

Контрольное задание

1. Содержание контрольной работы

Выполнение контрольной работы направлено на закрепление знаний и умений, полученных студентами в ходе изучения дисциплины, и развитие навыков, направленных на решение элементов практических задач, возникающих перед инженерным составом при решении проблемно - ориентированных задач различной направленности.

2. Требования к оформлению работы

Контрольная работа представляется на стандартных листах формата А4, написанных от руки или распечатанных на принтере с интервалом 1.5.

Страницы должны быть пронумерованы, начиная со 2-ой страницы, также следует оставлять поля не менее 20 мм.

Титульный лист не нумеруется и оформляется в соответствии с общеуниверситетским стандартом.

Тексты задач записываются полностью с номером варианта и исходными данными. В решении каждой задачи необходимо указывать источник (Л..., формула..., рис...). Расчетные формулы приводить сначала в общем виде, затем подставляя числовые значения аргументов, обязательно указывая их обозначения и размерности.

3. Выбор варианта задания

Решаемые задачи (номер варианта) выбираются исходя из последней цифры, определяемой суммой цифр номера зачетной книжки.

Выбор задач, решаемых в контрольной работе осуществляется в соответствии с табл. 1.

Таблица 1

Варианты и номера решаемых задач

Последняя цифра суммы(вариант)	Номера решаемых задач			
	0	1	13	37
1	9	29	4	15
2	5	21	28	39
3	40	6	33	12
4	22	30	26	16
5	27	34	7	36
6	3	14	20	38
7	24	10	35	17
8	25	32	18	8
9	2	11	23	31

4. Задачи, решаемые в работе.

1. Вычислите вероятность 3-х отказов РЭО, функционирующего в течение 720ч, если плотность распределения вероятности интервалов времени между отказами подчинена экспоненциальному закону, а интенсивность отказов $\lambda = 10^{-3}$ 1/ч

2. Проводятся испытания однотипных радиоэлектронных систем общим числом 49. Найти вероятность того, что при выборе случайным образом 6-и РЭС неисправными окажутся:

$$A = \{\text{ровно три}\},$$

$$B = \{\text{ровно четыре}\},$$

$$C = \{\text{ровно 5}\},$$

$$D = \{\text{ровно 6}\},$$

3. Радиопередающее устройство состоит из трех узлов; в подмодуляторе 30 элементов, в генераторе 14 элементов, причем третий узел является дублирующим для генератора и идентичен по схемному решению. Поток отказов узлов – простейшие; для элемента, входящего в первый узел, интенсивность потока отказов равна $\lambda_1 = 10^{-6}$ 1/ч., во второй или третий узел

$\lambda_2 = 10^{-5}$ 1/ч. Первый узел выходит из строя, если в нем отказало не менее двух элементов. Второй узел (так же, как и дублирующий его третий) выходит из строя при отказе хотя бы одного элемента. Для выхода из строя передатчика в целом достаточно, если отказал подмодулятор или первый и второй генераторные каскады вместе. Найти вероятность того, что за время $\tau = 100$ ч. передатчик выйдет из строя.

4. При работе АПОИ в случайные моменты возникают неисправности. Плотность распределения времени безотказной работы равна $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$ ($t > 0$). При возникновении неисправности она мгновенно обнаруживается АПОИ, Восстанавливается в течение времени τ_0 . Найти плотность $\Phi(t)$ и функцию распределения $G(t)$ промежутка времени Z между двумя соседними неисправностями. Найти математическое ожидание и дисперсию. Найти вероятность того, что Z будет больше $2\tau_0$.

5. Интенсивность отказов радиоприемного устройства $\lambda_0 = 0,5 * 10^{-5}$ 1/ч. Его резервирует такой же приемник, находящийся до отказа основного в

облегченном резерве, в котором интенсивность отказов $\lambda_0 = 0,6 * 10^{-7}$ 1/ч. Найдите следующие характеристики всей системы:

- а) вероятность безотказной работы в течение $t=1000$ ч.
- б) среднюю наработку до первого отказа и интенсивность отказов.

