ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)**

Кафедра технической механики

О.Ф. Машошин, В.В. Пермякова

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА
КИНЕМАТИКА

ПОСОБИЕ
по выполнению контрольных
(расчетно-графических) работ

*для студентов I и II курсов
по направлению 162300
всех форм обучения*

Москва - 2012

ББК 531
М27

Рецензент канд.техн.наук, доц. В.К. Харина

Машошин О.Ф., Пермякова В.В.

М27 Теоретическая механика. Кинематика: Пособие по выполнению контрольных (расчетно-графических) работ. - М.: МГТУ ГА, 2012.- 32с.

Данное пособие издается в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Теоретическая механика. Кинематика» по Рабочему плану для студентов I и II курсов по направлению 162300 всех форм обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 10.04.12 г. и методического совета 24.04.12 г.

Редактор И.В. Вилкова

	Подписано в печать 18.06.12 г.	
Печать офсетная	Формат 60х84/16	1,74 уч.-изд. л.
1,86 усл.печ.л.	Заказ № 1453/	Тираж 200 экз.

Московский государственный технический университет ГА
125993 Москва, Кронштадтский бульвар, д. 20
Редакционно-издательский отдел
125493 Москва, ул. Пулковская, д.6а

ВВЕДЕНИЕ

Учебное пособие соответствует содержанию дисциплины «Теоретическая механика» Федерального государственного образовательного стандарта ВПО по направлению подготовки 162300 – Техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей, квалификация (степень) - бакалавр.

Пособие содержит 30 вариантов заданий и типовые задачи по темам кинематики твердого тела. В конце пособия приведены ответы по всем заданиям. Вариант задания выдается преподавателем и соответствует сумме трех последних цифр шифра зачетной книжки студента.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ (РАСЧЕТНО – ГРАФИЧЕСКИХ) РАБОТ

1. Контрольные (расчетно-графические) работы выполняются на стандартных листах писчей бумаги формата А4 с одной стороны.
2. Титульный лист оформляется по приведенному образцу.
3. Каждый рабочий лист должен иметь рамку, линии которой отстоят от края листа слева на 20 мм; справа, сверху и снизу – на 5 мм.
4. Все расчеты снабжаются пояснениями и выполняются только ручкой. Графическая часть задания выполняется в масштабе с использованием чертежных инструментов.
5. При решении каждого задания необходимо указать его вариант, записать полное условие с исходными данными. Расчет должен сопровождаться кратким пояснением, точность расчета 0,01.
6. Если решение задачи размещено на нескольких листах, то все листы задачи должны быть сброшюрованы (скреплены степлером между собой).
7. Допускается по разрешению преподавателя брошюрование нескольких задач по разделам курса.

ЛИТЕРАТУРА

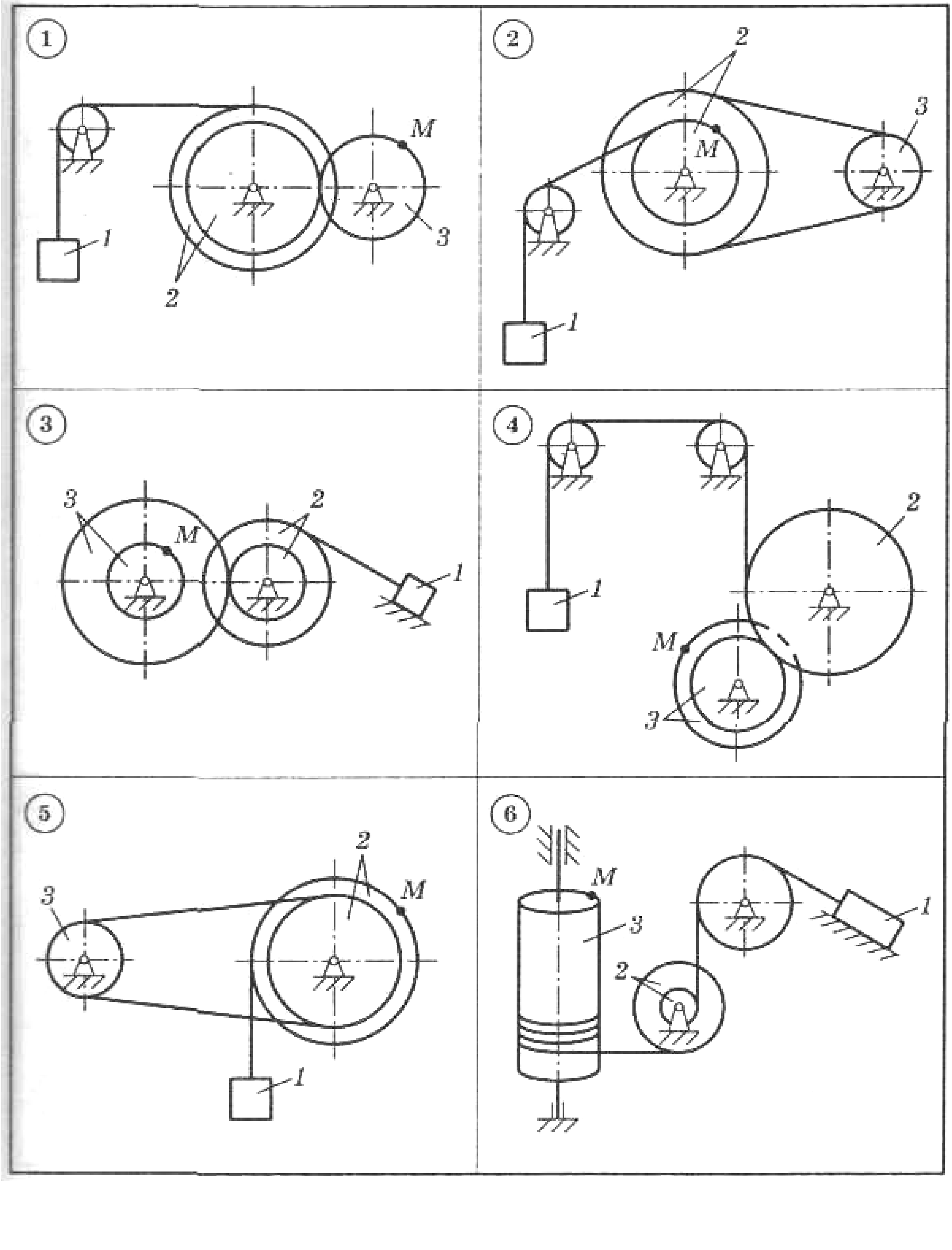
1. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. В 2 т. – С.-Пб.: Лань, 2009.
2. Диевский В.А. Теоретическая механика: Учебное пособие. - 3-е изд., испр. – С.-Пб.: Лань, 2009.
3. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: Учебник для втузов. - М.: Высшая школа, 2005.

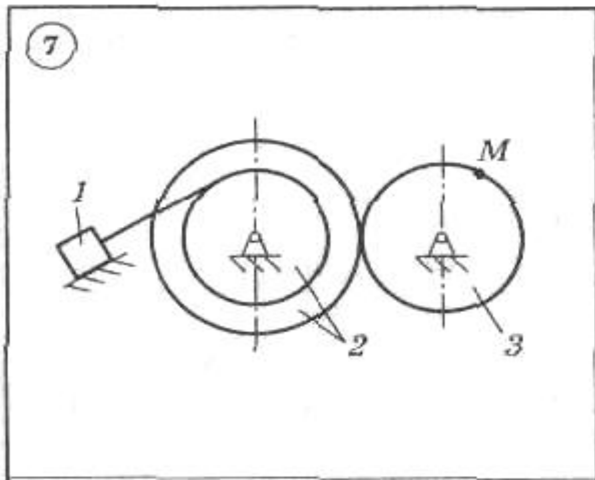
ЗАДАНИЕ К1

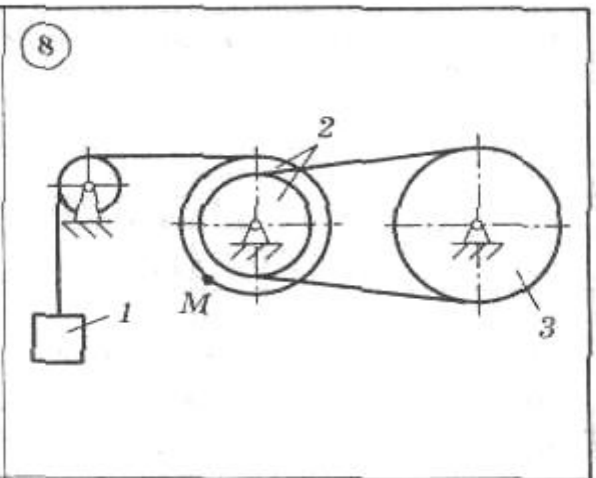
ПРОСТЕЙШИЕ ВИДЫ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

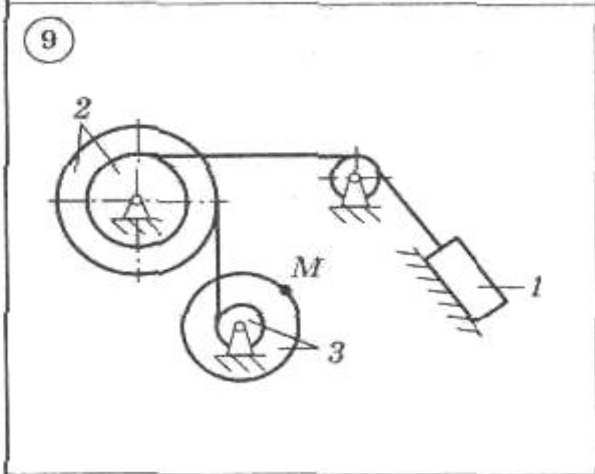
Для приведенных ниже схем механизмов 1-30 по известным характеристикам движения груза ***1*** – скорости v_{1x} и ускорению a_{1x}, или по заданному уравнению движения тела ***1*** - $x(t)$, или по заданному уравнению движения вала ***3*** - $\varphi_3(t)$ определить и показать на рисунке скорость и ускорение точки ***M***, а также скорость и ускорение груза ***1*** в данный момент времени. Исходные данные, включая радиусы шестерен, шкивов и барабанов, приведены в таблице.

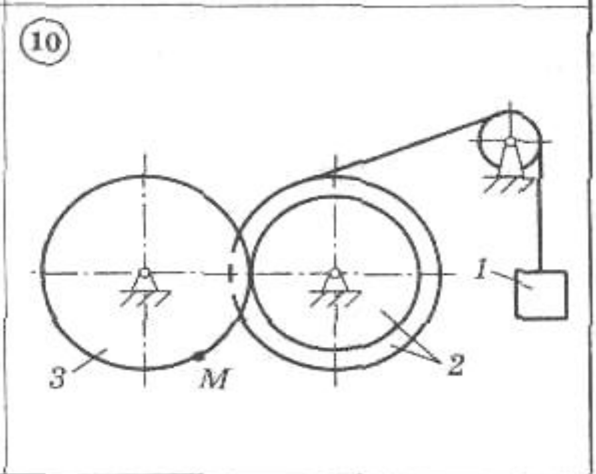
№ вар.	Характеристики или уравнения движения	Радиусы, см				Время, с
		R_2	r_2	R_3	r_3	
1	v_{1x} =0,5 м/с; a_{1x} = -0,7 м/с^2	60	45	36	-	-
2	$\varphi_3 = 3t^2 + 5$ рад	40	25	20	-	1
3	$x = 5t^2$ м	20	10	30	10	0,5
4	v_{1x} =0,25 м/с; a_{1x} = 0,6 м/с^2	80	-	60	45	-
5	$\varphi_3 = 0{,}5t^3 - 2t^2$ рад	20	15	10	-	2
6	$x = 12{,}8t^3$ м	40	20	100	-	0,25
7	v_{1x} =-0,5 м/с; a_{1x} = 1,0 м/с^2	100	60	75	-	-
8	$\varphi_3 = t - 2e^{0,5t}$ рад	30	20	40	-	1
9	$x = 42t - 0{,}6t^3$ м	40	30	30	15	5
10	v_{1x} =1,0 м/с; a_{1x} = 2,0 м/с^2	60	45	60	-	-
11	$\varphi_3 = t^3 - 7t$ рад	15	10	15	-	2
12	$x = 42t - 5t^2$ м	30	15	40	20	4
13	v_{1x} =0,6 м/с; a_{1x} = -0,9 м/с^2	80	-	45	30	-
14	$\varphi_3 = 4t - 0{,}5t^2$ рад	15	10	15	-	3
15	$x = 4(1+e^{-0,8t})$ м	50	20	60	-	1
16	v_{1x} =1,5 м/с; a_{1x} = 4,5 м/с^2	100	60	30	-	-
17	$\varphi_3 = 5[1-\cos(\pi t/6)]$ рад	20	15	15	-	1
18	$x = 5t - 0{,}5t^3$ м	32	16	32	16	2
19	v_{1x} =0,4 м/с; a_{1x} = 0,4 м/с^2	45	35	105	-	-
20	$\varphi_3 = 8\sin(\pi t/3)$ рад	15	10	20	-	1
21	$x = 5t - 15\sin(\pi t/6)$ м	40	18	40	18	2
22	v_{1x} =0,8 м/с; a_{1x} = 12,8 м/с^2	35	10	10	-	-
23	$\varphi_3 = 10t - 2t^2$ рад	20	15	10	-	2
24	$x = 0{,}5[1-\cos(\pi t)]$ м	40	20	40	15	1/6
25	v_{1x} =0,8 м/с; a_{1x} = 4,8 м/с^2	40	30	15	-	-
26	$\varphi_3 = t^2 - e^t$ рад	15	10	20	-	0,5
27	$x = 22t - 5t^2$ м	25	20	50	25	2
28	v_{1x} =0,7 м/с; a_{1x} = -4,9 м/с^2	15	-	40	35	-
29	$\varphi_3 = t^3 - t^2 - 5t$ рад	25	15	10	-	1
30	$x = 4t - 0{,}6e^{5t}$ м	30	15	20	-	0,1

