

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА М-4
ИЗУЧЕНИЕ
КИНЕМАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДВИЖЕНИЯ
НА УСТАНОВКЕ «МАЯТНИК ОБЕРБЕКА»

1. Цель работы

Целью работы является изучение основных кинематических характеристик поступательного и вращательного движения тел, экспериментальное исследование зависимостей пути и скорости от времени, опытное определение ускорения.

2. Подготовка к работе

Изучите теоретический материал по лекциям или учебнику [1-3]: модели материальной точки и абсолютно твердого тела, кинематические характеристики движения материальной точки (радиус-вектор, скорость, ускорение, тангенциальное и нормальное ускорения, угловые скорость и ускорение); кинематические характеристики движения абсолютно твёрдого тела. Ознакомьтесь с конструкцией лабораторного стенда и принципом измерений по методическому описанию. Ответьте на вопросы из раздела 4 данного описания. Подготовьте конспект для допуска к лабораторной работе и потренируйтесь отвечать на вопросы обучающего и контрольного тестов на CD.

3. Краткая теория

Из определения *механического движения* как изменения взаимного расположения тел в пространстве следует, что для его описания на математическом языке необходимо задать *систему отсчета* – совокупность системы координат и часов, связанных с некоторым телом отсчета. При этом абсолютно точного описания любого движения достичь невозможно. Поэтому при решении любой физической задачи необходимо использовать соответствующие модели. Простейшей является модель *материальной точки* (МТ) – такого объекта, который можно рассматривать как точку, имеющую массу (т.е. объекта, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь).

Положение МТ в пространственной системе отсчета задается *радиус-вектором* $\vec{r}_A = \{x_A, y_A, z_A\}$ – вектором, проведенным из начала координат в данную точку A . При движении МТ ее радиус-вектор меняется. Линия в пространстве, по которой перемещается конец радиуса вектора МТ, называется ее *траекторией*. Функция $\vec{r}(t)$, выражающая изменение радиус-вектора во времени, называется *законом или уравнением движения*. Закон движения можно записать как в векторной, так и в координатной форме

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \quad \text{или} \quad \begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \\ z = z(t). \end{cases} \quad (1)$$

Знание закона движения МТ позволяет получить дополнительную информацию о движении. В частности, скорость \vec{v} и ускорение \vec{a} определяются формулами

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \quad \text{и} \quad \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}. \quad (2)$$

Например, закон прямолинейного равноускоренного движения вдоль оси Oy из точки $y = 0$ без начальной скорости имеет вид

$$y = \frac{at^2}{2}. \quad (3)$$

При прямолинейном равноускоренном движении без начальной скорости вдоль оси Oy из формул (2) и (3) получаем

$$v_y = at. \quad (4)$$

Зная закон движения, можно определить **вектор перемещения** $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$, пройденный путь, радиус кривизны траектории и другие дополнительные характеристики движения.

При движении МТ по окружности с центром в начале координат ее радиус-вектор меняется только по направлению, а скорость может меняться и по величине и по направлению. Во многих случаях движение МТ по окружности удобнее задавать в полярных координатах (рис. 1). В этом случае положение точки А определяется ее полярным радиусом r (модулем радиус-вектора) и величиной полярного угла φ . Величины

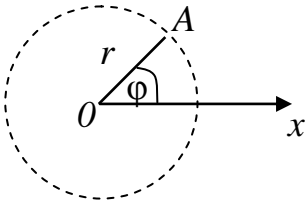


Рис. 1

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \quad (\text{угловая скорость}) \quad \text{и} \quad (5)$$

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2} \quad (\text{угловое ускорение}) \quad (6)$$

имеют смысл, аналогичный смыслу соответствующих характеристик поступательного движения (3).

При движении МТ по окружности радиусом r между скоростью и угловой скоростью имеется взаимосвязь

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}. \quad (7)$$

При криволинейном движении (в том числе и при движении по окружности) вектор ускорения точки \vec{a} можно представить как сумму двух составляющих $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$, где

$$a_\tau = \beta r \quad (8)$$

-**тангенциальное ускорение**, направленное по касательной к траектории и

характеризующее изменение скорости по абсолютной величине,

$$a_n = \omega v = \omega^2 r = \frac{v^2}{r} \quad (9)$$

-нормальное ускорение, направленное к оси вращения и характеризующее изменение скорости по направлению.

