

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА М-3
ИЗУЧЕНИЕ
КИНЕМАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДВИЖЕНИЯ
АБСОЛЮТНО ТВЕРДОГО ТЕЛА
НА УСТАНОВКЕ « МАЯТНИК МАКСВЕЛЛА»

1. Цель работы

Целью работы является изучение основных кинематических характеристик, описывающих движение абсолютно твёрдого тела, и измерение этих характеристик для тела, совершающего сложное движение.

2. Подготовка к работе

Изучите теоретический материал по лекциям или учебнику [1-3]: модели материальной точки и абсолютно твердого тела, кинематические характеристики движения материальной точки (радиус-вектор, скорость, ускорение, тангенциальное и нормальное ускорения, угловые скорость и ускорение); кинематические характеристики движения абсолютно твёрдого тела. Ознакомьтесь с конструкцией лабораторного стенда и принципом измерений по методическому описанию. Ответьте на вопросы из раздела 4 данного описания. Подготовьте конспект для допуска к лабораторной работе и потренируйтесь отвечать на вопросы обучающего и контрольного тестов на CD.

3. Краткая теория

Из определения *механического движения* как изменения взаимного расположения тел в пространстве следует, что для его описания на математическом языке необходимо задать *систему отсчета* - совокупность системы координат и часов, связанных с некоторым телом отсчета. При этом абсолютно точного описания любого движения достичь невозможно. Поэтому при решении любой физической задачи необходимо использовать соответствующие модели. Простейшей является модель *материальной точки* (МТ) – такого объекта, который можно рассматривать как точку, имеющую массу (т.е. объекта, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь).

Положение МТ в пространственной системе отсчета задается *радиус-вектором* $\vec{r}_A = \{x_A, y_A, z_A\}$ - вектором, проведенным из начала координат в данную точку A . При движении МТ ее радиус-вектор меняется. Линия в пространстве, по которой перемещается конец радиуса вектора МТ, называется ее *траекторией*. Функция $\vec{r}(t)$, выражающая изменение радиус-вектора во времени, называется *законом или уравнением движения*. Закон движения можно записать как в векторной, так и в координатной форме

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \quad \text{или} \quad \begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \\ z = z(t). \end{cases} \quad (1)$$

Знание закона движения МТ позволяет получить дополнительную информацию. В частности, скорость \vec{v} и ускорение \vec{a} определяются формулами

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \quad \text{и} \quad \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}. \quad (2)$$

Например, закон прямолинейного равноускоренного движения без начальной скорости вдоль оси Oy из точки $y = 0$ имеет вид

$$y = \frac{at^2}{2}. \quad (3)$$

После дифференцирования этой формулы по времени получается формула для расчета проекции скорости

$$v_y = at. \quad (4)$$

Зная закон движения, можно определить **вектор перемещения** $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$, пройденный путь, радиус кривизны траектории и другие дополнительные характеристики движения.

При движении МТ по окружности с центром в начале координат ее радиус-вектор меняется только по направлению, а скорость может меняться и по величине и по направлению. Обычно движение МТ по окружности удобнее задавать в полярных координатах (рис. 1). В этом случае положение точки А определяется ее полярным радиусом r (модулем радиус-вектора) и величиной полярного угла φ . Величины

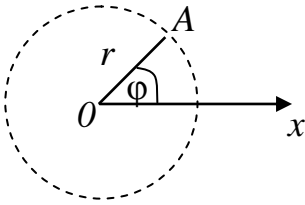


Рис. 1

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (\text{угловая скорость}) \quad \text{и} \quad (5)$$

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad (\text{угловое ускорение}) \quad (6)$$

имеют смысл, аналогичный смыслу соответствующих характеристик поступательного движения

$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad \text{и} \quad a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}.$$

При движении МТ по окружности радиусом r между скоростью и угловой скоростью имеется взаимосвязь

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}. \quad (7)$$

Вектор ускорения МТ \vec{a} можно представить как сумму двух составляющих $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$, где

$$a_\tau = \beta r \quad (8)$$

-**тангенциальное ускорение**, направленное по касательной к траектории и

характеризующее изменение скорости по абсолютной величине,

$$a_n = \omega v = \omega^2 r = \frac{v^2}{r} \quad (9)$$

-нормальное ускорение, направленное к оси вращения и характеризующее изменение скорости по направлению.