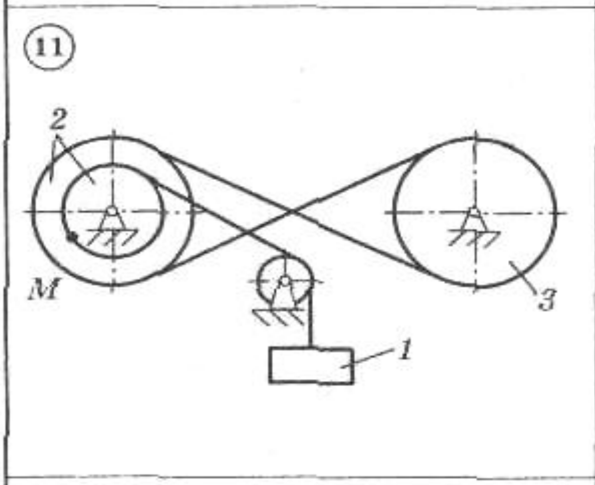

1
M
1
3
2
2
2
3
M
1
3
3
2
M
1
4
2
1
M
3
5
2
M
3
1
6
M
3
2
1

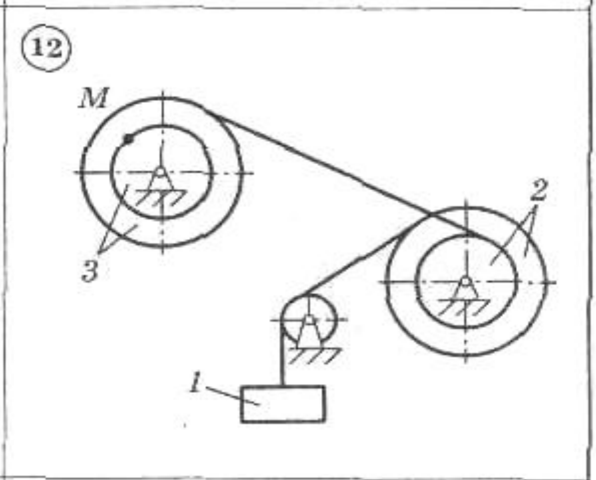

7
1
M
2
3

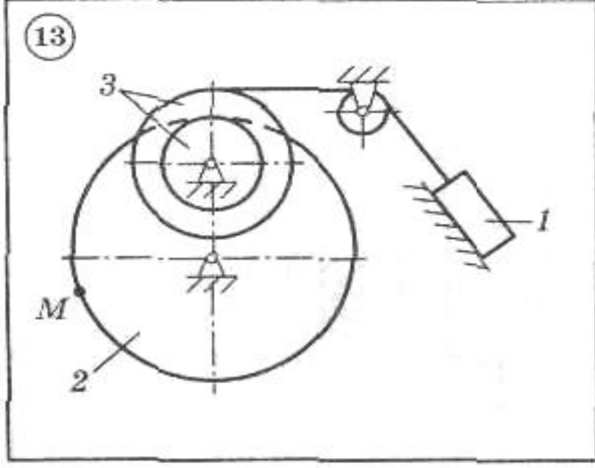

8
2
M
1
3

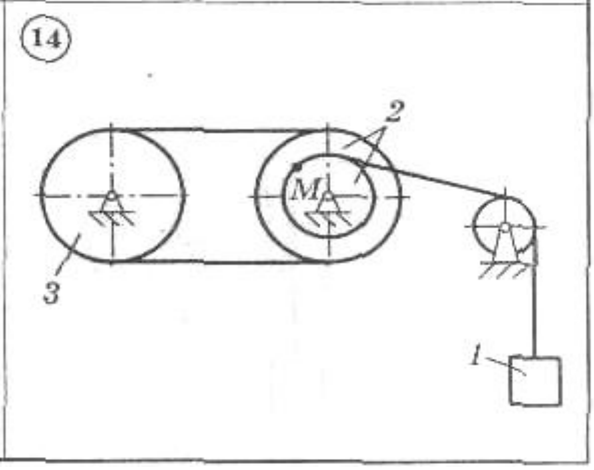

9
2
M
1
3


10
1
3
M
2

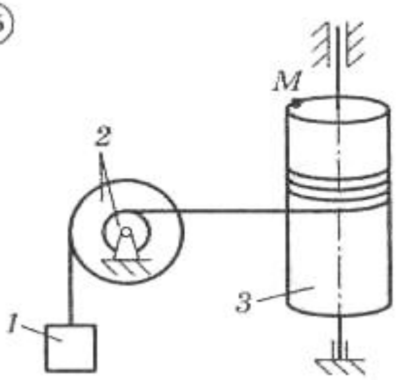

11
2
M
3
1


12
M
3
2
1

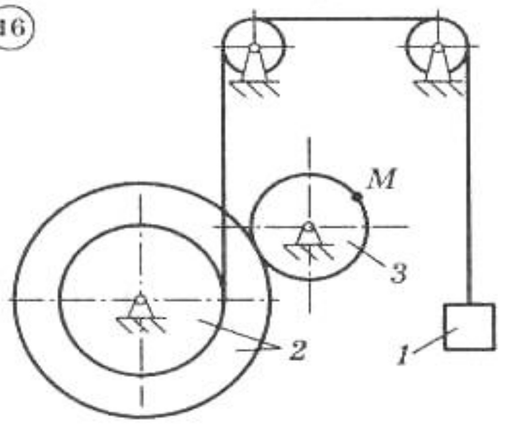

13
3
1
M
2


14
2
M
3
1

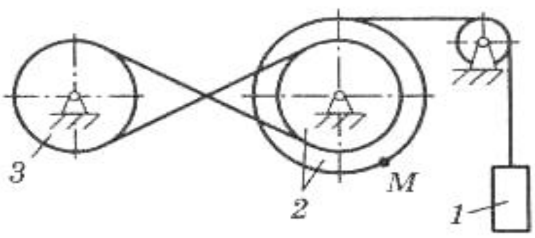
15



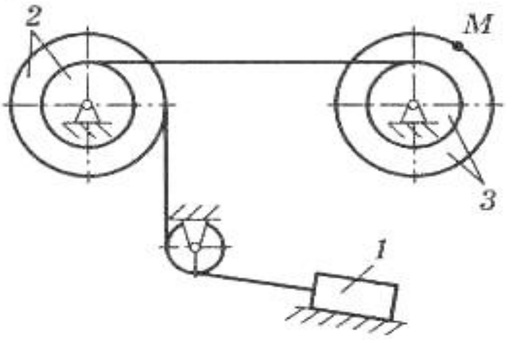
16



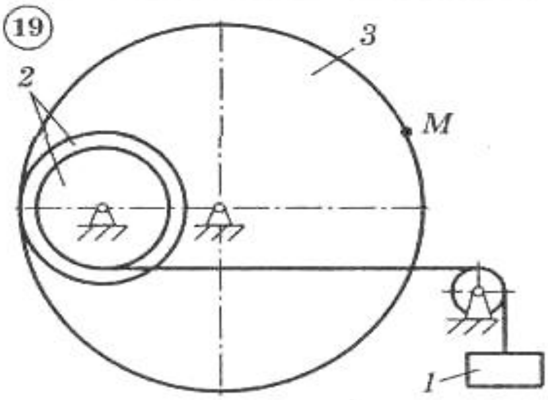
17



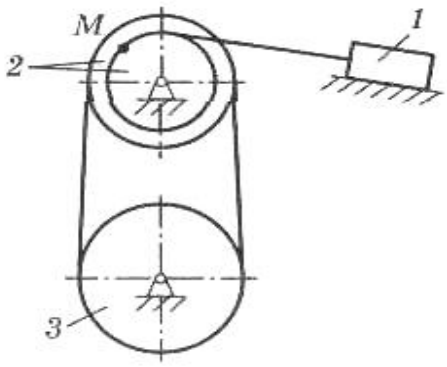
18



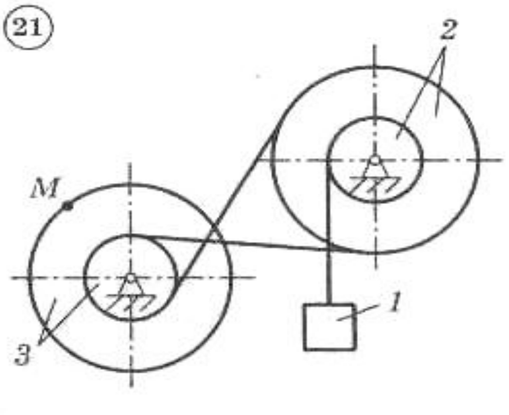
19



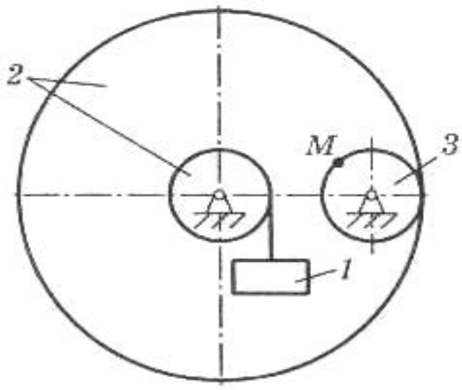
20

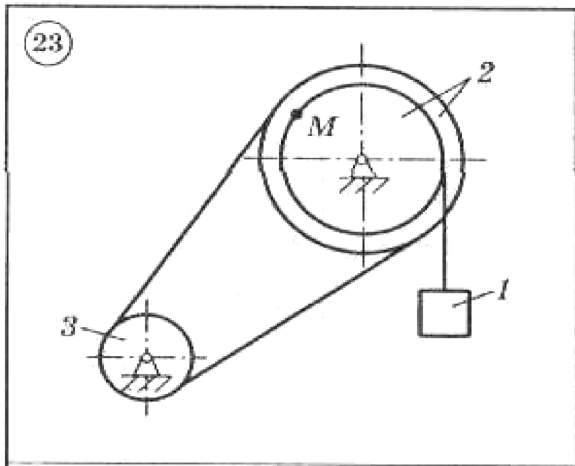


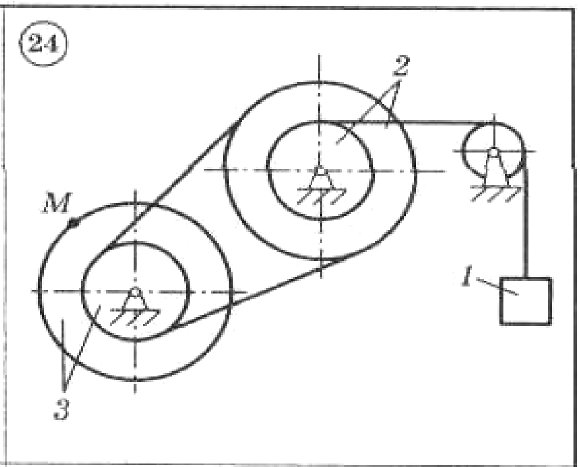
21

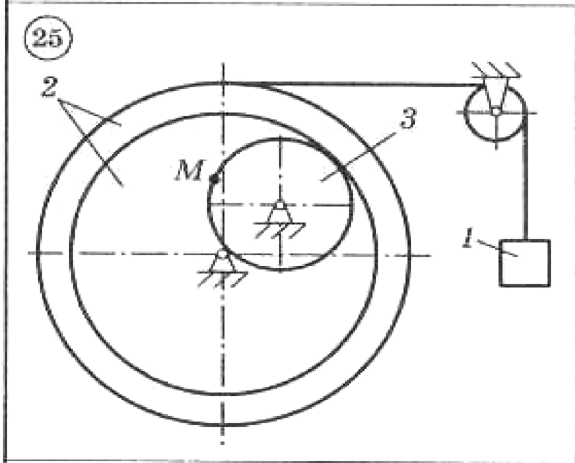


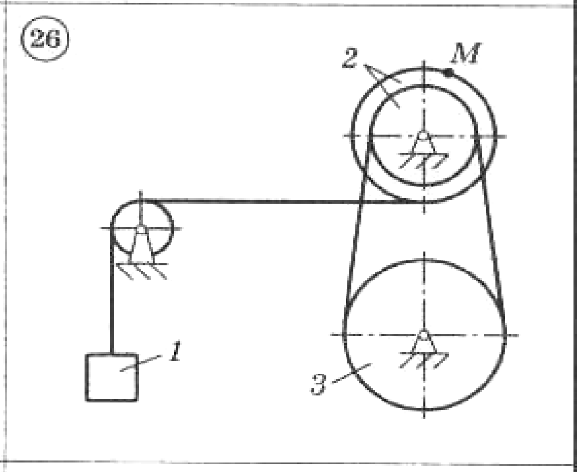
22

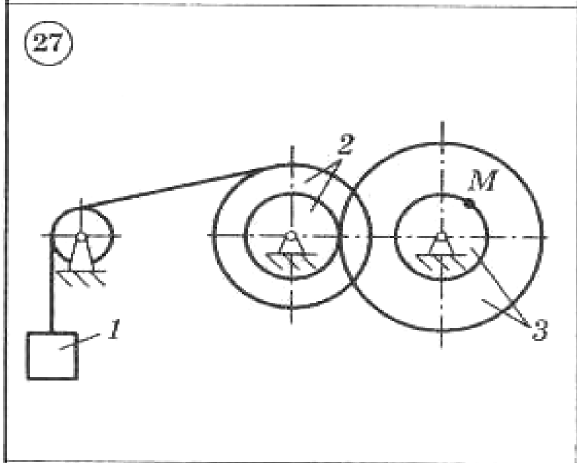


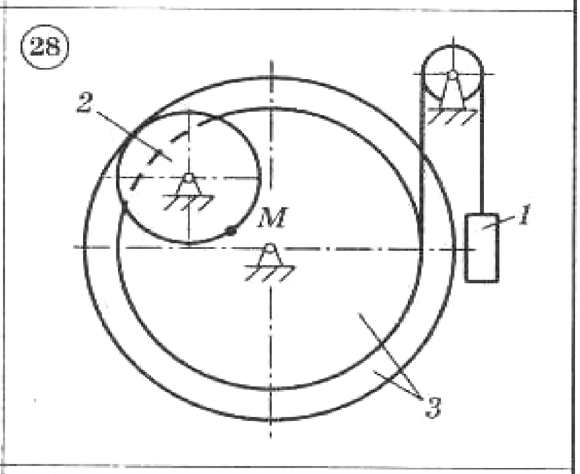

23
2
M
3
1

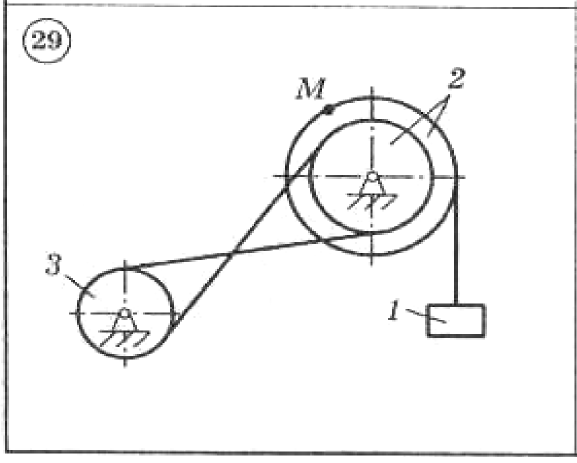

24
2
M
1
3

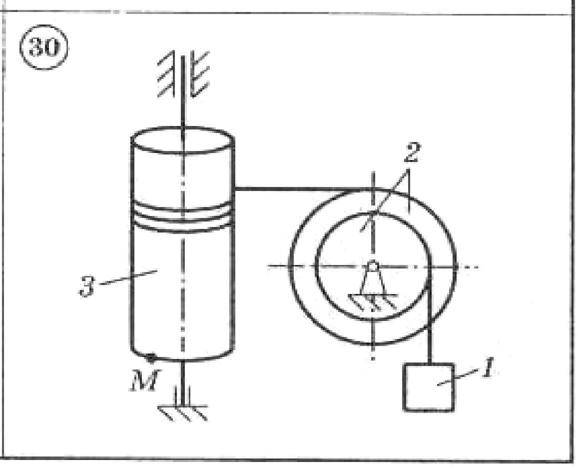

25
2
3
M
1


26
2
M
1
3


27
2
M
1
3


28
2
M
1
3


29
M
2
3
1


30
2
3
M
1

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

ПРОСТЕЙШИЕ ВИДЫ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

ЗАДАЧА 1

Лебедка (рис. 1), поднимающая груз по наклонной плоскости, состоит из двух валов ***1*** и ***2*** с шестернями (зубчатыми колесами), числа зубьев которых равны соответственно z_1 =12 и z_2=48. К валу ***2*** прикреплен барабан радиусом r = 0,3 м, на который наматывается грузовой трос. Вал ***1*** вращается равноускоренно с угловым ускорением ε_1 = 8 с$^{-2}$. Определить скорость, ускорение и перемещение груза, а также ускорение точки ***B*** барабана в момент времени t = 1 с. В начальный момент времени система находилась в покое.

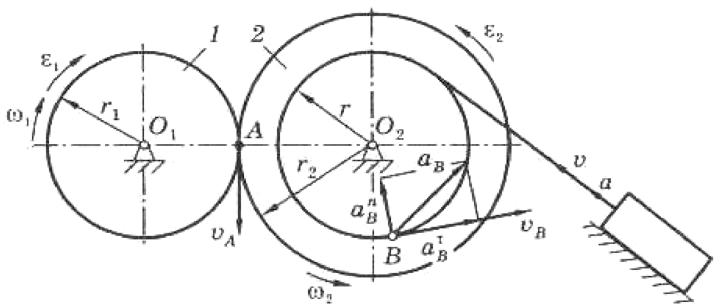


Рис. 1

Решение. Найдем угловую скорость ω_1 ведущего вала ***1*** из условия, что он вращается с угловым ускорением ε_1 = const, учитывая, что $\dfrac{d\omega_1}{dt} = \varepsilon_1$. Интегрируя последнее уравнение по времени, получаем $\omega_1 = \int \varepsilon_1 dt = \varepsilon_1 + C_1$.

Постоянную интегрирования получаем из начального условия: при $t = 0$ $\omega_1 = 0$ (система находилась в покое), следовательно, $C_1 = 0$.

Итак, угловая скорость вала ***1*** определяется уравнением $\omega_1 = \varepsilon_1 t = 8t$.

При t = 1 с получаем $\omega_1 = 8$ с$^{-1}$.

Шестерни ***1*** и ***2*** взаимодействуют без проскальзывания. Поэтому скорости точек их касания (точка ***A***) будут одинаковы $\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$.

Отсюда находим угловую скорость ω_2 вала ***2***, учитывая, что $\dfrac{r_1}{r_2} = \dfrac{z_1}{z_2}$

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{r_1}{r_2} = \omega_1 \frac{z_1}{z_2} = 2t\big|_{t=1c} = 2 \text{ с}^{-1}.$$

Угловое ускорение вала **2** равно $\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = 2$ с$^{-2}$.

Поскольку трос нерастяжим и относительно барабана не проскальзывает, то скорость груза v будет равна скорости любой из точек на ободе барабана, в частности, скорости точки ***B*** $v = v_B = \omega_2 r = 0{,}6t\big|_{t=1с} = 0{,}6$ м/с.

Ускорение точки ***B*** равно векторной сумме касательного (вращательного) и нормального (центростремительного) ускорений

$$\bar{\alpha}_B = \bar{\alpha}_B^{\tau} + \bar{\alpha}_B^{n}.$$

