

## Лабораторно-практическое занятие № 5 ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗВЕТВЛЕННОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

### Типовые задачи

**Задача 5.1.** Определить полную проводимость цепи, используя данные таблицы 5.1. Параметры элементов указаны на схеме в Ом (рис. 5.1).

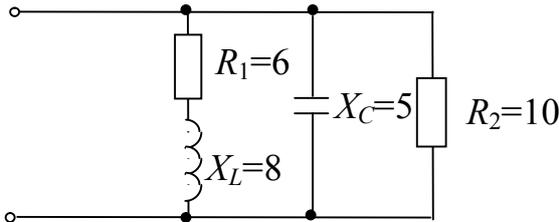


Рис. 5.1

#### Решение

Цепь содержит три параллельные ветви и, следовательно, ее полная комплексная проводимость  $\underline{Y}$  равна сумме комплексных проводимостей отдельных ветвей:

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 = 1/\underline{Z}_1 + 1/\underline{Z}_2 + 1/\underline{Z}_3 =$$

$$= 1/(R_1 + jX_L) + 1/(-jX_C) + 1/R = G_1 - jB_L + jB_C + G_3 = Y e^{j\varphi}, \quad (5.1)$$

где

$$G_1 = \frac{R_1}{R_1^2 + X_L^2} = \frac{R_1}{Z_1^2}; \quad G_3 = \frac{1}{R_2}; \quad B_L = \frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2} = \frac{X_L}{Z_1^2}; \quad B_C = \frac{1}{X_C},$$

$$Y = \sqrt{(G_1 + G_3)^2 + (-B_L + B_C)^2}, \quad (5.2)$$

$$\varphi = \arctg \frac{-B_L + B_C}{G_1 + G_3}.$$

Здесь  $Y$  – модуль комплексной проводимости (или полной проводимости);  $\varphi$  – угол, определяющий сдвиг по фазе напряжения  $\underline{U}$  и тока  $\underline{I}$ .

В соответствии с выражением (5.2) проведем расчет полной проводимости  $Y$  и угла  $\varphi$

$$G_1 = 6 / (6^2 + 8^2) = 0,06 \text{ См}; \quad G_3 = 1 / 10 = 0,1 \text{ См};$$

$$B_L = 8 / (6^2 + 8^2) = 0,08 \text{ См}; \quad B_C = 1/5 = 0,2 \text{ См};$$

$$Y = \sqrt{(0,06 + 0,1)^2 + (-0,08 + 0,2)^2} = 0,2 \text{ См};$$

$$\varphi = \arctg \frac{-0,08 + 0,2}{0,06 + 0,1} = 36,87^\circ \approx 37^\circ.$$

Полная комплексная проводимость  $\underline{Y}$  в соответствии с формулой (5.1):

$$\underline{Y} = Y e^{j\varphi} = 0,2 e^{j37^\circ} \text{ См.}$$

**Задача 5.2.** Определить, исходя из данных таблицы 5.2, показания амперметров, если  $U = 220$  В. Параметры элементов указаны на схеме в Ом (рис.5.2). Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

*Решение*

Цепь содержит три параллельные ветви и, следовательно, на каждой из них действует одно и то же напряжение  $U$ .

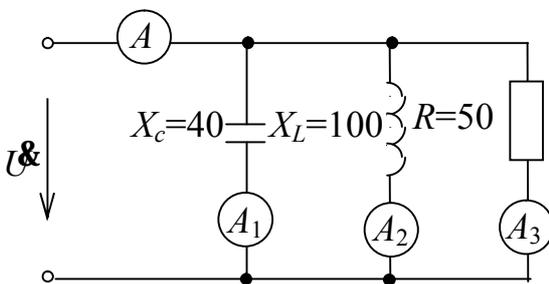


Рис. 5.2

Представим напряжение в комплексной форме  $\underline{U}$ , приняв его начальную фазу  $\psi_U$  равной нулю,  
 $\underline{U} = 220 e^{j0}$  В.