Другой моделью, с которой приходится иметь дело в механике, является модель **абсолютно твердого тела** (АТТ) – тела, деформациями которого в условиях данной задачи можно пренебречь. Всякое движение АТТ можно разложить на два основных вида движения – поступательное и вращательное.

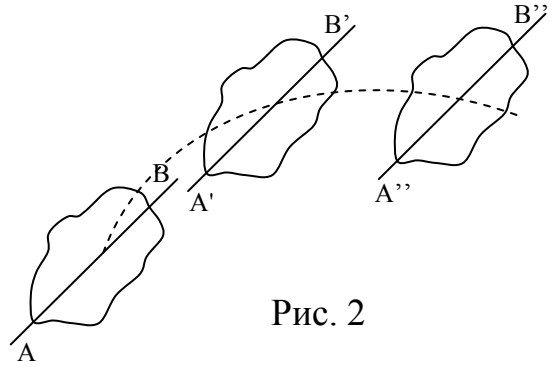


Рис. 2

Поступательным движением называется такое движение, при котором прямая, проведенная через любые две точки АТТ, остается параллельной самой себе (рис. 2). Для описания поступательного движения АТТ достаточно определить движение одной из точек тела. Например, такой точкой может являться центр масс (центр инерции) тела. Если АТТ можно представить как систему материальных точек с массами m_i , то положение радиус-вектора центра масс находят по формуле

$$\vec{r}_{\text{цм}} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_N \vec{r}_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N}, \quad (10)$$

где \vec{r}_i – радиус-векторы соответствующих МТ. Система отсчета, в которой центр масс покоится, называется системой центра масс. Сам центр масс АТТ движется так, как двигалась бы материальная точка с массой, равной массе тела, под действием суммы всех приложенных к телу сил.

При **вращательном** движении все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой **осью вращения** (рис. 3). Для описания вращательного движения нужно задать положение в пространстве оси вращения и угловую скорость тела в каждый момент времени.

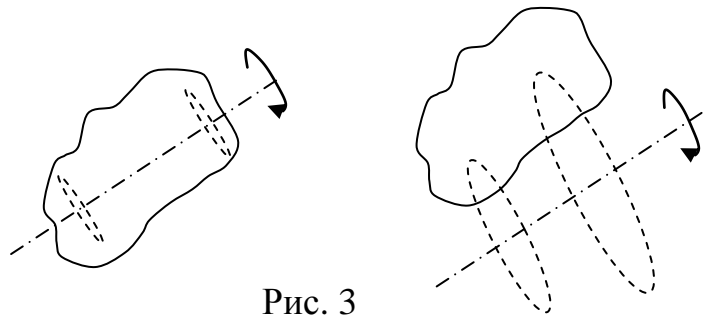


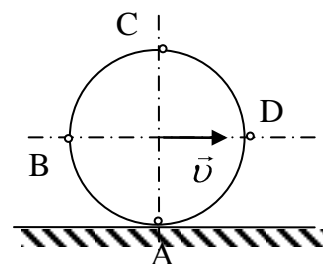
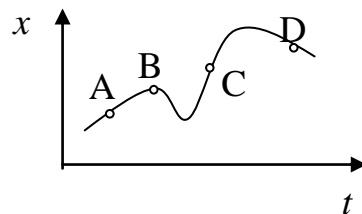
Рис. 3

Сложное движение АТТ можно представить как вращение с угловой скоростью $\vec{\omega}$ в системе отсчета, которая движется поступательно со скоростью \vec{v}_0 . Тогда линейная скорость некоторой точки, радиус-вектор которой в движущейся системе отсчета равен \vec{r} , может быть представлена в виде