Направление вращательного ускорения определяется направлением углового ускорения ε_2, а его модуль равен $\alpha_B^{\tau} = \varepsilon_2 r = 0{,}6$ м/с^2. Центростремительное ускорение направлено к оси вращения вала ***2*** и равно по модулю $\alpha_B^{n} = \omega_2^2 r = 1{,}2$ м/с^2.

Модуль ускорения точки ***B***

$$\alpha_B = \sqrt{(\alpha_B^{\tau})^2 + (\alpha_B^{n})^2} = 1{,}34 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение груза можно найти, взяв производную по времени от его скорости, так как это касательное ускорение $\alpha = \dot{v} = 0{,}6$ м/с^2 .

Перемещение груза определяется интегрированием модуля скорости по времени

$$s = \int_0^t v dt = 0{,}3t^2\big|_{t=1с} = 0{,}3 \text{ м}.$$

Ответ: v =0,6 м/с; $a = 0{,}6$ м/с^2; s = 0,3 м; $a_B = 1{,}34$ м/с^2.

ЗАДАЧА 2

Маховик радиусом R = 0,5 м вращается так, что его угловая скорость меняется в соответствии с уравнением $\omega = 0{,}25e^{2t}$ с$^{-1}$. Для момента времени t = 0,5 с после начала движения определить скорость и ускорение точки на ободе маховика. Установить, за какое время маховик сделает 100 полных оборотов.

Решение. Для момента времени t = 0,5 с получаем $\omega = 0{,}680$ с$^{-1}$, и скорость точки на ободе маховика равна $v = \omega R = 0{,}340$ м/с.

Угловое ускорение маховика

$$\varepsilon = \dot{\omega} = 0{,}5e^{2t}\big|_{t=0{,}5с} = 1{,}36 \text{ с}^{-2}.$$

Ускорение точки на ободе маховика равно сумме двух составляющих ускорений $\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_{\tau} + \bar{\alpha}_{n}$, где $\bar{\alpha}_{\tau}$ и $\bar{\alpha}_{n}$ - касательное (вращательное) и нормальное (центростремительное) ускорения точки.

Учитывая, что вращательное ускорение равно по модулю $\alpha_\tau = \varepsilon R$, найдем $\alpha_\tau = 0{,}680$ м/с^2; центростремительное ускорение $\alpha_n = \omega^2 R = 0{,}231$ м/с^2.

Модуль полного ускорения точки

$$\alpha = \sqrt{\alpha_\tau^2 + \alpha_n^2} = 0{,}718 \text{ м/с.}$$

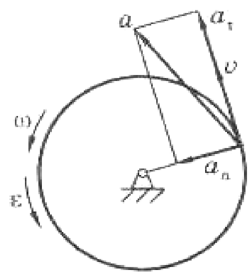


Рис. 2

Направления скорости и ускорений показаны на рис. 2.

Поскольку значения величин угловой скорости и углового ускорения имеют одинаковые знаки, вращение тела ускоренное. Соответственно совпадают по направлению угловая скорость и угловое ускорение тела, а также скорость точки и вращательное ускорение.

Поворот маховика на 100 полных оборотов соответствует углу его поворота $\varphi = 200\pi$ рад. Выражение для угла поворота найдем из уравнения $\omega = \dot{\varphi}$. Имеем

$$\varphi = \int_0^t \omega dt = 0{,}125 e^{2t}\Big|_0^t = 0{,}125(e^{2t} - 1).$$

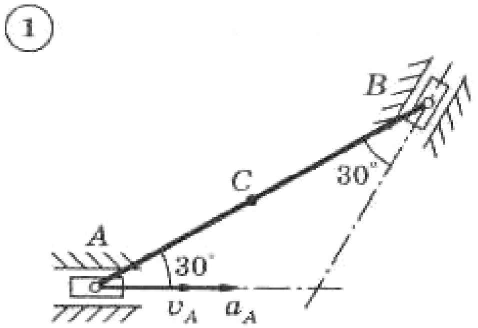
Итак, $0{,}125(e^{2t} - 1) = 200\pi$, откуда находим t = 4,26 с.

Ответ: v = 0,340 м/с; α = 0,718 м/с^2; t = 4,26 с.

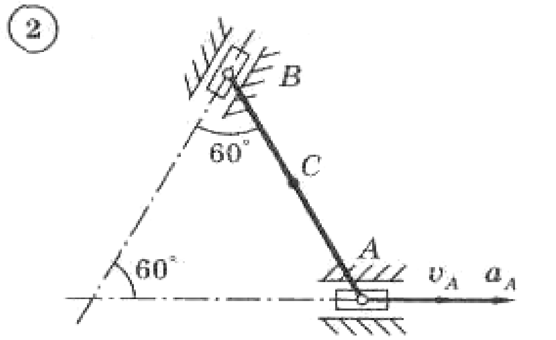
ЗАДАНИЕ К2

ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

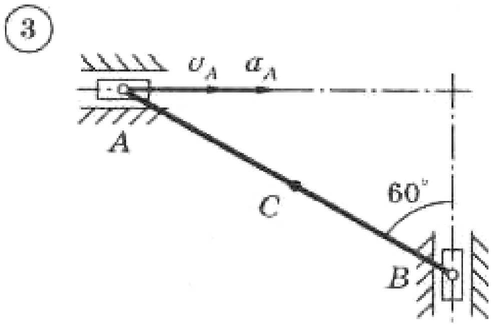
Для представленных на схемах 1-30 механизмов, состоящих из шатуна ***AB*** длиной 2 м и двух ползунов, по заданным величинам скорости и ускорения ползуна ***A*** определить скорость и ускорение ползуна ***B*** и средней точки ***C*** шатуна, а также угловую скорость и угловое ускорение шатуна.



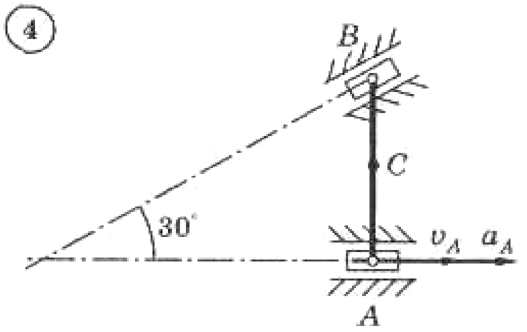
$v_A = 1$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2



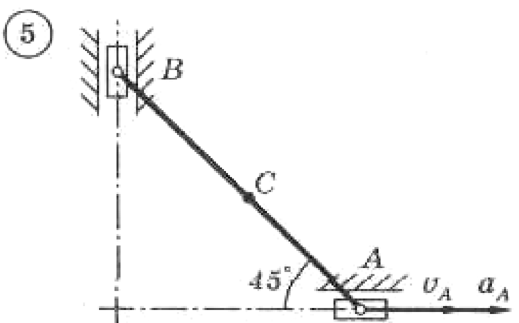
$v_A = 1$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2



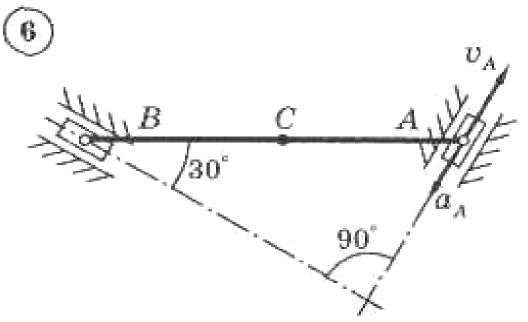
$v_A = 1$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2