Определим по закону Ома комплексные токи в ветвях  $\underline{I}_1$ ,  $\underline{I}_2$  и  $\underline{I}_3$ :

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \underline{U} / (-jX_C) = 220 e^{j0} / (-j4) = \\ &= 220 e^{j0} / (40 e^{-j90^\circ}) = 5,5 e^{j90^\circ} \text{ А;} \end{aligned}$$

$$\underline{I}_2 = \underline{U} / (-jX_L) = 220 e^{j0} / (j100) = 220 e^{j0} / (100 e^{j90^\circ}) = 2,2 e^{-j90^\circ} \text{ А;} \quad (5.3)$$

$$\underline{I}_3 = \underline{U} / (R) = 220 e^{j0} / (50) = 4,4 e^{j0} \text{ А.}$$

Модули комплексных токов являются действующими значениями токов в ветвях, следовательно, показания амперметров составят:

$$PA_1 = 5,5 \text{ А}; \quad PA_2 = 2,2 \text{ А}; \quad PA_3 = 4,4 \text{ А.}$$

Построим векторную диаграмму токов и напряжений (рис. 5.3).

Вектор напряжения  $\underline{U}$  располагается вдоль оси вещественных чисел (в соответствии с принятым значением начальной фазы  $\psi_U$ ). Вектор тока  $\underline{I}_1$  в первой ветви с емкостным элементом опережает напряжения на  $90^\circ$  (см. первое выражение (5.3)) и располагается вдоль оси мнимых чисел. Вектор тока  $\underline{I}_2$  во второй ветви с индуктивным элементом отстает по фазе от напряжения на  $90^\circ$  (см. второе выражение (5.3)) и располагается вдоль мнимой оси в направлении

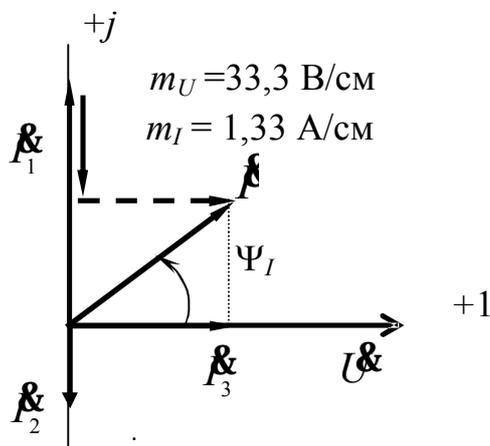


Рис. 5.3

жением векторов по уравнению (5.4) (см. рис. 5.3, ход геометрического сложения векторов показан пунктиром), а его модуль (действующее значение) и аргумент  $\psi_I$  можно определить геометрически из векторной диаграммы:

$$I = \sqrt{(I_1 - I_2)^2 + I_3^2} = \sqrt{(5,5 - 2,2)^2 + 4,4^2} = 5,5 \text{ А},$$

$$\psi_I = \arctg \frac{I_1 - I_2}{I_3} = \arctg \frac{5,5 - 2,2}{4,4} = 36,87^\circ \approx 37^\circ.$$

Таким образом,

$$\underline{I} = I e^{j\psi_I} = 5,5 e^{j37^\circ} \text{ А}.$$

В заключение отметим, что при определенном навыке рассчитать токи в ветвях и построить векторную диаграмму можно без выполнения расчетов комплексным методом.

В этом случае действующие значения токов  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  в ветвях (длины векторов на диаграмме) определяются по закону Ома как частное от деления напряжения  $U$  на полные сопротивления ветвей ( $Z_L$ ,  $Z_C$ ,  $R$ ).

Векторная диаграмма строится также с учетом фазовых соотношений напряжений и токов для идеальных элементов ветвей, содержащих  $L$ ,  $C$  и  $R$  элементы (см. выше описание хода построения векторной диаграммы) относительно базового вектора – вектора напряжения на входе  $\underline{U}$ .

отрицательных чисел. Вектор тока  $\underline{I}_3$  третьей ветви с резистивным сопротивлением совпадает по фазе с напряжением  $\underline{U}$  и также как этот вектор располагается вдоль оси вещественных чисел.