Другой моделью, с которой приходится иметь дело в механике, является модель **абсолютно твердого тела** (АТТ) – тела, деформациями которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

Сложное движение АТТ можно представить как вращение с угловой скоростью $\vec{\omega}$ в системе отсчета, которая движется поступательно со скоростью \vec{v}_0 . Тогда линейная скорость некоторой точки, радиус-вектор которой в движущейся системе отсчета равен \vec{r} , может быть представлена в виде

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}. \quad (10)$$

4. Вопросы для подготовки к допуску к лабораторной работе

1. Поясните модели материальной точки (МТ) и абсолютно твердого тела (АТТ).
2. Что такое траектория движения МТ?
3. Дайте определения радиус-вектора и закона движения МТ.
4. Дайте определения средней скорости и скорости материальной точки.
5. Каково соотношение между скоростями МТ в положениях А, В, С и D, приведенных на графике $x(t)$ (рис. 2)?
6. Дайте определение ускорения МТ.
7. Запишите для МТ закон движения с постоянным ускорением. Запишите закон изменения скорости МТ при движении с постоянным ускорением.
8. Какова взаимосвязь между линейной и угловой скоростями при движении МТ по окружности?
9. Какова взаимосвязь между тангенциальным и угловым ускорениями при движении МТ по окружности?
10. Как по известной зависимости $\vec{v} t$ определить вектор перемещения?
11. Как по известной зависимости $\vec{a} t$ определить изменение скорости?
12. В чем суть метода графического дифференцирования?

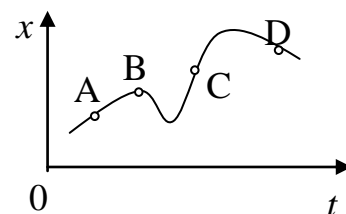


Рис. 2

5. Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Кн. I. М.: Наука, 1998 г.
2. Савельев И.В. Курс физики. Т. I. М.: Наука, 1989 г.
3. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 1990 г.

6. Описание установки и методика проведения эксперимента

Схема лабораторного стенда изображена на рис. 3. Основным элементом стенда является крестовина из четырех стержней 1, закрепленных под углом $\pi/2$ друг к другу на шкиве 4 с горизонтальной осью. На стержнях с помощью винтов закрепляются одинаковые передвигаемые грузы 2. Для отсчета расстояний этих грузов от оси вращения на стержнях нанесены сантиметровые деления. Стержни вместе с грузами приводятся во вращательное движение с помощью нити 3, намотанной на шкив 4. На конце нити, перекинутой через легкий блок 5, подвешена платформа со сменными грузами 6. Расстояние, проходимое грузами 6, отсчитывается по вертикальной шкале 7 на стойке установки. Отсчет времени движения грузов производится при помощи фотодатчиков 8, подключенных к миллисекундомеру 9.

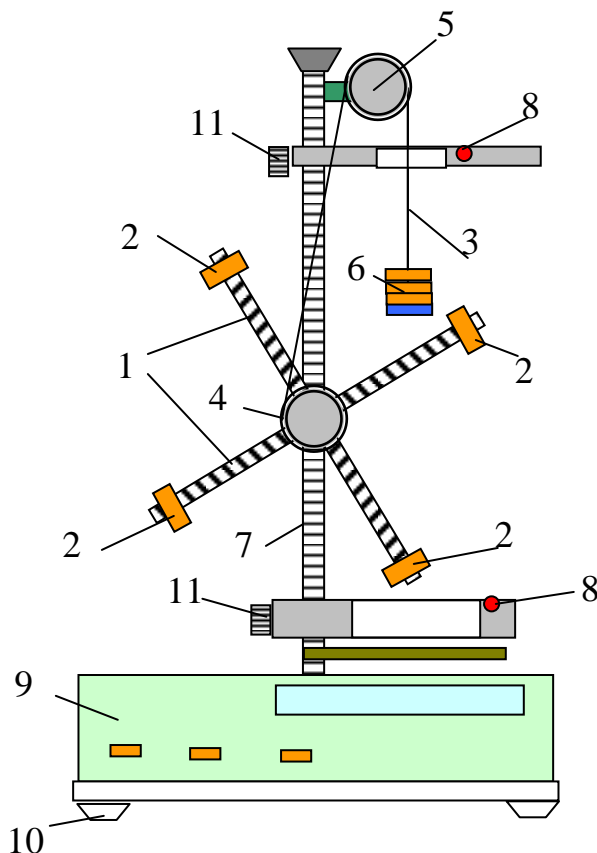


Рис. 3

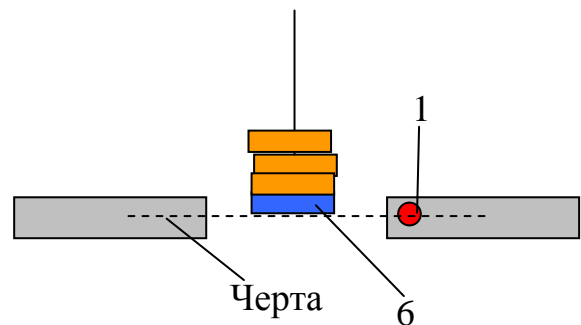


Рис. 3а

Вертикальность стойки установки обеспечивается вращением регулировочных винтов 10. На оси шкива 4 находится электромагнит, который затормаживает вращение стержней с грузами в момент пересечения платформой 6 светового луча нижнего фотодатчика (рис. 3а).