$v_A = 0{,}9$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

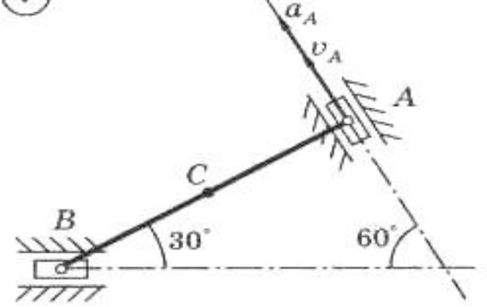


$v_A = 1$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2



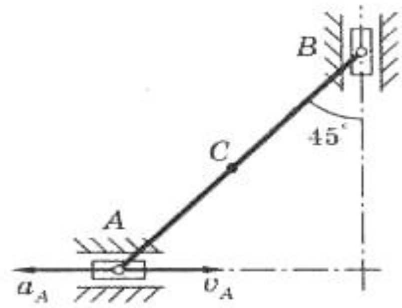
$v_A = 1$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

7



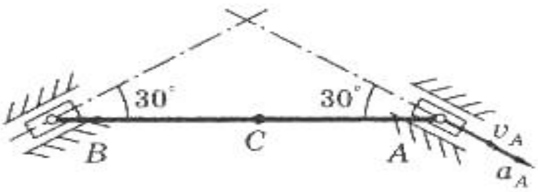
$\upsilon_A = 0{,}3$ м/с; $a_A = 1$ м/с^2

8



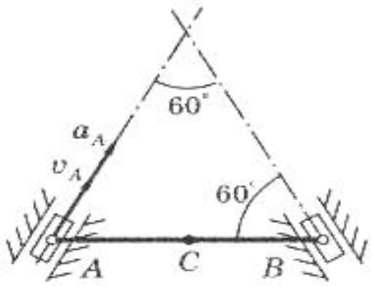
$\upsilon_A = 2$ м/с; $a_A = 4$ м/с^2

9



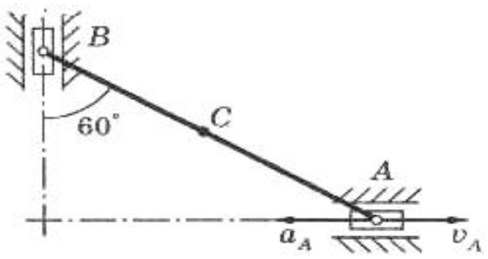
$\upsilon_A = 2$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

10



$\upsilon_A = 2$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

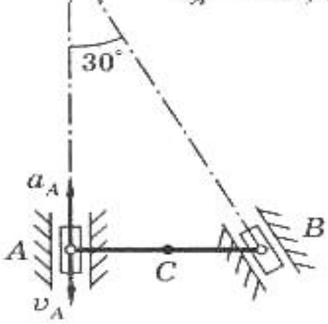
11



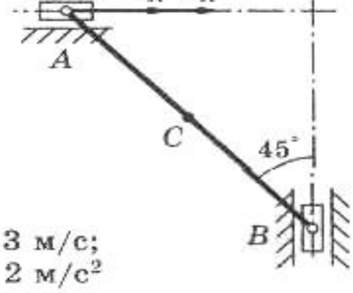
$\upsilon_A = 2$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

12

$\upsilon_A = 1{,}8$ м/с;
$a_A = 2$ м/с^2

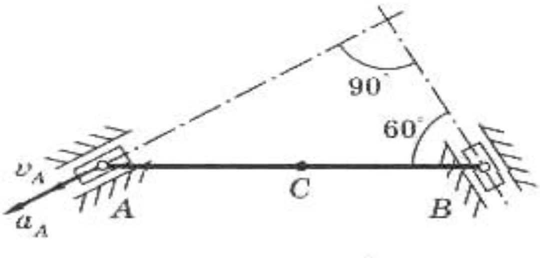


13



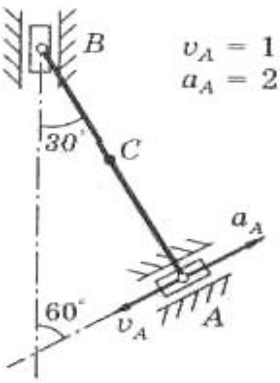
$\upsilon_A = 3$ м/с;
$a_A = 2$ м/с^2

14



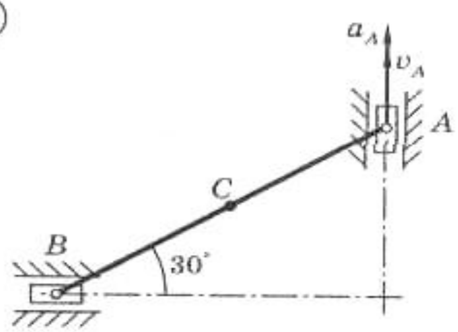
$\upsilon_A = 1$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

(15)



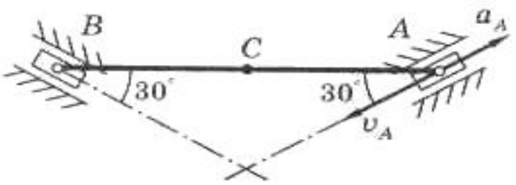
$v_A = 1{,}5$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

(16)



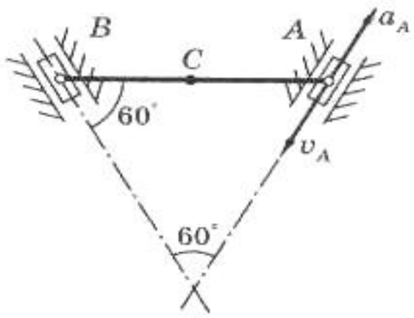
$v_A = 2$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

(17)



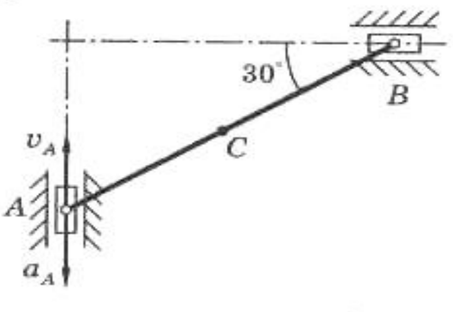
$v_A = 2$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

(18)



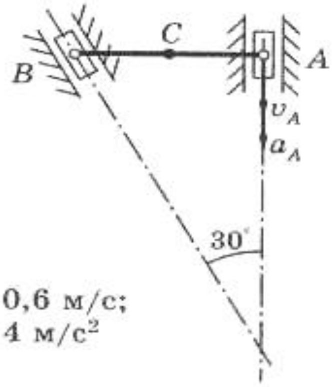
$v_A = 4$ м/с; $a_A = 4$ м/с^2

(19)



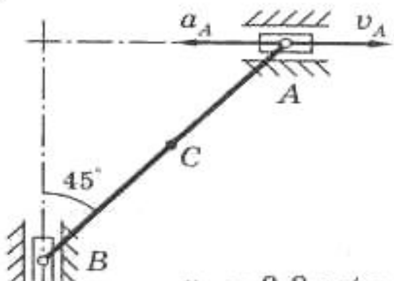
$v_A = 1$ м/с; $a_A = 4$ м/с^2

(20)



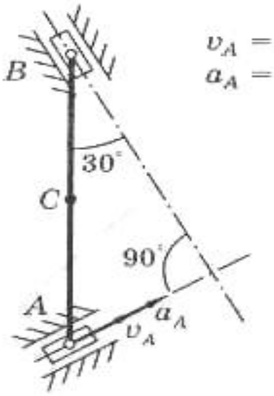
$v_A = 0{,}6$ м/с;
$a_A = 4$ м/с^2

(21)



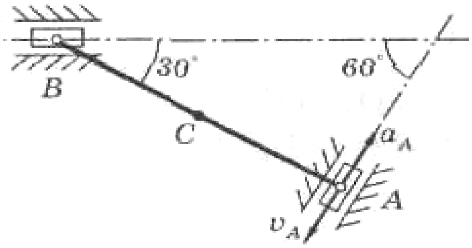
$v_A = 0{,}8$ м/с;
$a_A = 4$ м/с^2

(22)



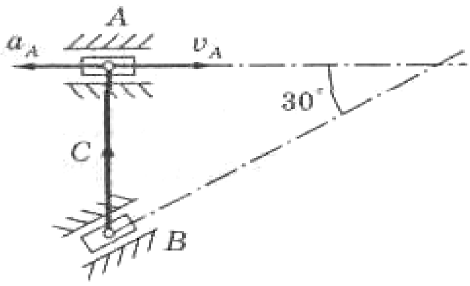
$v_A = 2$ м/с;
$a_A = 2$ м/с^2

23



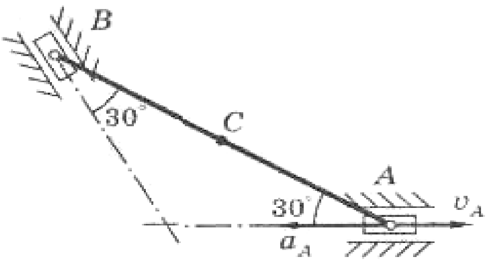
$\upsilon_A = 0{,}9$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

24



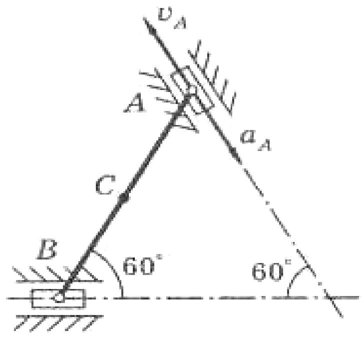
$\upsilon_A = 1{,}2$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

25



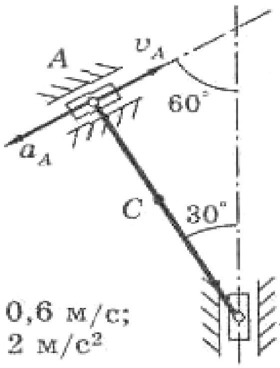
$\upsilon_A = 1$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

26



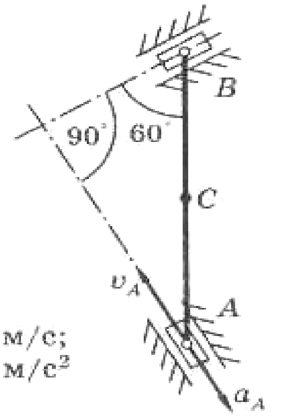
$\upsilon_A = 0{,}8$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

27



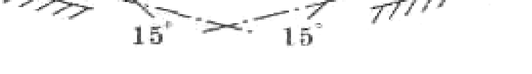
$\upsilon_A = 0{,}6$ м/с;
$a_A = 2$ м/с^2

28



$\upsilon_A = 4$ м/с;
$a_A = 1$ м/с^2

29



$\upsilon_A = 1$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

30

$\upsilon_A = 2$ м/с; $a_A = 2$ м/с^2

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

ЗАДАЧА 1

Колесо радиусом $r = 1$ м катится без скольжения ускоренно по прямолинейному рельсу, имея в данный момент времени скорость центра $v_o = 1$ м/с и ускорение центра $\alpha_o = 1$ м/с^2 (рис. 3). Определить угловую скорость и угловое ускорение колеса, скорости и ускорения точек его обода $\boldsymbol{M}_1$, $\boldsymbol{M}_2$, $\boldsymbol{M}_3$, и $\boldsymbol{M}_4$, а также установить положение МЦС и МЦУ колеса.

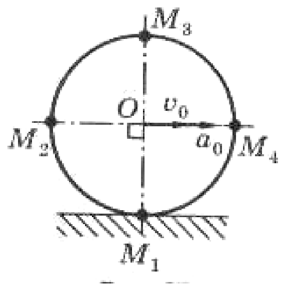


Рис. 3

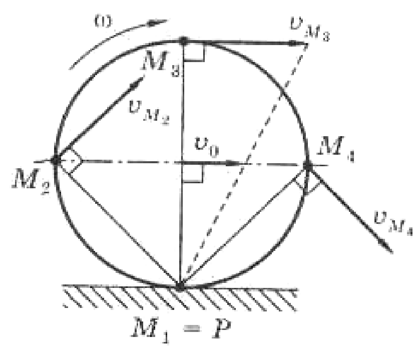


Рис. 4

Решение

1. Определение скоростей. У колеса, катящегося без скольжения по неподвижной поверхности, МЦС (точка $\boldsymbol{P}$) находится в точке касания с этой поверхностью (рис. 4). В данном случае это точка $\boldsymbol{M}_1$ ($\boldsymbol{M}_1 = \boldsymbol{P}$) $v_{M_1} = 0$.

Скорости точек плоской фигуры пропорциональны расстояниям от этих точек до МЦС $v_M = \omega\,|MP|$, где ω - угловая скорость тела. Применяем эту формулу к точке $\boldsymbol{O}$ $v_o = \omega\,|OP| = \omega r$, откуда $\omega = v_o/r = 1$ с$^{-1}$.

Для точек $\boldsymbol{M}_2$ и $\boldsymbol{M}_3$ расстояния до точки $\boldsymbol{P}$ одинаковы, поэтому одинаковы и модули скоростей этих точек

$$v_{M_2} = v_{M_4} = \omega\,|M_2P| = \omega r\sqrt{2} = v_o\sqrt{2} = \sqrt{2} \text{ м/с}.$$

Скорость точки $\boldsymbol{M}_3$ $v_{M_3} = \omega\,|M_3P| = \omega 2r = 2v_o = 2$ м/с.

Направления скоростей перпендикулярны отрезкам, соединяющим точки с МЦС.

Для вычисления скоростей можно было использовать также и теорему о сложении скоростей, выбрав в качестве полюса центр колеса $\bar{v}_{м} = \bar{v}_{о} + \bar{v}_{мо}$, где

$v_{мо} = \omega\,|MO|$. Скорость $\bar{v}_{мо}$ перпендикулярна отрезку ***MO*** и направлена по ходу вращения.

Можно было также пользоваться и следствием из этой теоремы о равенстве проекций скоростей точек на ось, проходящую через эти точки.