В соответствии с первым законом Кирхгофа ток  $\underline{I}$  в неразветвленной части цепи:

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3. \quad (5.4)$$

Ток  $\underline{I}$  можно получить сло-

**Задача 5.3.** Определить потребляемый цепью (рис.5.4) ток  $\underline{I}$  и напряжение  $\underline{U}_{ab}$ , если известны параметры элементов цепи в Ом и входное напряжение  $U_{\text{вх}}=12$  В. Построить векторную диаграмму токов и напряжений. Данные для решения приведены в таблице 5.3

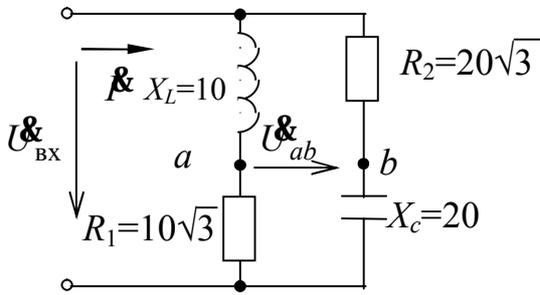


Рис. 5.4

*Решение*

Цепь содержит две параллельные ветви, на каждой из которых действует одно и тоже напряжение  $U_{\text{вх}}$ .

Представим в комплексной форме (рис. 5.5) сопротивления элементов цепи и входное напряжение  $\underline{U}_{\text{вх}}$  (приняв его начальную фазу  $\psi_U$  равной нулю) и определим по закону Ома комплексные токи в ветвях  $\underline{I}_1$  и  $\underline{I}_2$ :

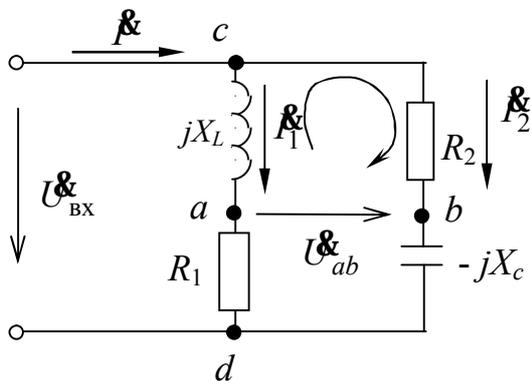


Рис. 5.5

$$\underline{U}_{\text{вх}} = 12 e^{j0^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_L = 10\sqrt{3} + j10 = 20 e^{j30^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 - jX_C = 20\sqrt{3} - j20 = 40 e^{-j30^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{I}_1 = \underline{U}_{\text{вх}} / \underline{Z}_1 = 12 e^{j0^\circ} / (20 e^{j30^\circ}) = 0,6 e^{-j30^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = \underline{U}_{\text{вх}} / \underline{Z}_2 = 12 e^{j0^\circ} / (40 e^{-j30^\circ}) = 0,3 e^{j30^\circ} \text{ А}$$

или в алгебраической форме записи:

$$\underline{I}_1 = 0,6 \cos(-30^\circ) + j0,6 \sin(-30^\circ) = 0,52 - j0,3 \text{ А},$$

$$\underline{I}_2 = 0,3 \cos(30^\circ) + j0,3 \sin(30^\circ) = 0,26 + j0,15 \text{ А}.$$

Ток в неразветвленной части цепи определим в соответствии с первым законом Кирхгофа:

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 0,52 - j0,3 + 0,26 + j0,15 = 0,78 - j0,15 \text{ А}$$

или в показательной форме записи комплекса

$$\underline{I} = \sqrt{0,78^2 + 0,15^2} \cdot e^{j \arctg \frac{0,15}{0,78}} = 0,8 e^{-j10,89^\circ} \text{ А}.$$

Для определения комплексного напряжения  $\dot{U}_{ab}$  составим уравнение по второму закону Кирхгофа в комплексной форме для контура  $acb$  (обход контура по часовой стрелке):

$$R_2 \dot{I}_2 - \dot{U}_{ab} - (j X_L) \dot{I}_1 = 0.$$

Откуда

$$\begin{aligned} \dot{U}_{ab} &= R_2 \dot{I}_2 - (j X_L) \dot{I}_1 = \\ &= 20\sqrt{3} (0,26 + j0,15) - (j10)(0,52 - j0,3) = 6 + j(0) = 6 e^{j0^\circ} \text{ В.} \end{aligned}$$