6. В момент времени t_1, t_2, t_3 проводятся ПМ по техническому обслуживанию РНС, имеющей возможные состояния: S_0 – полностью исправна, S_1 – работоспособна, S_2 – состояние отказа. Матрица переходных вероятностей имеет вид:

$$P_{\tau} = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,3 & 0,2 \\ 0,4 & 0,4 & 0,2 \\ 0,2 & 0,2 & 0,6 \end{pmatrix}$$

Построить граф состояний и найти вероятности состояний РНС после одного или двух ПМ.

7. АПОИ имеет нагруженный резерв. Поток отказов каждого узла – простейший с параметром $\lambda = 10^{-6}$ 1/ч. При выходе из строя комплект аппаратуры сразу восстанавливается. Время ремонта – показательное с параметром $\mu = 3 * 10^{-2}$ 1/ч. Определите следующие характеристики работы АПОИ:

- 1) вероятности состояний;
- 2) вероятности того, что за время $t=750$ ч. АПОИ не разу не прекратит работу;
- 3) финальные вероятности состояний АПОИ;
- 4) для предельного состояния АПОИ среднее относительное, в течении которого эта АПОИ будет работать;
- 5) для того же предельного режима среднее время t_{τ} бесперебойной работы АПОИ.

8. В состав СП входят 4 РЭС. Бригада из 4 человек технического персонала проводит профилактические работы каждой РЭС. Суммарный поток окончания работ для всей бригады – пуассоновский с интенсивностью $\lambda(t)=3 * 10^{-2}$ 1/ч. После окончания работ РЭС проверяется; с вероятностью $P = 0,95$ она оказывается работоспособной; в противном случае производится соответствующий цикл восстановительных работ.

Построить граф состояний для системы посадки, написать дифференциальные уравнения для вероятностей состояния. Найти

математическое ожидание числа РЭС успешно прошедших профилактику к моменту $\tau = 20$ ч.

9. РАС состоит из m узлов и в моменты t_1, t_2, t_3, t_4 подвергается профилактическому обслуживанию. После каждого шага РЛС может оказаться в одном из следующих состояний: S_0 – все блоки исправны; S_1 – один узел заменен, остальные исправны; S_2 – два узла заменены, остальные исправны; ...; S_i i узлов $i < m$ заменяют новыми, остальные исправны; S_m все m узлов заменены. Вероятность того что в момент ПМ узел придется заменить новым равна p . Рассматривая состояния системы S как марковскую цепь, найти переходные вероятности и для $m = 3$ и $p = 0.4$ вычислить вероятности состояний РЛС после трех шагов.

10. Математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение нормально распределенной вероятности нахождения РЭС в одном из функциональных состояний соответственно равны 0,6 и 0,09. Найти вероятность того, что в процессе эксплуатации вероятность нахождения системы в этом состоянии примет значение, заключенное в интервале(0.57;0.63)

11. Генераторный каскад РЭС работает исправно в течении случайного времени T ; после отказа он немедленно заменяется новым. Найти вероятность следующих событий: A – (за время t каскад не выходит из строя); B – (каскад придется заменить ровно два раза); C –(каскад придется заменить не менее двух раз); если поток отказов простейший с интенсивностью $\lambda_0 = 0,5 \cdot 10^{-5}$ 1/ч, а рассматриваемые события анализируются за интервал времени $t = 800$ ч.

12. Найти закон распределения времени безотказной работы функционального узла РЭС, содержащего две группы элементов, имеющих плотности распределения времени безотказной работы $f_1 t_1 = \lambda_1 \exp(-\lambda_1 t_1)$ и $f_2 t_2 = \lambda_2 \exp(-\lambda_2 t_2)$ соответственно. Вычислить вероятность безотказной работы за интервал времени $t = 1000$ ч. При условии, что $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda = 10^{-6}$ 1/ч.

