного усилителя малых колебаний? Как можно ослабить возникающий при этом вредный эффект?

4.11. Каково преимущество усилителя со связанными контурами по сравнению с одноконтурным усилителем? Какую роль в формировании амплитудночастотной характеристики усилителя играет фактор связи?

4.12. Дайте определение низкочастотного эквивалента узкополосной цепи.

4.13. Изобразите примерный график импульсной характеристики узкополосной цепи. Как связана импульсная характеристика такой системы с импульсной характеристикой ее низкочастотного эквивалента?

4.14. Приведите структурную схему анализатора спектра сигнала, принцип действия которого основан на особенностях прохождения широкополосного сигнала через узкополосную цепь.

4.15. Как выбирается полоса пропускания резонансного усилителя для пропускания амплитудно-модулированного сигнала? В чем состоит противоречивость требований к форме амплитудно-частотной характеристики фильтра усилителя?

4.16. Чем определяется время установления колебаний в одноконтурном резонансном усилителе? Напишите выражение для постоянной времени колебательного контура.

4.17. В чем заключается искажение амплитудно-модулированного сигнала с модуляцией одним тоном при его прохождении через одноконтурный резонансный усилитель?

4.18. Дайте физическую трактовку процесса установления колебаний в одноконтурном резонансном усилителе при воздействии на его вход импульса включения гармонического сигнала. Как на характер переходного процесса влияет расстройка контура относительно частоты сигнала?

4.19. Дайте физическую трактовку процесса установления колебаний в одноконтурном резонансном усилителе при воздействии на его вход фазоманипулированного сигнала.

4.20. Дайте физическую трактовку искажения частотно-модулированного сигнала с модуляцией одним тоном при его прохождении через одноконтурный резонансный усилитель.

4.21. Из каких соображений выбирается число двоичных разрядов при аналогого-цифровом преобразовании в цифровых фильтрах? Каково обычно их число?

4.22. Как связаны между собой выходная последовательность цифрового фильтра, входной сигнал и импульсная характеристика цифрового фильтра?

4.23. Как, зная импульсную характеристику цифрового фильтра, определить его частотный коэффициент передачи?

4.24. Как определяется системная функция цифрового фильтра? Как она связана с его импульсной характеристикой и частотным коэффициентом передачи?

4.25. В чем состоят характерные отличия алгоритмов и системных функций трансверсального и рекурсивного цифровых фильтров?

4.26. В чем состоят достоинства и недостатки трансверсального и рекурсивного цифровых фильтров?

4.27. При каких условиях рекурсивный цифровой фильтр устойчив?

4.28. Чем принципиально отличаются импульсные характеристики трансверсального и рекурсивного цифровых фильтров?

4.29. Чем обусловлены шумы квантования в цифровом фильтре? В каком фильтре они больше, трансверсальном или рекурсивном и почему?

4.30. На чем основан синтез цифровых фильтров по методу инвариантных импульсных характеристик?

4.31. На чем основан синтез цифровых фильтров по методу инвариантных частотных характеристик?

4.32. Как осуществляется синтез цифровых фильтров на основе дискретизации дифференциального уравнения, описывающего аналоговый фильтр-прототип?

Раздел 5. Преобразование сигналов в нелинейных и линейных параметрических цепях

5.1. Каковы области применения кусочно-линейной, степенной и показательной аппроксимаций вольтамперной характеристики нелинейного двухполюсника?

5.2. Из каких соображений выбирают угол отсечки тока в нелинейном резонансном усилителе, работающем при больших уровнях входного сигнала?

5.3. Какие углы отсечки в нелинейном резонансном усилителе оптимальны с точек зрения наибольшего коэффициента полезного действия и наилучшей линейности колебательной характеристики усилителя?

5.4. Каков физический принцип работы резонансного умножителя частоты? Почему трудно добиться высокой кратности умножения в однокаскадном умножителе?

5.5. Какой угол отсечки в резонансном умножителе частоты является оптимальным и почему?

5.6. Дайте определения комбинационной частоты и порядка комбинационной частоты и приведите примеры комбинационных частот различных порядков.

5.7. Как определить спектральный состав колебаний на выходе нелинейного элемента, если известна кусочно-линейная аппроксимация его внешней характеристики?

5.8. Как определить спектральный состав колебаний на выходе нелинейного элемента, если известна степенная аппроксимация его внешней характеристики?

5.9. Изобразите схему амплитудного модулятора и объясните принцип его действия.

5.10. Изобразите структурную схему и объясните принцип действия балансного модулятора.

5.11. Изобразите структурную схему и принцип действия фазового модулятора (модулятора Амстронга).

5.12. Изобразите схему и объясните принцип действия диодного амплитудного детектора. Из каких соображений выбирают параметры нагрузки детектора?