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}. \quad (11)$$

4. Вопросы для подготовки к допуску к лабораторной работе

1. Поясните модели материальной точки (МТ) и абсолютно твердого тела (АТТ).
2. Что такое траектория движения МТ?
3. Дайте определения радиус-вектора и закона движения МТ.
4. Дайте определения средней скорости и скорости МТ.
5. Каково соотношение между скоростями МТ в положениях А, В, С и D, приведенных на графике $x(t)$?
6. Дайте определение ускорения МТ.
7. Запишите для МТ закон движения с постоянным ускорением. Запишите закон изменения скорости МТ при движении с постоянным ускорением.
8. Какова взаимосвязь между линейной и угловой скоростями при движении МТ по окружности?
9. Какова взаимосвязь между тангенциальным и угловым ускорениями при движении МТ по окружности?
10. Как по известной зависимости $\vec{v} \sim t$ определить вектор перемещения?
11. Как по известной зависимости $\vec{a} \sim t$ определить изменение скорости?
12. Как определяется положение центра масс (центра инерции) системы МТ? Как движется центр масс изолированной (замкнутой) системы?
13. Опишите сложное движение диска в лабораторной установке как комбинацию поступательного и вращательного движений.
14. В чем суть метода графического дифференцирования?
15. Диск радиусом R катится без скольжения с постоянной скоростью v по горизонтальной поверхности. Чему равны скорости точек А, В, С, D в системе отсчета центра масс диска и в неподвижной системе отсчета?



5. Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Кн. I. М.: Наука, 1998 г.
2. Савельев И.В. Курс физики. Т. I. М.: Наука, 1989 г.
3. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 1990 г.

6. Методика проведения эксперимента и описание установки

Схема лабораторного стенда изображена на рис. 4. Основным элементом стенда является диск I, через центр которого проходит ось 2. На эту ось наматываются две симметрично расположенные нити 3. В исходном положении (показано пунктиром на правой части рис. 4) диск удерживается электромагнитами 4. При отключении электромагнитов диск начинает двигаться вниз с одновременным раскручиванием нитей.

Сложное движение диска можно представить как наложение двух независимых движений - поступательного и вращательного. Расстояние, проходимое центром инерции диска за счёт поступательного движения, отсчитывается по вертикальной шкале 5. Отсчёт времени поступательного движения производится по миллисекундомеру 6, на который подаётся сигнал от фотодатчиков. В тот момент, когда край опускающегося диска пересекает световой луч фотодатчика

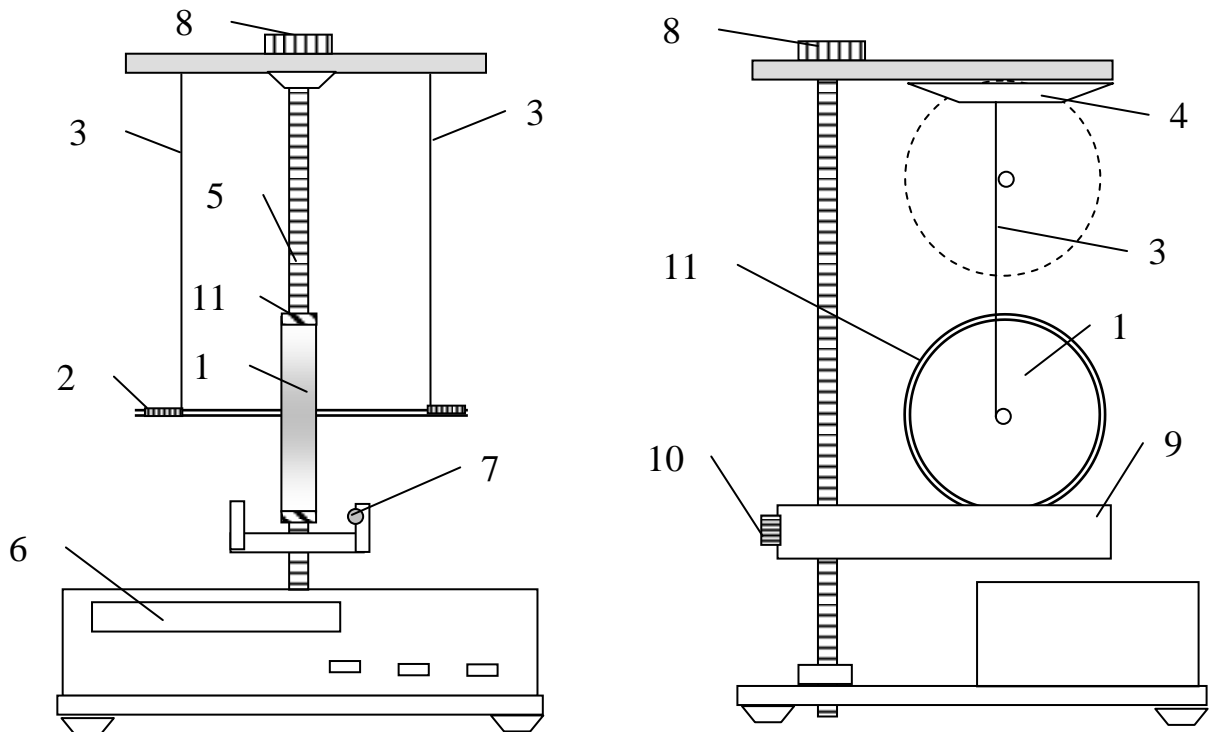


Рис 4.