13. Производятся испытания радиопередающего устройства. При каждом испытании устройство выходит из строя с вероятностью 0.05. После первого выхода из строя устройство ремонтируется, после второго признается

негодным. Найти вероятность того, что передающее устройство окончательно выйдет из строя в точности при 4-м испытании.

14. Произведено 12 измерений одним прибором (без систематической ошибки) некоторого параметра РЭО, причем исправленное среднее квадратическое отношение S случайных ошибок измерения оказалось равным 0,6. Найти точность прибора с надежностью 0,99.

15. Радиотехническое устройство, состоящее из 4-х функциональных узлов, работает в течении значительного интервала времени T . За это время первый узел оказывается неисправным с вероятностью $q_1 = 0.4$, второй $q_2 = 0.6$, третий $q_3 = 0.5$ и четвертый $q_4 = 0.5$. Техник, производящий контроль устройства, обнаруживает и устраняет неисправность каждого узла, если она имеется, с вероятностью $p = 0.95$, а с вероятностью $q = 1-p$ объявляет узел неисправным. Найти:

1) Вероятность события $A =$ (после осмотра техником всего устройства хотя бы один функциональный элемент радиотехнического устройства неисправен);

2) Устройство используется после профилактического осмотра так как , отсутствует техник, вероятность отсутствия равна $v = 0.01$.

16. Радиотехническое устройство состоит из 3-х узлов. Каждый узел может выходить из строя независимо от других. Время безотказной работы i -го узла распределено по показательному закону с параметром λ_i : $f_i(t) = \lambda_i \exp(-\lambda_i t)$, ($t \geq 0$) – ($\lambda_1 = 10^{-5}$ 1/ч; $\lambda_2 = 5 \cdot 10^{-6}$ 1/ч; $\lambda_3 = 6 \cdot 10^{-6}$ 1/ч)

Каждый узел, оказывается неисправным, немедленно заменяется новым и поступает на восстановление. Восстановление i -го узла продолжается случайное время, распределенное по показательному закону с параметром μ_i : $\varphi_i(t) = \mu_i \exp(-\mu_i t)$ ($t \geq 0$) – ($\mu_1 = 2$ 1/ч; $\mu_2 = 3$ 1/ч; $\mu_3 = 2.5$ 1/ч). Устройство работает в течение времени t .

Определить:

1) Математическое ожидание и дисперсию числа узлов, которые придется заменить;

2) Математическое ожидание времени T , которое будет затрачено на восстановление вышедших из строя узлов.

17. Условие задачи $N=16$ изменены следующим образом, что каждый из вышедших из строя узел отправляется в ремонт, а радиотехническое устройство

на время прекращает функционирование: при неработающем устройстве узлы выходить из строя не могут.

Найти: 1) математическое ожидание числа остановок устройства за время τ , в течение которого устройство будет простаивать (оно же среднее время, затраченное на ремонт).

18. С помощью специальной контрольной аппаратуры проверяются 24 однотипных элементов РЭА, находящихся на хранении. Вероятность того, что каждый из элементов будет признан годным к эксплуатации, равна 0.95. Найти наименее вероятное число элементов, которые будут годными к эксплуатации.

19. Написать моделирующие формулы для нормальных случайных векторов параметрами:

а) $m_1 = 1, m_2 = 2, m_3 = 3$

$$K_n = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix};$$

б) $m_1 = 1, m_2 = 2, m_3 = 3, m_4 = 4$

$$K_n = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix};$$

20. Опишите алгоритм моделирования однородного гауссовского процесса:

а) заданного нормальным распределением

$$P_0(x) = \begin{cases} 2x, & x \in [0, 0.1] \\ 0, & x \notin [0, 0.1] \end{cases}$$

и ковариационной функцией

$$R(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

б) стационарного со спектральной плотностью $1/(1+x^2)$.