Длина пути, проходимого грузами 6 при поступательном движении, задается перемещением платформ 8 с фотодатчиками вдоль стойки установки. Измеряя время опускания грузов 6 при различных значениях длины пути, можно получить закон движения грузов $y = y(t)$ в табличной форме. Дальнейшая обработка результатов измерений обычно осуществляется с помощью программных средств. В данной работе используется упрощенная и наглядная методика обработки экспериментальных данных. По полученным результатам измерений строится график закона движения грузов $y(t)$. Зависимость скорости грузов от времени $v(t)$ определяется методом графического дифференцирования кривой $y(t)$. Для этого ось времени разбивается на равные интервалы $\Delta t = t_{i+1} - t_i$. По графику определяются значения координат y_i , соответствующие каждому моменту времени t_i . Величину средней скорости на каждом участке траектории можно рассчитать по формуле

$$v_i = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2 \cdot \Delta t}. \quad (11)$$

По полученным значениям v_i строится график $v(t)$ и по его виду идентифицируется характер движения платформы с грузами (равномерное, равноускоренное или с меняющимся ускорением). Аналогично, выполнив графическое дифференцирование зависимости $v(t)$, можно определить ускорение грузов.

В используемой экспериментальной установке кинематические характеристики поступательного движения грузов 6 и вращательного движений крестовины являются взаимозависимыми.

Рассмотрим точку касания шкива к прямому участку нити (точка А на рис. 4). Вращаясь с угловой скоростью ω вокруг оси шкива, она имеет скорость касавшегося ее участка нити и, следовательно, равна скорости опускания груза. Из формулы (7) следует, что

$$\omega = \frac{v}{r}. \quad (12)$$

Аналогичное по форме соотношение можно получить и для ускорений

$$\beta = \frac{a}{r} \quad (13)$$

где a - ускорение грузов 6, β - угловое ускорение шкива, r - радиус шкива.

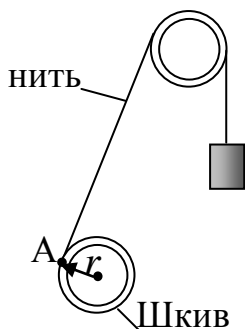


Рис. 4.

7. Порядок выполнения работы

7.1. Подготовка установки к работе

1. Включить установку в сеть (выполняет лаборант). Кнопки "Сброс" и "Пуск" привести в отжатое положение.
2. При отжатой кнопке "Пуск" установить грузы 2 на стержнях на максимальных расстояниях от оси вращения. При этом груз 6 следует поставить на верхнюю часть платформы 8, чтобы освободить от натяжения нить.
3. Нажав кнопку "Пуск" (при этом торможение электромагнитом прекращается) повернуть крестовину так, чтобы два из четырех стержней 1 были в горизонтальном положении. Регулируя положение грузов 2 на этих стержнях добиться равновесия крестовины. Повернуть крестовину на угол 90° так, чтобы два других стержня были горизонтальны. Вновь добиться равновесия крестовины.

7.2. Определение погрешностей измерения времени движения груза

1. Освободив винты 11, раздвинуть платформы 8 на максимальное расстояние. Определить значение y_{\max} по шкале 7 и записать в таблицу 1. При намотанной на шкив 4 нити отрегулировать положение платформ 8 таким образом, чтобы при движении груз 6 (с максимальным количеством сменных гирь) проходил примерно посередине между отверстиями фотодатчиков нижней платформы 8.
2. Нажав кнопку "Пуск" (при этом торможение электромагнитом прекращается) и постепенно наматывая нить на шкив 4, поднять грузы 6 так, чтобы их нижний край совпадал с чертой на верхнем фотодатчике 8 (рис. 3а). Отжав кнопку "Пуск", зафиксировать грузы в этом положении. Нажав кнопку "Сброс", установить нулевой отсчёт цифрового индикатора времени.
3. Нажав кнопку "Пуск", привести систему в движение. После затормаживания системы электромагнитом записать полученное время t_1 в таблицу 1.
4. Нажать на кнопку "Сброс" и, начиная с пункта 2, провести аналогичные измерения ещё девять раз. Значения $t_2 \div t_{10}$ занести в таблицу 1.