7, отсчет времени прекращается. Массу диска можно изменять, добавляя на диск сменные кольца 11 (кольца выдаются лаборантом).

При необходимости изменить общую длину пути, проходимого диском при поступательном движении, регулируют длину нитей при помощи винта 8. При этом платформу 9 с фотодатчиком также соответственно перемещают, освобождая винт 10, так, чтобы опускающийся диск пересекал световой луч в конце пути, но не касался при этом самой платформы фотодатчика.

Измеряя время опускания диска при различных значениях конечной координаты центра масс, можно получить его закон движения $y = y(t)$ в табличной

форме. Дальнейшая обработка результатов измерений обычно осуществляется с помощью программных средств. В данной работе используется упрощенная и наглядная методика обработки экспериментальных данных. По полученным результатам измерений строится график закона движения центра масс диска $y(t)$. Зависимость его скорости от времени $v(t)$ определяется методом графического дифференцирования кривой $y(t)$. Для этого ось времени разбивается на равные интервалы $\Delta t = t_{i+1} - t_i$. По графику определяются значения координат y_i , соответствующие каждому моменту времени t_i . Величину средней скорости на каждом участке траектории можно рассчитать по формуле

$$v_i = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2 \cdot \Delta t}. \quad (12)$$

По полученным значениям v_i строится график $v(t)$ и по его виду идентифицируется характер движения центра масс диска (равномерное, равноускоренное или с меняющимся ускорением). Аналогично, выполнив графическое дифференцирование зависимости $v(t)$, можно определить ускорение центра масс диска.

В используемой экспериментальной установке кинематические характеристики поступательного и вращательного движений диска являются взаимозависимыми. Рассмотрим точку касания оси диска к прямому участку нити (точка А на рис. 5). Так как она касается неподвижного участка нити, то ее скорость тоже равна нулю, т.е. $v_A = 0$. Скорость этой же точки, находящейся на поверхности оси диска, можно представить как сумму скорости поступательного движения центра масс диска $v_{\text{цм}}$ и скорости вращательного движения точки А в системе отсчета, связанной с центром масс, $v_{\text{вр}} = \omega \cdot r$, где r – радиус оси диска, на которую наматываются нити (см. формулу (11)). Т.е.

$$\vec{v}_A = \vec{v}_{\text{цм}} + \vec{v}_{\text{вр}} = 0. \quad (13)$$

Отсюда следует, что по величине эти скорости равны, но противоположно направлены, т.е. $v_{\text{цм}} = v_{\text{вр}}$ или

$$v_{\text{цм}} = \omega r. \quad (14)$$

Аналогичное по форме соотношение можно получить и для ускорений

$$a_{\text{цм}} = \beta r, \quad (15)$$

где $a_{\text{цм}}$ – ускорение центра масс диска, β – угловое ускорение диска, r – радиус оси.

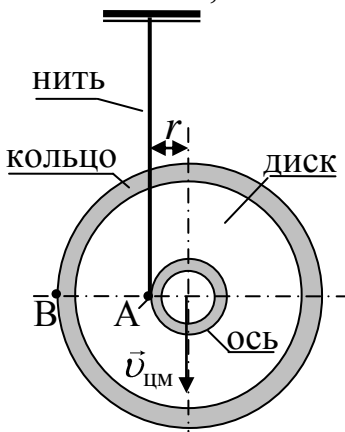


Рис. 5.