2. Определение ускорений. Вычислим сначала угловое ускорение колеса, формально дифференцируя выражение угловой скорости

$$\varepsilon = \dot{\omega} = \frac{d}{dt}\left(\frac{v_o}{r}\right) = \frac{\dot{v}_o}{r} = \frac{\alpha_o}{r} = 1\ c^{-2}$$

В данном случае использован тот факт, что движение центра колеса прямолинейное и, следовательно, касательное ускорение точки $\alpha_\tau = \dot{v}$ совпадает с полным ускорением.

Для вычисления ускорений точек колеса применим теорему о сложении ускорений $\bar{\alpha}_м = \bar{\alpha}_о + \bar{\alpha}_{мо} = \bar{\alpha}_о + \bar{\alpha}^{\tau}_{мо} + \bar{\alpha}^{n}_{мо}$, выбрав в качестве полюса центр колеса. Вращательное ускорение точки относительно полюса $\alpha^{\tau}_{мо} = \varepsilon\,|MO|$ и направлено перпендикулярно отрезку ***MO*** по ходу углового ускорения, а центростремительное $\alpha^{n}_{мо} = \omega^2|MO|$ всегда направлено от точки к полюсу.

Тогда для точек $\boldsymbol{M}_1$, $\boldsymbol{M}_2$, $\boldsymbol{M}_3$, и $\boldsymbol{M}_4$ получим $\alpha^{\tau}_{мо} = \varepsilon r = 1$ м/с^2, $\alpha^{n}_{мо} = \omega^2 r = 1$ м/с^2. Направления их показаны на рис. 5.

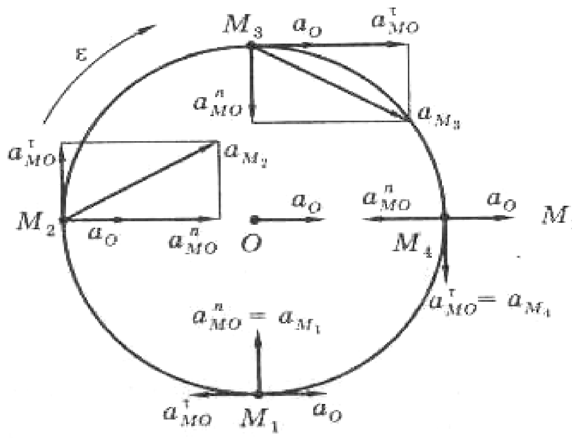


Рис. 5

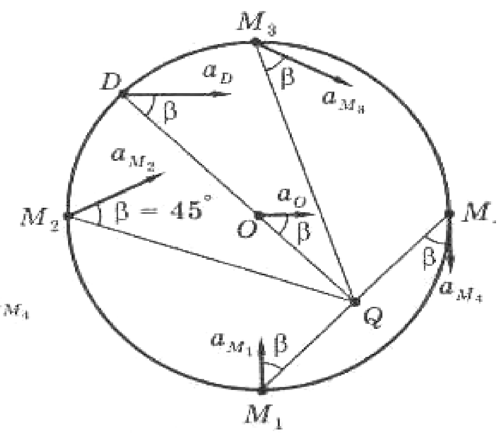


Рис. 6

Складывая в каждой точке три вектора, модули которых равны по 1 м/с^2, получаем $\alpha_{M_1} = \alpha_{M_4} = 1$ м/с^2, $\alpha_{M_2} = \alpha_{M_3} = \sqrt{5}$ м/с^2.

3. Определение положения МЦУ. Найти положение МЦУ (точки Q, ускорение которой равно нулю) можно на основании известных положений:

а) все ускорения составляют один и тот же угол β с направлениями из этих точек на МЦУ

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\varepsilon}{\omega^2}.$$

В данном случае $\operatorname{tg}\beta = 1$ и $\beta = 45^\circ$. Повернув каждое ускорение на угол β по ходу углового ускорения, мы на пересечении лучей и получим точку Q (рис. 6). Итак, МЦУ колеса при принятых исходных данных оказывается на середине отрезка $\boldsymbol{M}_1\boldsymbol{M}_4$;

б) ускорения точек пропорциональны расстояниям от этих точек до МЦУ

$$\alpha_M = \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}\ \left| MQ \right|.$$

В силу одинаковости расстояний до МЦУ в данном случае оказываются равны между собой модули ускорений $\alpha_O = \alpha_{M_1} = \alpha_{M_4}$, а также $\alpha_{M_2} = \alpha_{M_3}$. Из всех точек колеса самое большое ускорение будет иметь точка ***D*** (рис. 6)

$$\alpha_D = \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}\ \left| DQ \right| = \sqrt{2}\left(r + r\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 1 + \sqrt{2} \text{ м/с}^2.$$

Ответ:

$$\omega = 1 \text{ с}^{-1};\quad \varepsilon = 1 \text{ с}^{-2};\quad v_{M_1} = 0;\quad v_{M_2} = v_{M_4} = \sqrt{2} \text{ м/с};$$

$$v_{M_3} = 2 \text{ м/с};\quad \alpha_{M_1} = \alpha_{M_4} = 1 \text{ м/с}^2;\quad \alpha_{M_2} = \alpha_{M_3} = \sqrt{5} \text{ м/с}^2.$$

ЗАДАЧА 2

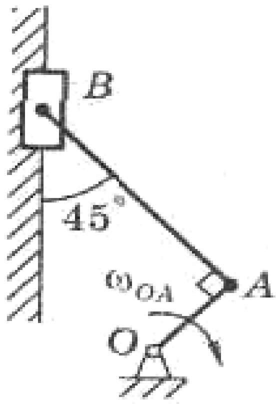


Рис. 7

Кривошип ***OA*** длиной 0,2 м вращается равномерно с угловой скоростью $\omega_{OA} = 10 \text{ с}^{-1}$ и приводит в движение шатун ***AB*** длиной 1 м. Ползун ***B*** движется по вертикали. Найти угловую скорость и угловое ускорение шатуна, а также скорость и ускорение ползуна в момент, когда кривошип и шатун взаимно перпендикулярны и образуют с вертикалью угол 45° (рис. 7).

Решение

1. Определение скоростей. Вычислим скорость точки ***A*** как точки вращающегося кривошипа

$$v_A = \omega_{OA} \left| OA \right| = 2 \text{ м/с}.$$

Она направлена перпендикулярно ***OA*** (рис. 8).

Скорость v_B ползуна направлена по направляющей вертикально.

Для шатуна ***AB***, совершающего плоское движение, теперь известны направления скоростей двух его точек: ***A*** и ***B***. Восставляя перпендикуляры к векторам этих скоростей, находим точку ***P*** их пересечения – МЦС шатуна.

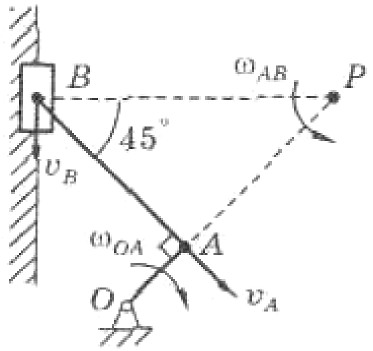


Рис. 8

Используя известную формулу для скоростей точек при плоском движении, получаем

$$v_A = \omega_{AB}\,|AP|; \qquad v_B = \omega_{AB}\,|BP|.$$

Из треугольника ***ABP*** имеем

$|AP| = 1$ м; $|BP| = \sqrt{2}$ м, и тогда

$$\omega_{AB} = \frac{v_A}{|AP|} = 2\ \text{с}^{-1}; \qquad v_B = 2\sqrt{2}\ \text{м/с}.$$

2. Определение ускорений.

Вычислим сначала ускорение точки ***A*** как точки кривошипа

$$\bar{\alpha}_A = \bar{\alpha}_A^{\tau} + \bar{\alpha}_A^{n}.$$

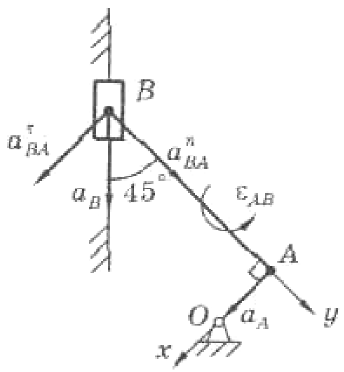


Рис. 9

Здесь вращательное ускорение

$\alpha_A^{\tau} = \varepsilon_{OA}\,|OA| = 0$, так как $\varepsilon_{OA} = \dot{\omega}_{OA} = 0$, поскольку $\omega_{OA} =$ const.

Тогда полное ускорение точки ***A*** равно центростремительному

$$\alpha_A = \alpha_A^{n} = \omega_{OA}^2 |OA| = 20\ \text{м/с}^2$$

и направлено к оси вращения – точке ***O*** (рис. 9).

Для вычисления ускорения точки ***B*** воспользуемся теоремой о сложении ускорений, взяв точку ***A*** в качестве полюса

$$\bar{\alpha}_B = \bar{\alpha}_A + \bar{\alpha}_{BA} = \bar{\alpha}_A + \bar{\alpha}_{BA}^{\tau} + \bar{\alpha}_{BA}^{n}. \qquad (*)$$

Центростремительное ускорение точки ***B*** в относительном вращении вокруг точки ***A*** по модулю равно $\alpha_{BA}^{n} = \omega_{AB}^2 |AB| = 4$ м/с^2, и направлено от точки ***B*** к полюсу – точке ***A***.

Модуль вращательного ускорения α_{BA}^{τ} определяется по формуле $\alpha_{BA}^{\tau} = \varepsilon_{AB}\,|AB|$ и пока не может быть вычислен, поскольку неизвестна величина углового ускорения ε_{AB}. Направление вектора $\bar{\alpha}_{BA}^{\tau}$ также не может быть определено однозначно, так как неизвестно направление углового ускорения, т.е. неизвестно, ускоренным или замедленным является поворот шатуна. Примем пока этот поворот ускоренным, тогда направление $\bar{\varepsilon}_{OA}$ совпадает с направлением $\bar{\omega}_{OA}$, а вектор $\bar{\alpha}^{\tau}_{BA}$ направим перпендикулярно отрезку ***BA*** по ходу углового ускорения.

Вектор ускорения точки ***B*** направлен по вертикальной прямолинейной направляющей. Будем пока считать движение ползуна ускоренным и направим ускорение $\bar{\alpha}_B$ в ту же сторону, что и скорость $\bar{v}_B$ (рис. 8, 9).

Теперь в равенстве (*) все ускорения имеют определенное направление, и мы можем записать это уравнение в проекциях на выбранные оси

$$x:\ \alpha_B \sin 45^o = \alpha_A + \alpha^{\tau}_{BA}; \quad y:\ \alpha_B \cos 45^o = \alpha^{n}_{BA}.$$

Из последнего уравнения получаем $\alpha_B = \alpha^n_{BA}\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ м/с^2, тогда из первого уравнения $\alpha^{\tau}_{BA} = \alpha_B \dfrac{\sqrt{2}}{2} - \alpha_A = -16$ м/с^2.

Отсюда следует, что

$$\varepsilon_{AB} = \frac{\alpha^{\tau}_{AB}}{|AB|} = -16\ c^{-2}.$$

Отрицательные знаки у величин α^{τ}_{BA} и ε_{AB} показывают, что их истинные направления противоположны принятым.

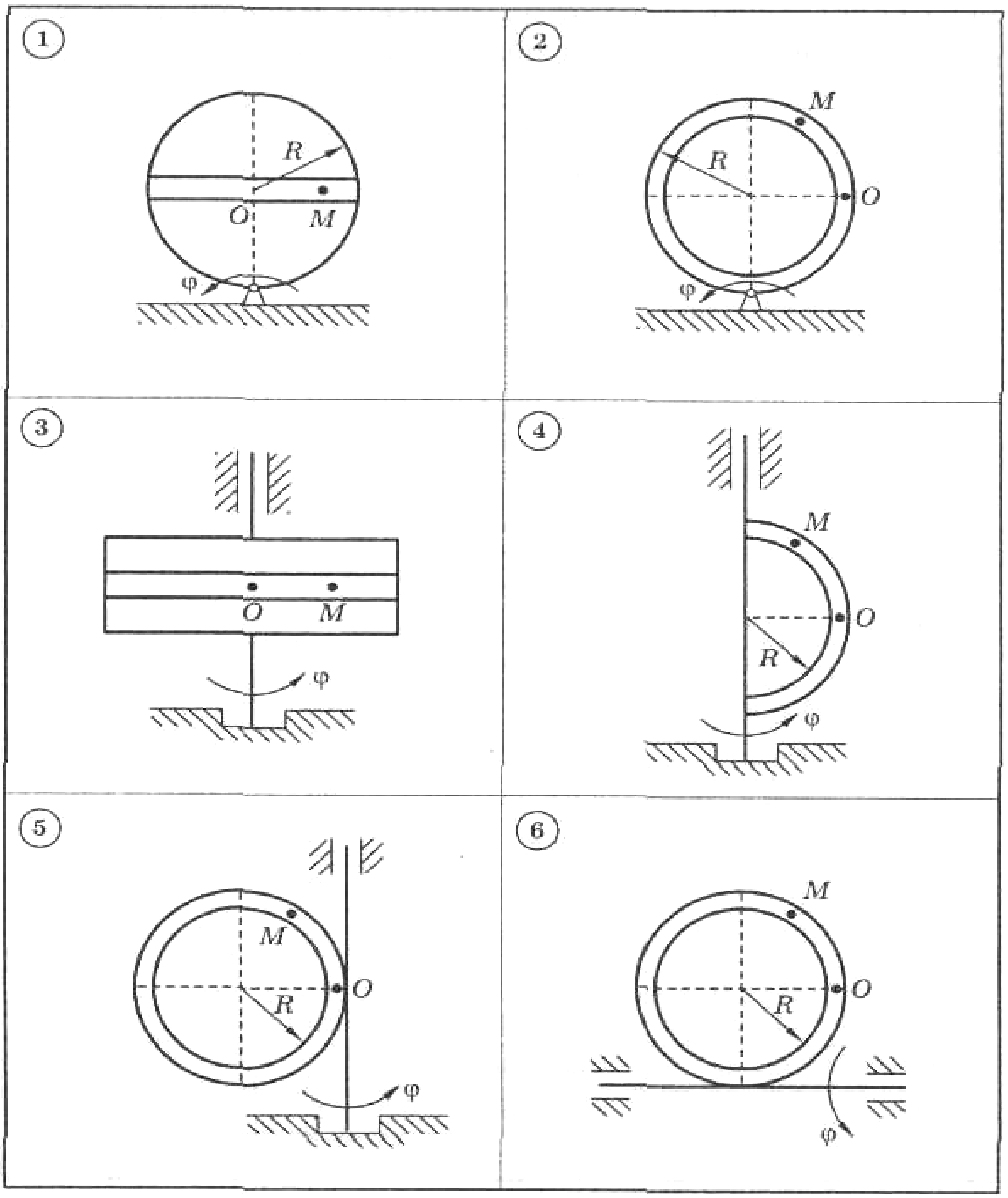
Ответ: $\omega_{AB} = 2\ c^{-1}$; $\varepsilon_{AB} = -16\ c^{-2}$; $v_B = 2\sqrt{2}$ м/с; $\alpha_B = 4\sqrt{2}$ м/с^2.