7.3. Измерение зависимости координаты сменных грузов от времени

1. Перемещая одну из платформ 8, уменьшить расстояние между платформами на 3 см.
Замечание: все измерения выполняются при максимальном количестве сменных гирь 6, выданных лаборантом.
2. Трижды произвести измерение времени опускания грузов 6 в порядке,

описанном в пунктах 2, 3 и 4 предыдущего эксперимента 7.2. Полученные значения t , t' и t'' записать в таблицу 2.

3. Аналогичные трехкратные измерения провести при других значениях y , сближая каждый раз платформы 8 на $\Delta y = 3$ см. Последнее измерение выполнить при минимальном расстоянии между платформами 8.

Замечание: В случае большого расхождения показаний t , t' и t'' проанализировать возможность преждевременного срабатывания фотодатчиков (верхнего или нижнего). При необходимости исключить из расчетов явно ошибочное измерение (выброс). Полученные значения t , t' и t'' занести в таблицу 2.

4. Измерить линейкой радиус оси r (рис. 4) и радиус вращения центров грузов 2 по сантиметровым делениям на стержнях 1 (рис. 3).

8. Оформление отчёта

1. По данным табл. 1, рассчитать среднюю величину $\langle t \rangle$, среднеквадратичное отклонение $\sigma_{\text{ср.кв.}}$, относительную погрешность δ_t измерения интервалов времени t . Результаты занести в таблицу 1. Методика и расчетные формулы имеются на стенде в лаборатории.

2. Рассчитать средние значения времени опускания $t_{\text{ср}}$ грузов 6 по результатам измерений t , t' и t'' для каждого значения y . Записать результаты в таблицу 2.

3. По данным таблицы 2 построить график зависимости y от t , проводя плавную линию с учетом экспериментальных точек (в том числе и точки y_{max} из таблицы 1). Правила построения, и оформления графиков приведены на стенде в лаборатории. Выполнить экстраполяцию линии графика (продолжение пунктиром) до точки начала координат. По размеру график должен занимать полную страницу ученической тетради (А5).

4. Провести графическое дифференцирование полученной линии. Для этого необходимо разбить ось времени (абсцисс) на равные интервалы $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ так, чтобы в пределах экспериментальных значений было не менее 10 интервалов. Затем определить по графику соответствующие значения координат y_i для каждого момента времени t_i . Результаты занести в таблицу 3.

5. Рассчитать значения $\Delta y_i = y_{i+1} - y_{i-1}$ и средние скорости на каждом участке $v_i = \frac{\Delta y_i}{2\Delta t}$. Результаты записать в таблицу 3.

6. По данным таблицы 3 построить график зависимости $v(t)$ для поступательного движения грузов 6. Выполнить экстраполяцию линии графика (продолжение пунктиром) до точки начала координат.

7. Для трех точек графика $v(t)$ (двух крайних и средней) провести каса-

тельные прямые линии и по их угловым коэффициентам $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ рассчитать ускорения грузов 6 в эти моменты времени (соответствующая методика приведена на стенде в лаборатории). Результаты записать в таблицу 4.

8. Для выбранных в п. 7 моментов времени рассчитать по формулам (12) и (13) значения угловой скорости и углового ускорения шкива 4. По формуле (12) рассчитать скорость грузов 2 в эти моменты времени.

9. По полученным результатам сделать выводы о характере движения грузов: равномерном, равноускоренном или с переменным ускорением.

Таблица 1

Номер измерения	$y_{max} = \dots\dots$									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t, \text{с}$										
$\langle t \rangle, \text{с}$										
$\rho_l = t_i - \langle t \rangle$										
$\sigma_{\text{ср.кв.}} = \dots\dots, \quad \delta_t = \dots\dots$										

Таблица 2

$y, \text{м}$									
$t, \text{с}$									
$t', \text{с}$									
$t'', \text{с}$									
$t_{\text{ср}}, \text{с}$									

Таблица 3

$t_i, \text{с}$							
$y_i, \text{м}$							
$\Delta y_i, \text{м}$	X						X
$v_i, \text{м/с}$							

Таблица 4

$T, \text{с}$			
$\Delta v, \text{м/с}$			
$\Delta t, \text{с}$			
$a, \text{м/с}^2$			
$\omega, \text{рад/с}$			
$\beta, \text{рад/с}^2$			
$v_{\text{вр}}, \text{м/с}$			