7. Порядок выполнения работы

7.1. Измерение зависимости координаты центра масс диска от времени при движении с одним из сменных колец

1. Поместить на диск одно из сменных колец (по согласованию с преподавателем).
2. Установить платформу 9 (рис. 4) в положение $y_1 = 3$ см (отсчет по шкале 5).
3. Отрегулировать длину нити с помощью винта 8 таким образом, чтобы при полном разматывании нитей с оси 2 нижний край сменного кольца пересекал световой луч фотодетектора, не касаясь при этом самой платформы 9.
4. Аккуратно накручивая нити 3 на ось 2 диска (избегая её перекоса), прижать сменное кольцо к электромагнитам 4.
5. Нажать кнопку «Сброс» на панели миллисекундомера (при этом цифровые индикаторы на табло миллисекундомера покажут нулевые значения).
6. Нажать кнопку «Пуск», освобождая диск с кольцом от электромагнитов. После того как диск опустится до нижнего положения, задержать его возвратное движение рукой.
7. Записать показание миллисекундомера t_1 и значение координаты y_1 (на шкале 5) в таблицу 1.
8. Провести повторное измерение времени опускания диска t'_1 с противоположной накруткой нити. Записать новое показание миллисекундомера в таблицу 1. В случае большого расхождения показаний t_1 и t'_1 проанализировать возможность преждевременного срабатывания фотодатчиков (верхнего или нижнего) при попадании луча света через прорезь в сменном кольце. При необходимости переместить прорезь кольца в другое положение, провернув кольцо на диске.
8. Аналогичные пары измерений провести ещё для одиннадцати других значений координаты y_2, \dots, y_{12} , увеличивая ее значение каждый раз на $\Delta y = 3$ см. Соответствующие значения t_2, \dots, t_{12} также записать в таблицу 1.
9. Измерить линейкой радиус оси r (рис. 5).

7.2. Оценка погрешности измерения интервалов времени

по миллисекундомеру

Для одного из средних положений платформы 9 провести измерения времени поступательного движения диска со сменным кольцом 10 раз. Данные занести в таблицу 3.

8. Оформление отчёта

1. Рассчитать средние значения времени опускания диска с кольцом $t_{\text{ср}}$ по результатам каждой пары измерений с противоположной накруткой нити. Записать результаты в таблицу 1.

2. По данным таблицы 1 построить график зависимости y от t . Правила построения и оформления графиков приведены на стенде в лаборатории. По размеру график должен занимать полную страницу ученической тетради (А5).

3. Провести графическое дифференцирование полученной линии. Для этого необходимо разбить ось времени (абсцисс) на равные интервалы $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ так, чтобы в пределах экспериментальных значений было не менее 10 интервалов (т.е. по 0,1 – 0,2 с). Затем определить по графику соответствующие значения координат y_i для каждого момента времени t_i . Результаты занести в таблицу 2.

3. Рассчитать значения $\Delta y_i = y_{i+1} - y_{i-1}$ и средние скорости на каждом участке $v_i = \frac{\Delta y_i}{2\Delta t}$. Результаты записать в таблицу 2.

4. По данным таблицы 2 построить график зависимости $v(t)$ для поступательного движения центра масс диска. Оценить возможность аппроксимации (замене более простой линией или функцией) полученной зависимости прямой линией. Сделать вывод о характере движения диска: равномерное, равноускоренное или с переменным ускорением.

5. Считая поступательное движение центра масс диска равноускоренным, **по угловому коэффициенту графика** $v(t)$ рассчитать ускорение центра масс диска (соответствующая методика приведена на стенде в лаборатории).

6. С помощью формул (14) и (15) рассчитать значения угловой скорости и углового ускорения при максимальном значении t_i .

7. Измерить линейкой радиус вращения точки В, расположенной на внешней поверхности сменного кольца (рис. 5). Рассчитать скорость этой точки в системе отсчета центра масс диска и ее скорость в лабораторной системе отсчета при максимальном значении t_i .

8. По данным табл. 3, рассчитать среднюю величину $\langle t \rangle$, среднеквадратичное отклонение $\sigma_{\text{ср}}$, относительную погрешность δ_t измерения временных интервалов t . Результаты занести в таблицу 3. Методика и расчетные формулы имеются на стенде в лаборатории.

9. По полученным результатам сделать выводы.

Таблица 1.

[illegible]

Таблица 2.



$t_i,$ c										
$y_i,$ M										
$\Delta y_i,$ M										
$v_i,$ M/c										
$a,$ M/c²										

Таблица 3.

Номер измерения	$y = \dots\dots$									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t, \text{с}$										
$\langle t \rangle, \text{с}$										
$\rho_I = t_i - \langle t \rangle$										
$\sigma_{\text{cp}} = \dots\dots, \quad \delta_t = \dots\dots$										