21. Ориентированное значение вероятности безотказной работы РТС $p = 0,96$. Необходима оценка p со среднеквадратическим отклонением, не превышающим 0,005. Определите каково должно быть число наблюдений за системой и сколько испытаний можно провести на ее модели.

22. Имеется однолинейная система массового обслуживания с потерями. Время обслуживания η распределено по независимому закону $H(x)=P(\eta < x)$. Восстановите $H(x)$, задавая соответствующий входящий поток, для следующих ситуаций:

- а) входящий поток состоит из единственного требования и наблюдается только в момент окончания обслуживания;
- б) наблюдается только момент потери требований, а входящий поток состоит из двух требований.

23. Узел РТС предполагается комплектовать из однотипных унифицированных блоков, каждый из которых решает задачу за $\tau_1 = 1$ с., имеет наработку на отказ $T_1 = 225$ ч. и время восстановления $T_B = 0,5$ ч. Среднее время решения этой же задачи оператором составляет $\tau_0 = 50$ с. При выходе из строя любого блока весь узел будет находиться в неработоспособно состоянии. Требуется выбрать оптимальное количество комплектующих блоков, обеспечивающих минимальное среднее время решения задачи системой человек–прибор.

24. Используя соотношение (1.5) из 6, постройте график вероятности безотказной работы для системы $T = 30$ и 100 ч. Исходные данные приведены в таблице:

Группа элементов РТС	$n_i, N = 5 n_i$	t_i, r	Q	p_i
1	1000	10^4	0	1
2	1000	10^4	50	1,01
3	1000	5×10^5	150	1,01
4	1000	5×10^5	500	1,01

25. Произведено 5 равносильных измерений расстояния до неподвижной цели одним дальномером со средним квадратическим отклонением случайных ошибок измерений $\sigma = 1000$ м. Найти доверительный интервал для оценки истинного расстояния R до цели с надежностью $\gamma = 0,95$, зная среднее квадратическое результатов измерений $r = 3600$ м.

26. Определите показатели качества РТС при аварийных ремонтах, имеющих следующие исходные параметры:

$F(t) = \exp(-\lambda t)$	T, ч	$T_a, ч$	$T_0, ч$	$c_{ay}^*, ед/ч$	$c_{oy}^*, ед/ч$	$c_{cy}^*, ед/ч$	$t_0, ч$
$\lambda = 0.1$ 1/ч	10	1	1	1	2	2	2

27. Используя соотношение $p_n = p_3^{2n} (1 - p_2)^n$ применительно к следующим параметрам: $0 \leq p_2 \leq p_1$, $0 \leq p_3 \leq 1$; $n=1,2$, графически определить величину p_n .

28. Найденные выражения, связывающие функционально p_2 от $p_{б.р.}$. Используя вспомогательную переменную k , представляющую собой отношение частоты отказов элемента, вызванных несрабатыванием, к частоте отказов, вызванных ложным срабатыванием (Указание: $k = \Delta / 2\Delta_3$, где $\Delta_2 = 1 - p_2$, $\Delta_3 = 1 - p_3$).

29. Имеется РТС, состоящая из одного рабочего и двух идентичных ему резервных элементов. Вид резерва - ненагруженный. Вероятность безотказной работы каждого элемента экспоненциальна: $P(t) = \exp(-\lambda t)$, где $\lambda = 1 \cdot 10^{-3} 1/\text{ч}$. Система эксплуатируется с момента времени $t_0 = 0$ и далее производится контроль её состояния с шагом 24ч. ($\Delta t = 24\text{ч}$). По результатам контроля обслуживающий персонал может принять решение о замене отказавших элементов системы (если число их не превышает двух), о замене всей системы (при отказе трех элементов) и о проведении контроля в очередной момент времени без выполнения в момент контроля каких-либо работ. Известно, что стоимость замены отказавших элементов $C_{\text{нм}} = 3$ в три раза меньше стоимости замены всей системы. Определите такую стратегию обслуживания РТС, при которой стоимость, затрачиваемая на единицу времени безотказной работы системы, была бы наименьшей.