Построим векторную диаграмму токов и напряжений (рис. 5.6). Для этого найдем напряжения  $\dot{U}_L, \dot{U}_C, \dot{U}_{R_1}, \dot{U}_{R_2}$  на соответствующих элементах схемы

$$\dot{U}_L = (+j X_L) \dot{I}_1 = 0,6 e^{-j30^\circ} \cdot 10 e^{j90^\circ} = 6 e^{j60^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{R_1} = R_1 \dot{I}_1 = 0,6 e^{-j30^\circ} \cdot 10\sqrt{3} = 10,38 e^{-j30^\circ};$$

$$\dot{U}_{R_2} = R_2 \dot{I}_2 = 0,3 e^{j30^\circ} \cdot 20\sqrt{3} = 10,38 e^{j30^\circ};$$

$$\dot{U}_C = (-j X_C) \dot{I}_2 \cdot 0,3 e^{j30^\circ} \cdot 20 e^{-j90^\circ} = 6 e^{-j60^\circ} \text{ В.}$$

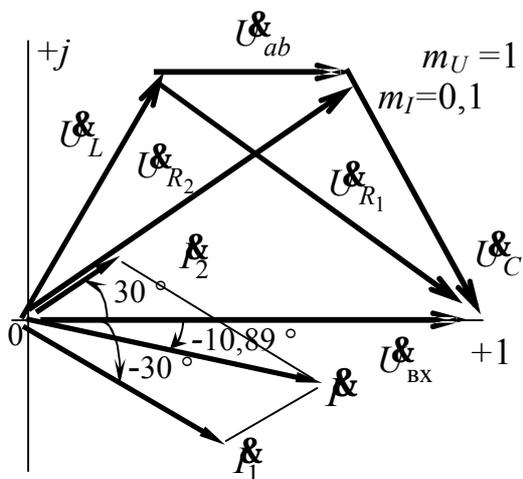


Рис. 5.6

Построение векторов напряжений на элементах каждой ветви проведено в соответствии с уравнениями, составленными по 2-му закону Кирхгофа:

$$\dot{U}_L + \dot{U}_{R_1} = \dot{U}_{\text{BX}};$$

$$\dot{U}_{R_2} + \dot{U}_C = \dot{U}_{\text{BX}}.$$

**Задача 5.4.** Однофазный асинхронный двигатель с параметрами  $R_d=30$  Ом,  $X_d=40$  Ом включен в сеть переменного тока 220 В.

Определить, используя данные таблицы 5.4, какой величины нужно подключить емкость  $C$ , чтобы коэффициент мощности цепи стал равен 0,9.

## Решение

Электрическая схема подключения емкости к обмотке двигателя для улучшения  $\cos\varphi$  изображена на рис.5.7.

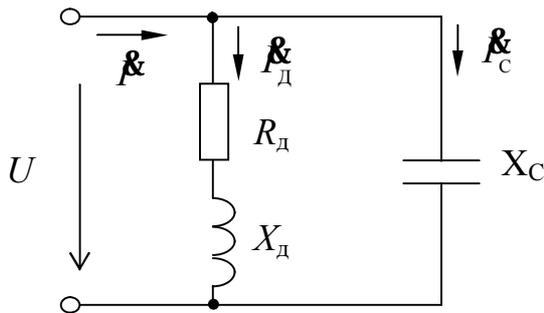


Рис. 5.7

Рассчитаем комплексное сопротивление обмотки двигателя

$$\underline{Z}_d = R_d + jX_d = 30 + j40 = 50^{j53,8^\circ} \text{ Ом,}$$

Ток в двигателе и в проводах, питающих этот двигатель при отсутствии компенсации

$$\underline{I}_d = \frac{U}{\underline{Z}_d} = \frac{220e^{j0^\circ}}{50e^{j53,8^\circ}} = 4,4e^{-j53,8^\circ}, \text{ А.}$$

Угол сдвига фаз при этом  $\varphi_d = \psi_u - \psi_i = 0 - (-53,8^\circ) = 53,8^\circ$ , а  $\cos\varphi = \cos 53,8^\circ = 0,59$ .

Проводимость обмотки двигателя

$$\underline{Y}_d = \frac{1}{\underline{Z}_d} = \frac{1}{50e^{j53,8^\circ}} = 0,02e^{-j53,8^\circ} = 0,012 - j0,016 \text{ См.}$$

Рассчитаем активную и реактивную составляющие тока двигателя:

$$I_R = U \cdot G_d = 220 \cdot 0,012 = 2,64 \text{ А.}$$

$$I_L = U \cdot B_d = 220 \cdot 0,016 = 3,52 \text{ А.}$$

Для достижения  $\cos\varphi = 0,9$ , параллельно обмотке двигателя нужно подключить емкость С, проводимость которой может быть определена из формулы

$$\varphi = \arctg \frac{B_L - B_C}{G} \text{ или } B_C = B_L - G \cdot \operatorname{tg}\varphi \text{ См,}$$