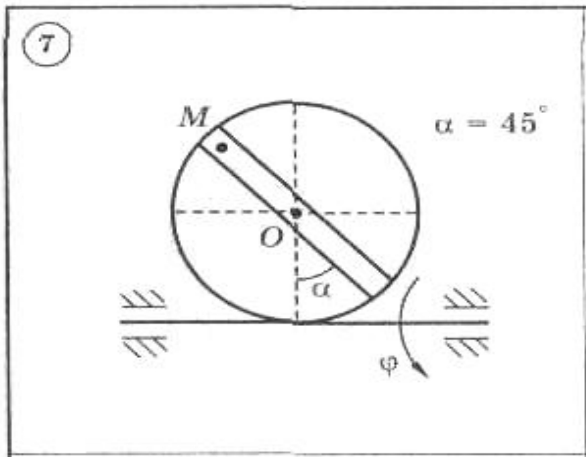
ЗАДАНИЕ К3

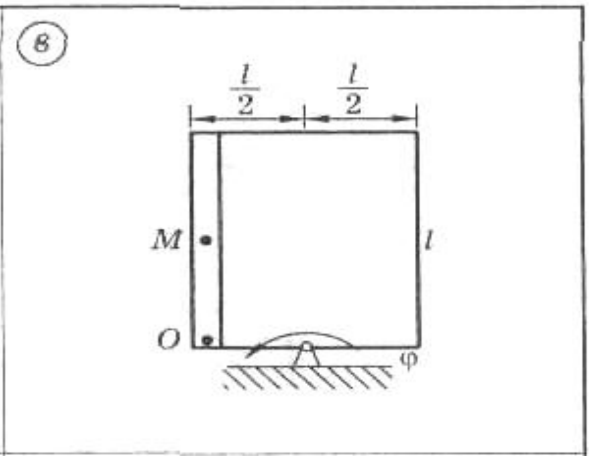
СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

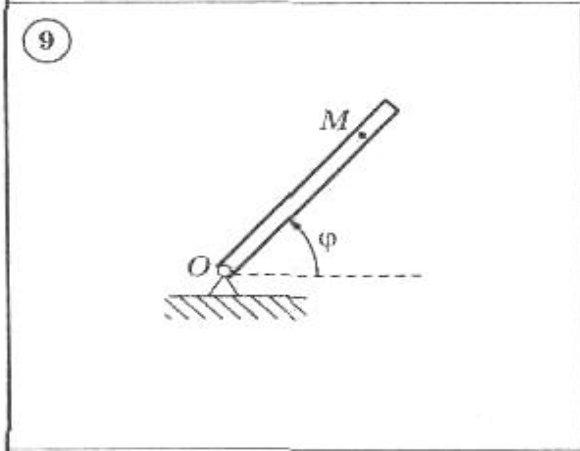
В приведенных ниже схемах 1-30 рассматривается движение точки ***M*** в желобе вращающегося тела. По заданным в таблице уравнениям относительного движения ***OM(t)***, переносного движения φ(t) и геометрическим размерам определить абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки в указанный момент времени.

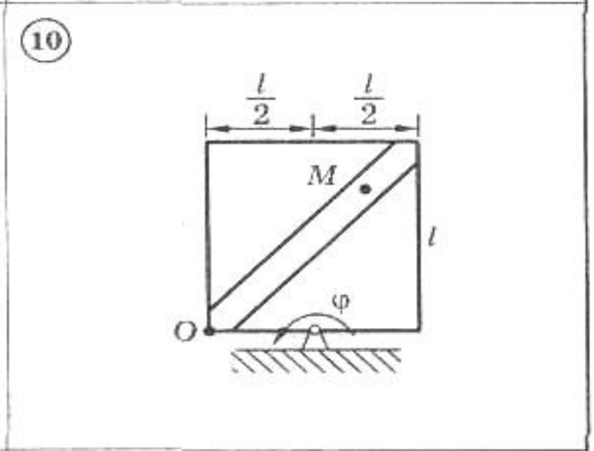
№ вар.	***OM(t)***, м	φ(t), рад	R или ***l***, м	t , с
1	$t^2 - t$	$0{,}5t^2 + t$	20	1
2	$5\pi(2t^2 + t)$	$2t^2$	15	1
3	$5(t^2 - t)$	$0{,}5t^2 + t$		2
4	$5\pi(t^2 - 3)$	$3t^2 - 8t$	20	2
5	$10\pi t^2$	$2t^2 - t$	20	1
6	$15\pi(t^2 - 2t)$	$6t - 4t^2$	30	2
7	$t^2 + 3t - 1$	$2t^2 - 3t$		1
8	$t^3 - 4t$	$0{,}5t^2$	6	2
9	$2t^3 - t$	$4t - t^2$		1
10	$t^3 - t$	$4t - t^2$	4	1
11	$2t^2 + 2t$	$0{,}5t^2$	4	1
12	$4t^2 + 6t$	$2t^2 - 6t$	40	2
13	$5\pi(2t^2 - t)$	$t^2 + t$	10	1
14	$t^2 - 2t + 1$	$0{,}5t^2 + 2t$		2
15	$5\pi(t^2 - 2)$	$2(t^2 - t)$	20	1
16	$15\pi t^2$	$t^2 + t$	10	1
17	$5\pi(2t^2 - t)$	$t^2 + t$	20	1
18	$t^3 - 2t^2 + 8$	$3t^2 - 8t$		2
19	$8t^2 - 2t$	$4t^2$	2	0,5
20	$10\pi t^2$	$4t^2 - 2t$	20	1
21	$t^4 - 4t$	$3t^2 - 8t$		2
22	$3t^2 - t$	$t^2 + 3t$	2	1
23	$10\sin(\pi t/6)$	t^2		1
24	$10\pi(t^2 - t)$	$4t^2 - 2t$	10	1
25	$10\pi t^2$	$2t^2 - t$	30	1
26	$5\pi t^2$	$t^2 + t$	20	1
27	$20\pi t^2$	$t^2 + t$	20	1
28	$- 3t^2$	$4(t^2 - 3t)$		2
29	$3\sqrt{2}\,(t^2 + t - 1)$	$t^2 - t$	6	1
30	$4t^2$	$2t - 0{,}5t^2$	4	1