30. Решите предыдущую задачу для тех же условий, но для случая нагруженного резерва.

31. Вычислить показатели качества РТС при аварийных ремонтах, имеющих следующие исходные параметры:

F(t)	T, ч	T _a , ч	T ₀ , ч	c _a , у·ед/ч	c _c , у·ед/ч	c ₀ , у·ед/ч	t ₀ , ч
Exp(-0.1t)	10	1	1	1	2	2	2

32. При техническом обслуживании РТС предусмотрено проведение плановых предупредительных профилактик длительностью T_п и аварийных ремонтов с длительностью T_a. Определите оптимальные показатели качества функционирования, если система имеет следующие характеристики:

P(t)	λ(t), 1/ч	T, ч	T _п , ч	T _a , ч	c _п , у·ед/ч	c _a , у·ед/ч	c ₀ , у·ед/ч	t ₀ , ч
$e^{-0.00025 \cdot t^2}$	0.0005t	56.05	5	30	1	2	2	1

33. Для предупреждения, обнаружения и устранения отказов в РЭО предусматривается проведение только плановых ПМ, во время которых производится и АР, если оборудование к этому моменту отказало. Средние длительности профилактики и аварийного ремонта соответственно равны T_n и T_a . Требуется определить оптимальные периоды работ в РЭО с учетом следующих характеристик системы:

$P(t)$	$\lambda(t)$, 1/ч	$F(t)$	T_n , ч	T_a , ч	c_n , у.ед/ч	c_a , у.ед/ч	c_c , у.ед/ч	c_0 , у.ед/ч	t_0 , ч
$e^{-0.01 \cdot t^2}$	0.01	$0.01e^{-0.01t}$	20	30	1	2	2	3	10

34. РЭО представляет собой цепочку последовательно соединенных элементов, подверженных аварийным отказам. При отказе одного из них наступает отказ всей системы, имеющие исходные характеристики:

N	T_i , ч	T_n , ч	T_c , ч	c_i , у.ед/ч	c_c , у.ед/ч	c_0 , у.ед/ч
1	15	2	1	0.5	1.5	2
2	10	1	1	1.0	1.5	2
3	8	1	1	0.8	1.5	2
4	5	1	1	0.3	1.5	2

35. Определите оптимальные значения показателей качества функционирования. В системе, аналогичной РЭО описанному в 34, возможно проведение плановых ПМ и внеплановых АР. Считая, что отказ индуцируется мгновенно и система имеет следующие исходные характеристики:

N	$\lambda(t)$, 1/ч	$F(t)$	T_n , ч	t_i , ч	c_n , у.ед/ч	c_a , у.ед/ч	c_0 , у.ед/ч	t_0 , ч
1	0.01	$0.01e^{-0.01t}$	20	10	2	2	3	2

36. Определите необходимое число запасных элементов, если известна гарантийная уверенность в том, что РТС не будет простаивать из-за отсутствия деталей в течение оперативного времени t . Исходные данные: $\lambda=10^{-2}$ 1/ч., $t=610$ ч., $\gamma=97\%$.

37. Определите значение вероятности того, что РЭО с параметром $\lambda=10^{-2}$ 1/ч не будет простаивать в течение времени $t=250$ ч. из-за отсутствия запасных элементов, если в ЗИПе имеется $Z=4$ элемента.