Определим угол  $\varphi$ :  $\varphi = \arccos 0,9 = 25^\circ 50'$ ,

Вычисляем  $B_C$ :  $B_C = 0,016 - 0,012 \cdot \operatorname{tg} 25^\circ 50' = 0,0102 \text{ См.}$

Емкостная составляющая тока:

$$I_c = U \cdot B_C = 220 \cdot 0,0102 = 2,244 \text{ А.}$$

Емкостное сопротивление:

$$X_c = \frac{1}{B_c} = \frac{1}{0,0102} = 98,15 \text{ Ом.}$$

Емкость конденсатора

$$C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{1}{2\pi f X_c} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 98,15} \approx 32 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 32 \text{ мкФ.}$$

По расчетным значениям токов строим векторную диаграмму (рис. 5.8.):

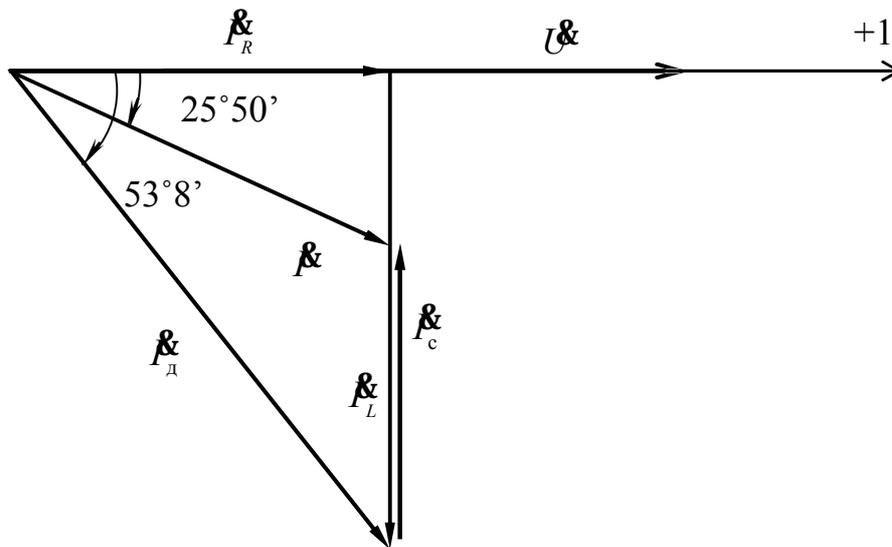


Рис. 5.8

Здесь  $I_D$  – ток двигателя до подключения емкости, а ток  $I$  – результирующий ток после подключения емкости.

Результирующий ток  $I$  после компенсации составит

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = \sqrt{2,64^2 + (3,52 - 2,24)^2} = 2,93 \text{ А.}$$

В результате компенсации ток в проводах, питающих двигатель ( $I$ ), уменьшился по сравнению со случаем без компенсации ( $I_D$ ) в 1,5 раза, т.е уменьшились и потери на нагрев в этих проводах

**Задача 5.5.** К однофазному асинхронному двигателю, полезная мощность которого  $P = 3,7$  кВт, а КПД  $\eta = 83,5$  %, по проводам сопротивлением  $R_{пр} = 2$  Ом подается напряжение  $U = 380$  В. Двигатель работает с  $\cos \varphi = 0,707$ .

Какую емкость нужно включить параллельно двигателю, чтобы повысить  $\cos \varphi_2$  до 0,9 ? Как изменяются при этом потери мощности и напряжения в линии? При решении задачи использовать данные таблицы 5.5.

### Решение

Определим величину тока в обмотке двигателя

$$I = \frac{P}{U \cos \varphi \eta} = \frac{3,7 \cdot 10^3}{380 \cdot 0,707 \cdot 0,835} = 16,493 \text{ Вт},$$

Модуль комплексного сопротивления обмотки

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{380}{16,493} = 23,039 \text{ Ом},$$

Активное сопротивление обмотки

$$R = \frac{P}{I^2 \eta} = \frac{3,7 \cdot 10^3}{16,493^2 \cdot 0,835} = 16,289 \text{ Ом},$$

Индуктивное сопротивление обмоток

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{23,039^2 - 16,289^2} = 16,289 \text{ Ом},$$