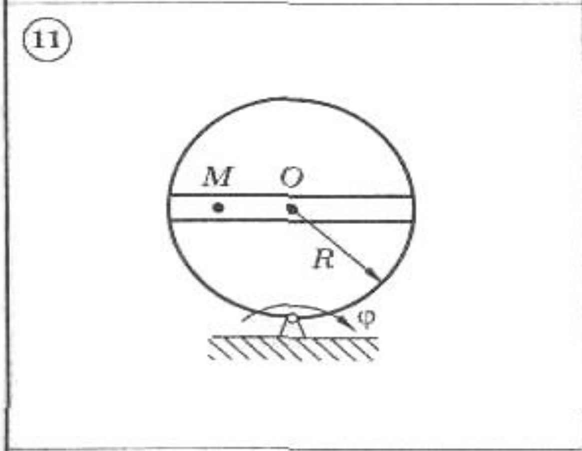

1
R
O
M
φ
2
M
R
O
φ
3
O
M
φ
4
M
O
R
φ
5
M
O
R
φ
6
M
O
R
φ

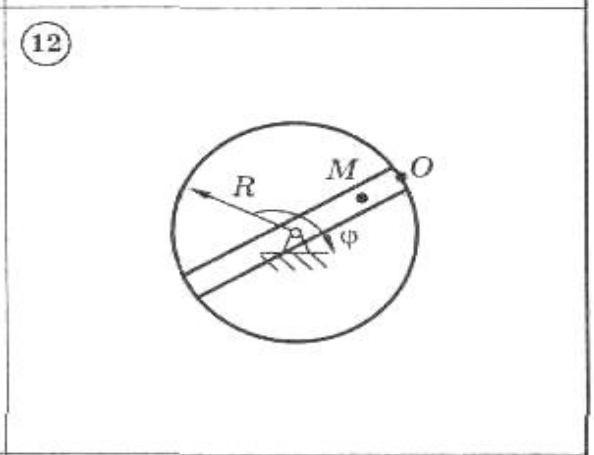

7
M
α = 45°
O
α
φ

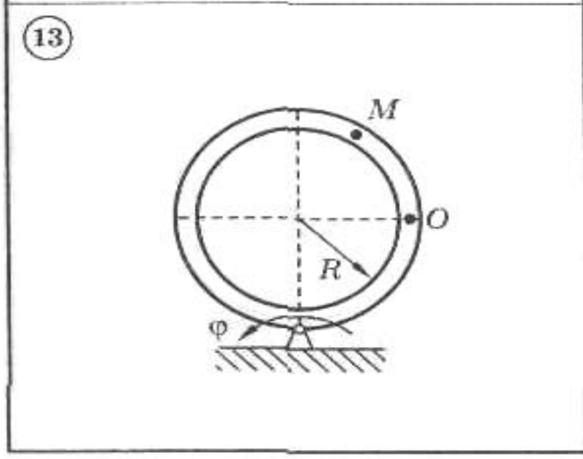

8
l/2
l/2
M
l
O
φ

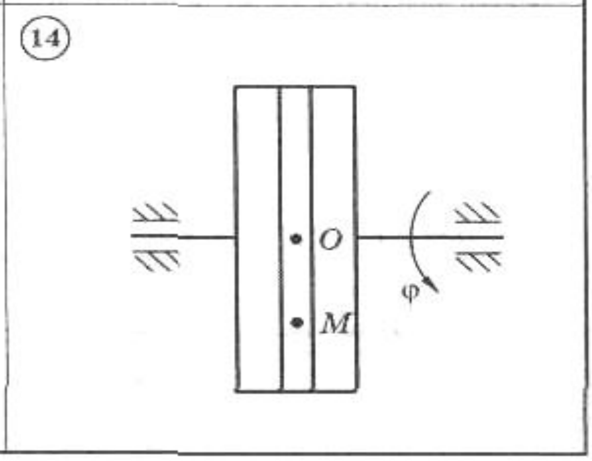

9
M
φ
O


10
l/2
l/2
M
l
φ
O

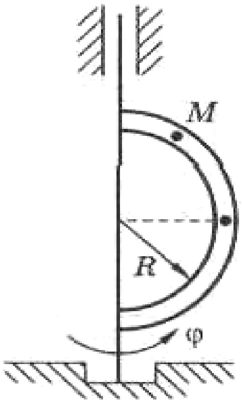

11
M
O
R
φ


12
R
M
O
φ

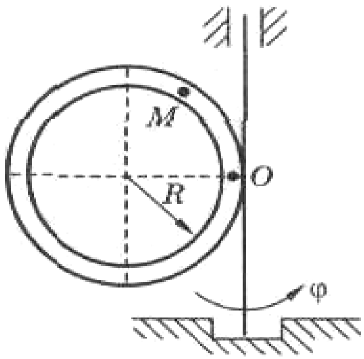

13
M
O
R
φ


14
O
φ
M

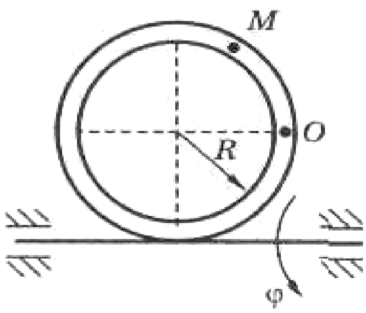
15



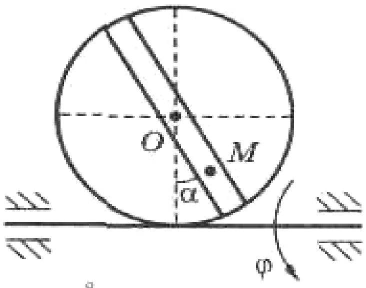
16



17

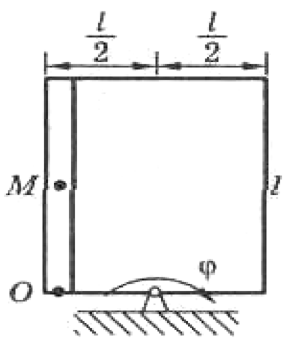


18

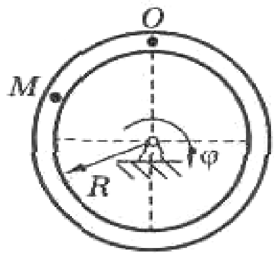


$\alpha = 30^{\circ}$

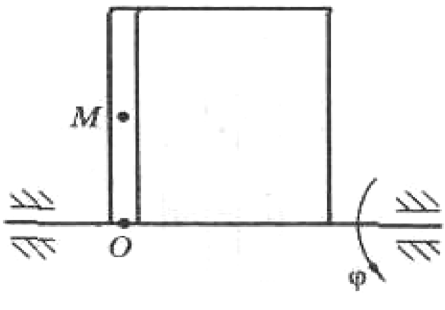
19



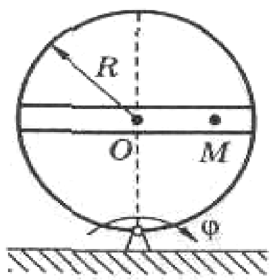
20

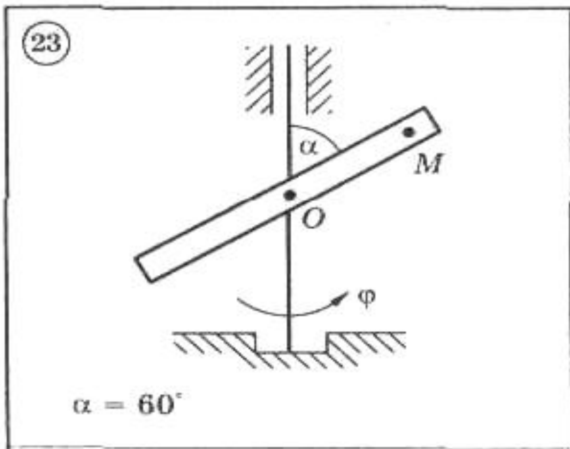


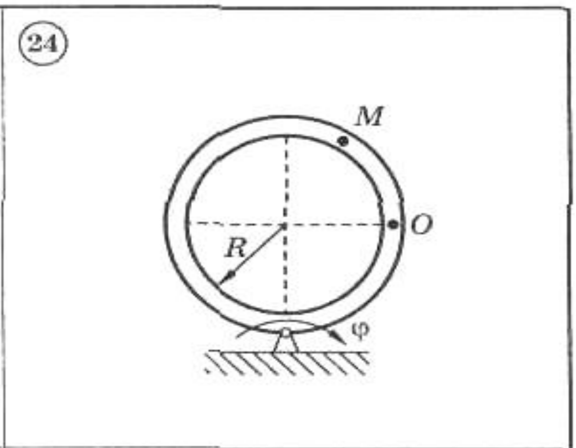
21

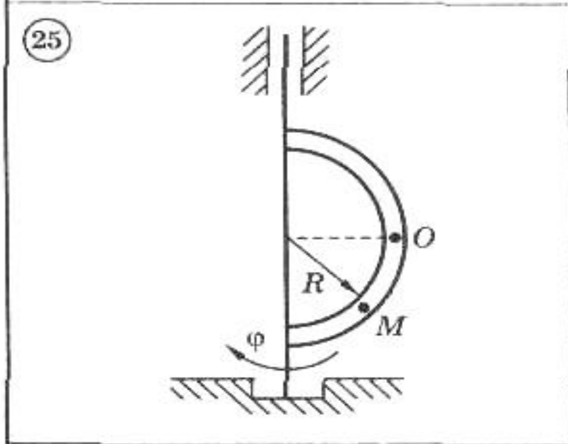


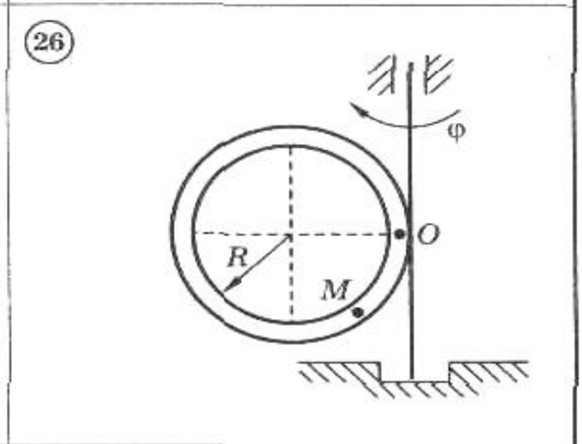
22

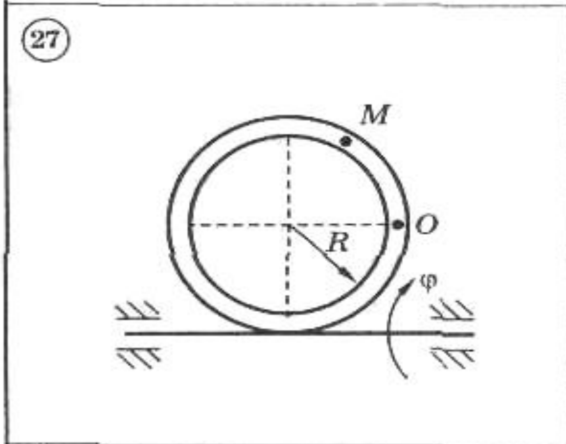


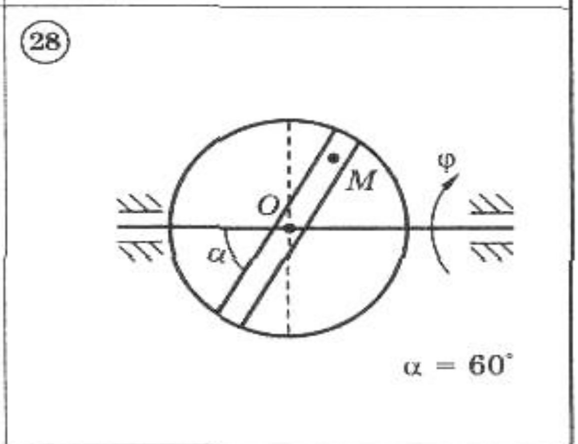

23
α
M
O
φ
α = 60°

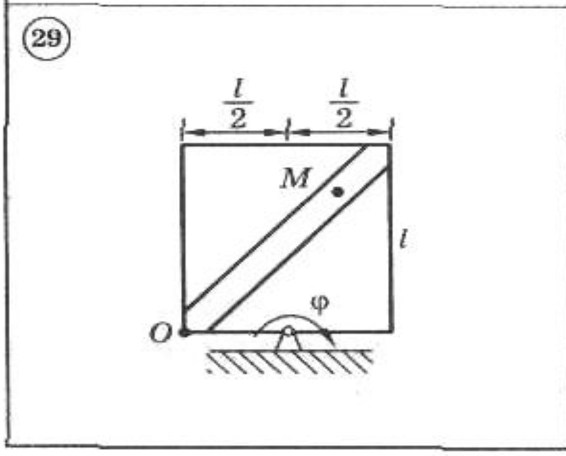

24
M
O
R
φ

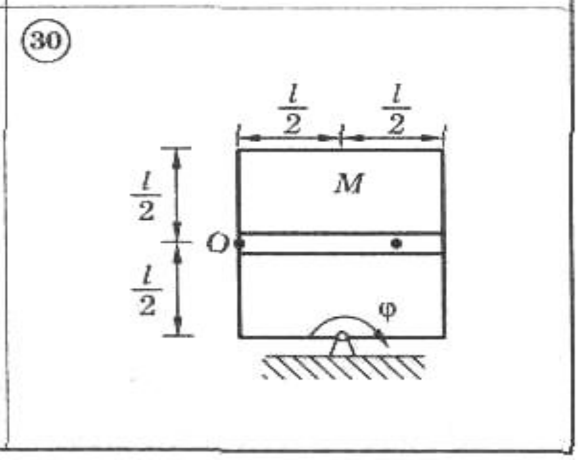

25
O
R
M
φ


26
φ
O
R
M


27
M
O
R
φ


28
φ
M
O
α
α = 60°


29
l/2
l/2
M
l
φ
O


30
l/2
l/2
M
l/2
O
l/2
φ

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

ЗАДАЧА 1

Тело ***D*** движется поступательно вдоль оси x так, что координата его точки меняется как $x_D = t^3 + t^2$, м (рис. 10).

По желобу ***OA***, который представляет собой дугу окружности радиусом R = 20 м тела, движется точка ***M*** так, что длина дуги ***OM*** = s = $5\pi t^2$, м. Для момента времени t = 1 с определить абсолютную скорость $\bar{v}_\alpha$ и абсолютное ускорение $\bar{\alpha}_\alpha$ точки ***M***.

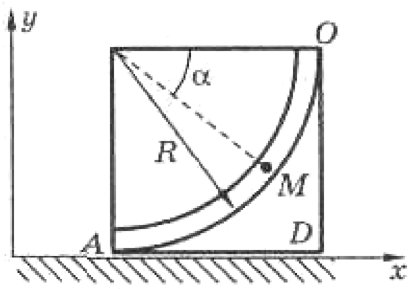


Рис. 10

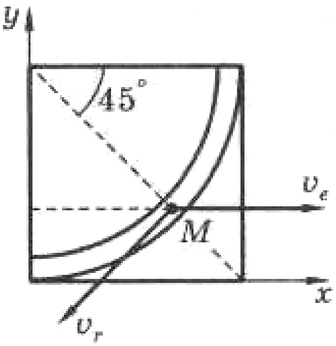


Рис. 11

Решение

1. Определение $\bar{v}_\alpha$. Согласно теореме о сложении скоростей, абсолютная скорость равна векторной сумме относительной и переносной скоростей

$$\bar{v}_\alpha = \bar{v}_r + \bar{v}_e .$$

Относительную скорость точки (скорость по отношению к телу ***D***) находим, вычисляя ее алгебраическое значение как производную от дуговой координаты по времени

$v_{r\tau} = \tilde{v}_r = \dot{s} = 10\pi t$, и при t = 1 с получаем $v_r = \left| \tilde{v}_r \right| = 10\pi \approx 31{,}4$ м/с.

Чтобы определить направление этой скорости, следует установить, где находится точка ***M*** в данный момент времени.

Вычисляя длину дуги $\left| OM \right|_{t=1\,c} = 5\pi$ м, определяем значение угла α

$\alpha = \dfrac{|OM|}{R} = \dfrac{\pi}{4} = 45^o$ - точка ***M*** находится в середине дуги ***OA*** (рис. 11).

Скорость $\bar{v}_r$ точки направлена по касательной к ее траектории (окружности) в сторону увеличения длины дуги (дуговой координаты), так как алгебраическое значение скорости положительно.

Переносной скоростью по определению будет скорость той точки тела ***D***, с которой в данный момент времени совпадает точка ***M***.

В имеющемся случае поступательного движения тела скорости всех его точек одинаковы (это скорость тела ***D***), и тогда, поскольку движение прямолинейное, переносную скорость можно найти как производную от координаты

$$v_e = \left| \tilde{v}_e \right| = \left| v_{ex} \right| = |\dot{x}_D| = 3t^2 + 2t,$$

и при t = 1 с получаем $v_e = 5$ м/с. Направлена она по оси x, так как $v_{ex} > 0$.

Складывать векторы $\bar{v}_r$ и $\bar{v}_e$ удобнее всего с помощью проекций. Проектируя равенство $\bar{v}_\alpha = \bar{v}_r + \bar{v}_e$ на оси (рис. 11), получаем

$$v_{\alpha x} = - v_r \cos 45^o + v_e = - 17{,}2; \quad v_{\alpha y} = - v_r \sin 45^o = -22{,}2$$

и окончательно $v_\alpha = \sqrt{v_{\alpha x}^2 + v_{\alpha y}^2} \approx 28{,}1$ м/с.

2. Определение $\bar{\alpha}_\alpha$. Согласно теореме Кориолиса, абсолютное ускорение равно векторной сумме относительного, переносного и кориолисова ускорений

$$\bar{\alpha}_\alpha = \bar{\alpha}_r + \bar{\alpha}_e + \bar{\alpha}_{cor}.$$

В данном случае кориолисова ускорения $\bar{\alpha}_{cor} = 2\bar{\omega}_e \bar{v}_r$ не будет, так как переносное движение поступательное и его угловая скорость $\omega_e = 0$.

Относительное ускорение $\bar{\alpha}_r$ в общем случае будет складываться из касательного и нормального $\bar{\alpha}_r = \bar{\alpha}_r^\tau + \bar{\alpha}_r^n$.

Касательное относительное ускорение $\bar{\alpha}_r^\tau$ вычисляем через производную от алгебраического значения скорости

$$\tilde{\alpha}_r^\tau = \dot{\tilde{v}}_r = 10\pi \approx 31{,}4 \text{ м/с} \quad \text{и} \quad \alpha_r^\tau = \left| \tilde{\alpha}_r^\tau \right|.$$

Ускорение $\bar{\alpha}_r^\tau$ направлено туда же, куда и скорость $\bar{v}_r$, так как знаки их алгебраических значений совпадают (ускоренное движение).

Нормальное относительное ускорение $\bar{\alpha}_r^n$ находим через скорость и радиус кривизны траектории

$$\alpha_r^n = \frac{v_r^2}{\rho} = \frac{v_r^2}{R} = 49{,}3 \text{ м/с}^2.$$

Оно направлено к центру окружности желоба (рис. 12).