38. Функциональный узел РТС укомплектован пятью типами элементов. Элементов первого типа в узле содержится 200 шт., второго – 70 шт., третьего – 120 шт., четвертого – 90 шт., а пятого 10 шт. Интенсивности отказов различных

типов элементов равны: $\lambda_1=1,5 \cdot 10^{-6}$ 1/ч., $\lambda_2=6 \cdot 10^{-6}$ 1/ч., $\lambda_3=1 \cdot 10^{-5}$ 1/ч., $\lambda_4=1 \cdot 10^{-4}$ 1/ч., $\lambda_5=1 \cdot 10^{-4}$ 1/ч.. Стоимость одного элемента каждого типа: $\omega_1=0,1$ у.ед., $\omega_2=1$ у.ед., $\omega_3=0,5$ у.ед., $\omega_4=1$ у.ед., $\omega_5=5$ у.ед.. Требуется обеспечить РТС оптимальным количеством запасных элементов на период эксплуатации 1000ч. для следующих случаев:

а) при максимально возможной вероятности того, что запасных элементов будет достаточно при условии, что суммарные затраты на них не превысят 100у.ед.;

б) при максимальных затратах вероятности того, что запасных элементов будет достаточно, равно 0,095.

39. Имеются однотипные запасные блоки стоимостью $C_0=2250$ руб. каждый. Число рубежей возможного эшелонирования запасных блоков $L=3$. Времена доставки запасного блока в случае возникновения дефицита составляют $\tau_{12}=2$ ч., $\tau_{23}=10$ ч., $\tau_{30}=24$ ч. Периоды пополнения запасными блоками равны $T_1=0,25$ года, $T_2=0,5$ года, $T_3=1$ год. Средние продолжительности времени с момента подачи заявки на очередное плановое пополнение до момента доставки элементов составляют $\tau_{q1}=24$ ч; $\tau_{q2}=\tau_{q3}=72$ ч. Поток требований на запасные блоки являются пуассоновским, при этом математическое ожидание числа требований, поступающих на склад 1-го эшелона за период его пополнения, равен $a_1=1$. Наконец $\eta_{12}=\eta_{23}=3$, т.е. число складов 1-го эшелона, приходящих на один склад 2-го эшелона и соответственно число складов 2-го эшелона, приходящих на один склад 3-го эшелона, равно трем. Распределите запасные блоки по эшелонам, чтобы обеспечить минимальное среднее время обслуживания требования на запасной блок при заданной допустимой стоимости запасных блоков $C_{\text{доп}}=10000$ руб. на один объект.

40. Найдите коэффициент запаса k , если известны: интенсивность отказов РТС $\lambda=10^{-3}$ 1/ч., оперативное время $t=720$ ч, а также гарантийная уверенность расхода запасных элементов $\gamma=95\%$.

5. Указание по решению задач.

Задачи, представленные в контрольной работе носит прикладной характер и направлены на использование знаний и умений обучающихся, полученные ими ранее при изучении следующих дисциплин:

- Высшая математика – «Теория вероятностей и математическая статистика»;
- «Надежность и техническая диагностика»

Безусловно, прежде чем приступить к выполнению контрольной работы, студенты

должны проработать и освоить материалы курса, представленные в 1
Алгоритм и примеры предлагаемых задач (аналогичные)
представлены в следующих литературных источниках:

Литература

1. Емельянов В.Е. Техническая эксплуатация авиационного РЭО (задачи №№ 22, 23, 31, 32, 36, 37, 38, 39, 40). - М.: МГТУ ГА, 2002. – Ч.1.
2. Емельянов В.Е. Техническая эксплуатация авиационного РЭО (задачи №№ 19, 20, 21, 28, 33, 34, 35). - М.: МГТУ ГА, 2002. – Ч.2.
3. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Прикладные задачи теории вероятностей (задачи №№ 4, 5, 7, 8, 9, 11, 12, 18, 26, 29, 30). - М.: Радио и связь, 1983.
4. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и её инженерные приложения (задачи №№ 2, 3, 6, 13, 14, 15, 16, 17, 22, 25). - М.: Наука, 1988.
5. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике (задачи №№ 1, 10, 24, 27). - М.: Высшая школа, 2001.