5.13. Объясните механизм искажений выходного сигнала амплитудного детектора при слишком большой постоянной времени фильтра. Изобразите осциллограмму выходного напряжения при наличии искажений указанного вида.

5.14. В чем состоит подавление сигнала помехой в амплитудном детекторе? В чем, кроме подавления сигнала, состоит мешающее действие помехи на детектор?

5.15. На чем основан принцип детектирования фазомодулированного сигнала?

5.16. На чем основан принцип детектирования частотно-модулированного сигнала? Какие разновидности схем частотного детектора Вам известны? Каковы их достоинства и недостатки?

5.17. Дайте определение параметрической цепи. Чем принципиально отличаются спектры токов в резистивном параметрическом и нелинейном двухполюсниках при их возбуждении гармоническим входным сигналом?

5.18. Как реализуются резистивные параметрические элементы?

5.19. Для чего применяется преобразование частоты в супергетеродинном приемнике?

5.20. Объясните причину повышенной помехоустойчивости синхронного детектора по сравнению с амплитудным детектором.

5.21. Как добротность контура влияет на условие его возбуждения с помощью параметрического конденсатора? Объясните механизм этого влияния.

5.22. Каковы возможные варианты реализации параметрических реактивных элементов? Нелинейность каких характеристик обеспечивает параметрическое пре-образование сигнала?

5.23. Изобразите схему замещения параметрического конденсатора. От чего зависит величина активной проводимости параметрического конденсатора, вносимой им в колебательный контур?

5.24. Изобразите схему одноконтурного параметрического усилителя. Каким негативным явлением сопровождается работа одноконтурного параметрического усилителя в асинхронном режиме? Объясните механизм его возникновения.

5.25. Изобразите схему двухконтурного параметрического усилителя и объясните принцип его действия.

5.26. В чем состоит достоинство двухконтурного параметрического усилителя по сравнению с одноконтурным?

5.27. В чем заключаются достоинство и недостаток двухконтурного параметрического усилителя с преобразованием частоты «вверх» по сравнению с регенеративным усилителем? Как обеспечивается такой режим работы усилителя?

5.28. В чем заключаются достоинство и недостаток двухконтурного регенеративного параметрического усилителя по сравнению с усилителем с преобразованием частоты «вверх»? Как обеспечивается такой режим работы усилителя?

5.29. Почему параметрическим усилителям свойственен низкий уровень собственных шумов?

Раздел 6. Активные цепи с обратной связью и автоколебательные системы

6.1. Перечислите и обоснуйте технические применения отрицательной обратной связи в усилительных устройствах.

6.2. Каково техническое применение положительной обратной связи в усилительных устройствах? В чем состоит его недостаток?

6.3. Какова особенность амплитудно-частотной характеристики усилителя с запаздывающей обратной связью? Какова область его применения?

6.4. Приведите формулировку алгебраического критерия устойчивости (Рауса-Гурвица). Каковы его достоинство и недостаток?

6.5. Приведите формулировку геометрического критерия устойчивости (Найквиста). Каковы его достоинство и недостаток?

6.6. Изобразите принципиальные схемы масштабного усилителя, дифференцирующего устройства и интегратора, построенных на базе операционного усилителя, и докажите что эти устройства выполняют свои функции.

6.7. Изобразите принципиальную схему активного **RC**-фильтра нижних частот, построенного на базе операционного усилителя, и докажите что он может выполнять роль *RLC* - цепи второго порядка.

6.8. Изобразите принципиальные схемы автогенератора с трансформаторной обратной связью и автогенераторов, выполненных по схемам индуктивной и емкостной «трехточек». Каковы преимущества последних по сравнению с автогенератором с трансформаторной обратной связью?

6.9. Сформулируйте условия баланса амплитуд и баланса фаз, обеспечивающие самовозбуждение автогенератора. Как они реализуются в автогенераторах с трансформаторной обратной связью и выполненных по схеме «трехточки»?

6.10. Изобразите принципиальную схему автогенератора с внутренней обратной связью на туннельном диоде или диоде Ганна и объясните принцип его работы.

6.11. Каковы достоинства и недостатки мягкого и жесткого режимов возбуждения автогенератора? Объясните, как они реализуются на примере автогенератора с трансформаторной обратной связью.

6.12. Объясните принцип работы лазера.

6.13. Изобразите фазовый портрет автогенератора с мягким режимом возбуждения при различных начальных условиях.

6.14. Изобразите фазовый портрет автогенератора с жестким режимом возбуждения при различных начальных условиях.

Рекомендуемая литература

1. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. - М.: Высшая школа, 2005, 2003.

2. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. - М.: Радио и связь, 2006.

3. Иванов М.Т. и др. Теоретические основы радиотехники. - М.: Радио и связь, 2002.

4. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы: руководство к решению задач. - М.: Высшая школа, 2002.