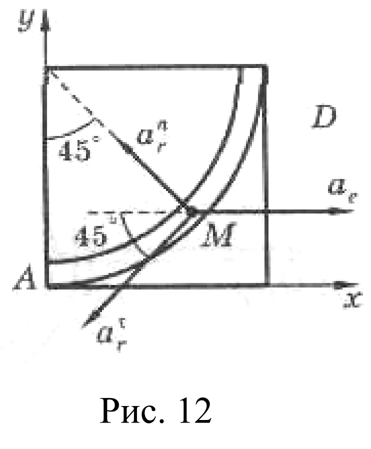


Рис. 12

Переносное ускорение (поскольку движение тела ***D*** поступательное и прямолинейное) ищем, дифференцируя найденную ранее переносную скорость

$$\alpha_e = \left| \tilde{\alpha}_e^{\tau} \right| = \left| \tilde{\dot{v}}_e \right| = 6t + 2,$$

и при $t = 1$ с имеем $\alpha_e = 8$ м/с^2. Это ускорение совпадает по направлению с $\bar{v}_e$. Проектируя на оси уравнение

$$\bar{\alpha}_\alpha = \bar{\alpha}_r^{\tau} + \bar{\alpha}_r^{n} + \bar{\alpha}_e,$$

получим проекции вектора абсолютного ускорения

$$\alpha_{\alpha x} = -\alpha_r^{\tau}\cos 45^{o} - \alpha_r^{n}\sin 45^{o} + \alpha_e \approx -49{,}1;$$

$$\alpha_{\alpha y} = -\alpha_r^{\tau}\sin 45^{o} + \alpha_r^{n}\cos 45^{o} \approx 12{,}7.$$

И окончательно $\alpha_\alpha = \sqrt{\alpha_{\alpha x}^2 + \alpha_{\alpha y}^2} \approx 50{,}7$ м/с^2.

Ответ: $v_\alpha \approx 28{,}1$ м/с; $\alpha_\alpha \approx 50{,}7$ м/с^2.

ЗАДАЧА 2

Тело ***D*** вращается в плоскости рисунка (рис. 13) вокруг оси ***O***$_1$ так, что его угол поворота равен

$$\varphi_D = (t^2 + 2t) \text{ рад}.$$

По желобу ***OA*** движется точка ***M*** так, что алгебраическое значение длины дуги равно

$$OM = s = (25\pi t^2 - 5\pi t) \text{ см}.$$

Желоб является окружностью радиусом $R = 20$ см, расстояние $\left| O_1A \right| = b = 10$ см. Для момента времени $t = 1$ с определить абсолютную скорость $\bar{v}_\alpha$ и абсолютное ускорение $\bar{\alpha}_\alpha$ точки ***M***.

Решение

1. Определение $\bar{v}_\alpha$. По теореме о сложении скоростей имеем

$$\bar{v}_\alpha = \bar{v}_r + \bar{v}_e.$$

Относительную скорость точки (скорость по отношению к телу ***D***) находим, вычисляя ее алгебраическое значение как производную от дуговой

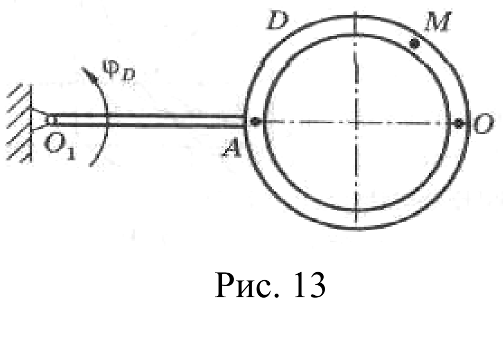


Рис. 13

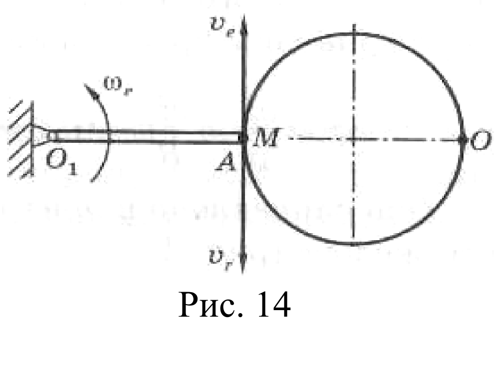


Рис. 14

координаты по времени

$$\tilde{v}_r = \dot{s} = 50\pi t - 5\pi \big|_{t=1\ c} = 45\pi \text{ см/с} \approx 1{,}41 \text{ м/с} \quad \text{и} \quad v_r = \big| \tilde{v}_r \big| .$$

Чтобы найти ее направление, установим, где находится точка ***M***. При t = 1 с, получив ***OM*** = 20π см, устанавливаем, что длина дуги составляет половину длины окружности, то есть точка ***M*** находится в точке ***A*** желоба (рис.14).

Скорость $\bar{v}_r$ точки направлена по касательной к ее траектории в сторону увеличения дуговой координаты, так как алгебраическое значение скорости положительно.

Переносной скоростью по определению будет скорость той точки вращающегося тела ***D***, с которой совпадает точка ***M***, то есть скорость точки ***A***

$$v_e = v_A = \omega_e b,$$

где алгебраическое значение угловой скорости переносного движения равно

$$\tilde{\omega}_e = \dot{\varphi}_D = 2t + 2.$$

Таким образом, при t = 1 с получаем $\tilde{\omega}_e = \omega_e = 4 \text{ с}^{-1}$ и $v_e = 0{,}40$ м/с. Алгебраическое значение угловой скорости положительно, следовательно, вращение происходит по направлению угла поворота. Переносная скорость направлена перпендикулярно отрезку ***O***$_1$***A*** по ходу вращения.

Поскольку векторы $\bar{v}_r$ и $\bar{v}_e$ направлены противоположно, то модуль абсолютной скорости равен $v_\alpha = v_r - v_e \approx 1{,}01$ м/с.

2. Определение $\bar{\alpha}_\alpha$. По теореме Кориолиса $\bar{\alpha}_\alpha = \bar{\alpha}_r + \bar{\alpha}_e + \bar{\alpha}_{cor}$ или

$$\bar{\alpha}_\alpha = \bar{\alpha}_r^\tau + \bar{\alpha}_r^n + \bar{\alpha}_e^\tau + \bar{\alpha}_e^n + \bar{\alpha}_{cor}. \qquad (*)$$

Вычислим и покажем на рисунке все пять ускорений (рис. 15).

Относительное касательное ускорение вычисляем через его алгебраическое значение $\tilde{\alpha}_r^\tau = \dot{\tilde{v}}_r = 50\pi \text{ см/с}^2 \approx 1{,}57 \text{ м/с}^2$.

Ускорение $\bar{\alpha}_r^\tau$ направлено туда же, куда и скорость $\bar{v}_r$, так как знаки их алгебраических значений совпадают (ускоренное движение)

$$\alpha_r^\tau = \big| \tilde{\alpha}_r^\tau \big| .$$

Относительное нормальное ускорение направлено к центру желоба и равно

$$\alpha_r^n = \frac{v_r^2}{R} \approx 9{,}99 \text{ м/с}^2.$$

Переносное ускорение в данном случае – это ускорение

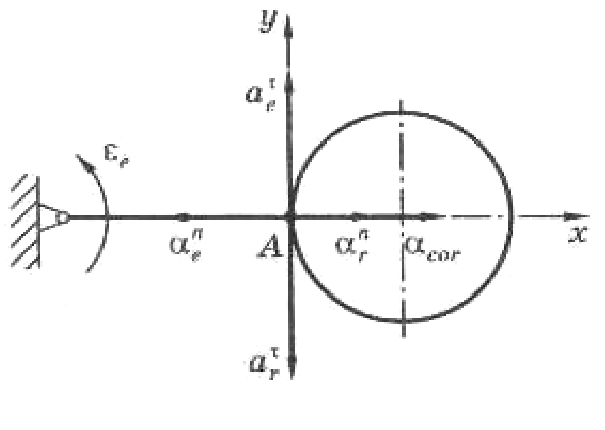


Рис. 15

точки ***A*** тела ***D***.

Так как алгебраическое значение углового ускорения равно его модулю

$$\tilde{\varepsilon}_e = \tilde{\dot{\omega}}_e = 2\ c^{-2} = \varepsilon_e,$$

то переносное вращательное ускорение получается

$$\alpha_e^{\tau} = \varepsilon_e b = 0{,}20\ м/с^2.$$

Оно направлено перпендикулярно ***O***$_1$***A*** по ходу углового ускорения, и поскольку алгебраические значения угловой скорости и углового ускорения совпадают по знаку (ускоренное вращение), следовательно, $\bar{\alpha}_e^{\tau}$ совпадает с $\bar{v}_e$.

Переносное центростремительное ускорение направлено к оси ***O***$_1$ и равно $\alpha_e^n = \omega_e^2 b = 1{,}60\ м/с^2$.

Кориолисово ускорение $\bar{\alpha}_{cor} = 2\bar{\omega}_e \bar{v}_r$, и его модуль равен

$$\alpha_{cor} = 2\omega_e v_r \sin(\bar{\omega}_e, \bar{v}_r).$$

Так как вектор угловой скорости тела лежит на оси вращения, то в данном случае он перпендикулярен плоскости чертежа и угол между ним и вектором относительной скорости равен 90°. Тогда

$$\alpha_{cor} = 2 \cdot 4 \cdot 45\pi\ см/с^2 \approx 11{,}3\ м/с^2.$$

Направление кориолисова ускорения может быть найдено или по общему правилу для векторного произведения, или по специальному правилу Жуковского. В нашем случае достаточно повернуть скорость $\bar{v}_r$ на 90° по ходу вращения тела.

Сложение векторов произведем с помощью проекций. Спроектировав равенство (*) на оси, получим

$$\alpha_{\alpha x} = \alpha_r^n - \alpha_e^n + \alpha_{cor} = 19{,}7; \quad \alpha_{\alpha y} = -\alpha_r^{\tau} + \alpha_e^{\tau} = -1{,}37$$

и окончательно $\alpha_{\alpha} = \sqrt{\alpha_{\alpha x}^2 + \alpha_{\alpha y}^2} \approx 19{,}8\ м/с^2$.

Ответ: $v_{\alpha} \approx 1{,}01$ м/с; $\alpha_{\alpha} \approx 19{,}8\ м/с^2$.

ОТВЕТЫ

ЗАДАНИЕ К1

№	v, м/с	α, м\с^2	№	v, м/с	α, м\с^2
1.	0,375	0,654	16.	2,50	22,1
2.	0,750	2,37	17.	0,262	0,417
3.	0,833	7,14	18.	1,00	6,77
4.	0,333	0,821	19.	0,514	0,573
5.	0,267	0,444	20.	0,559	3,19
6.	4,80	45,0	21.	5,30	72,4
7.	0,833	1,91	22.	2,80	90,3
8.	0,389	0,707	23.	0,150	0,335
9.	8,00	219	24.	4,19	49,4
10.	0,750	1,77	25.	0,600	4,33
11.	0,500	2,77	26.	0,195	0,274
12.	0,500	2,80	27.	0,800	4,75
13.	0,400	0,632	28.	0,800	7,04
14.	0,100	0,141	29.	0,667	1,90
15.	0,575	0,718	30.	1,89	52,6

ЗАДАНИЕ К2

№	v_B, м/с	α_B, м\с^2	ω_{AB}, 1/с	ε_{AB}, 1/с^2
1.	1,00	1,42	0,500	0,856
2.	1,00	5,00	0,866	3,03
3.	1,73	0,536	1,00	0,268
4.	0	0,810	0,450	1,35
5.	1,00	3,41	0,707	1,91
6.	0,577	0,385	0,577	0,962
7.	0	0,0520	0,150	0,513
8.	2,00	9,66	1,41	4,83
9.	2,00	4,31	1,00	1,58
10.	2,00	10,0	1,73	3,46
11.	3,46	12,5	2,00	4,93
12.	0	3,24	0,900	0,403
13.	3,00	10,7	2,12	3,09
14.	1,73	7,46	1,00	3,73
15.	0	1,30	0,750	1,33

№	v_B, м/с	α_B, м\с^2	ω_{AB}, 1/с	ε_{AB}, 1/с^2
16.	1,15	4,23	1,15	1,92
17.	2,0	4,31	1,00	1,58
18.	4,00	52,0	3,46	24,2
19.	0,577	3,08	0,577	2,50
20.	0	0,360	0,300	1,84
21.	0,800	3,09	0,566	2,51
22.	1,15	1,92	1,15	0,386
23.	0	0,468	0,450	0,883
24.	0	1,44	0,600	1,62
25.	1,00	1,42	0,500	0,855
26.	0,800	0,0800	0,693	0,901
27.	0	0,208	0,300	1,05
28.	6,93	65,7	4,00	28,7
29.	1,00	2,14	0,259	0,536
30.	2,00	1,45	0,518	0,446

ЗАДАНИЕ К3

№	v_α, м/с	α_α, м\с^2	№	v_α, м/с	α_α, м\с^2
1.	39,0	78,1	16.	98,9	1059
2.	151	1272	17.	113	451
3.	33,5	128	18.	28,0	125
4.	84,5	487	19.	10,8	72,4
5.	87,0	511	20.	57,2	190
6.	314	3612	21.	42,5	284
7.	5,43	15,6	22.	18,0	111
8.	2,00	21,9	23.	9,77	30,6
9.	5,39	19,7	24.	66,5	378
10.	2,95	15,4	25.	77,3	378
11.	4,47	12,7	26.	36,0	146
12.	32,6	68,8	27.	139	1107
13.	107	692	28.	43,3	231
14.	4,47	22,0	29.	15,0	33,5
15.	42,3	171	30.	10,2	16,5

СОДЕРЖАНИЕ

Введение……………………………………………………………… 3
Правила оформления контрольных (расчетно-графических) работ……………………………………………………………… 3
Литература…………………………………………………………… 3
Задание К1. Простейшие виды движения твердого тела………………...4
Примеры решения задач. Простейшие виды движения твердого тела…..9
Задание К2. Плоскопараллельное движение твердого тела……………12
Примеры решения задач. Плоскопараллельное движение твердого тела……………………………………………………………………..16
Задание К3. Сложное движение точки…………………………………. 21
Примеры решения задач. Сложное движение точки………………….. 26
Ответы…………………………………………………………………...31