Комплексное сопротивление обмотки

$$\underline{Z} = R + jX = 16,289 + j16,289 = 23,039e^{j45^\circ} \text{ Ом},$$

Комплексная проводимость обмотки двигателя

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{23,039e^{j45^\circ}} = 0,0438e^{-j45^\circ} = 0,0307 - j0,0307 \text{ См},$$

Угол  $\varphi$  в исходном состоянии схемы

$$\varphi = \arccos 0,9 = 25^\circ 50',$$

Значение емкостной составляющей проводимости  $B_C$ , необходимой для обеспечения заданного значения коэффициента мощности 0,9 вычисляем по формуле

$$\varphi = \arctg \frac{B_L - B_C}{G} \quad \text{или} \quad B_C = B_L - G \cdot \operatorname{tg} \varphi \text{ См},$$

вычисляем  $B_C$

$$B_C = 0,0307 - 0,0307 \cdot \operatorname{tg} 25^\circ 50' = 0,0158 \text{ См},$$

Емкостное сопротивление

$$X_C = \frac{1}{B_C} = \frac{1}{0,0158} = 63,157 \text{ Ом},$$

Емкость конденсатора

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi 50 \cdot 63,157} \approx 50 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 50 \text{ мкФ},$$

Значение тока в проводах и обмотке двигателя, после подключения конденсатора

$$I_2 = \frac{P}{U \cos \varphi_2 \cdot \eta} = \frac{3,7 \cdot 10^3}{380 \cdot 0,9 \cdot 0,835} = 12,965 \text{ А,}$$

Потери напряжения в проводах, питающих двигатель, до подключения конденсатора

$$\Delta U_1 = I \cdot R_{\text{пр}} = 16,493 \cdot 2 \approx 33 \text{ В,}$$

Потери напряжения в проводах после подключения конденсатора

$$\Delta U_2 = I_2 \cdot R_{\text{пр}} = 12,965 \cdot 2 \approx 26 \text{ В,}$$

Потери мощности в проводах, питающих двигатель, до подключения конденсатора

$$\Delta P_1 = I^2 \cdot R_{\text{пр}} = 16,493^2 \cdot 2 \approx 544 \text{ Вт,}$$

после подключения конденсатора

$$\Delta P_2 = I_2^2 \cdot R_{\text{пр}} = 12,965^2 \cdot 2 \approx 335,7 \text{ Вт.}$$

### Варианты заданий к самостоятельной работе

Таблица 5.1.

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$R_1$ , Ом	40	8	80	16	6	12	16	16
$X_C$ , Ом	60	12	60	4	12	24	24	12
$X_L$ , Ом	30	6	120	12	8	16	12	24
$R_2$ , Ом	10	8	80	6	10	12	20	10

Таблица 5.2.

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$U_{\text{вх}}$ , В	60	100	80	40	120	200	220	380
$X_C$ , Ом	60	120	60	4	120	240	240	120
$X_L$ , Ом	30	60	120	12	40	80	120	240
$R$ , Ом	30	40	30	2	30	20	60	100

Таблица 5.3.

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$U_{вх}, В$	60	100	80	40	120	200	220	380
$X_C, Ом$	60	120	60	4	120	240	240	120
$X_L, Ом$	30	60	120	12	40	80	120	240
$R_1, Ом$	30	40	30	2	30	20	60	100
$R_2, Ом$	10	40	50	4	30	100	100	60

Таблица 5.4.

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$R_0, Ом$	55	60	100	150	200	220	300	250
$X_0, Ом$	70	80	150	250	300	300	400	450
$U, В$	36	100	127	220	380	208	380	127
$\cos\varphi$	0,91	0,92	0,93	0,95	0,96	0,95	0,94	0,97

Таблица 5.5.

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$P, Ом$	0,5	1	2,5	1,2	1,5	2	3	3,5
$\eta$	0,75	0,76	0,8	0,78	0,82	0,86	0,88	0,84
$R_{пр}, Ом$	4	2	3	1	1,5	2,5	3,5	1,7
$U, В$	36	100	127	220	380	208	380	127
$\cos \varphi_d$	0,7	0,72	0,75	0,71	0,73	0,74	0,76	0,77
$\cos \varphi_2$	0,91	0,92	0,93	0,95	0,96	0,95	0,94	0,97