

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

2_9. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В RLC-КОНТУРЕ

Ю.В.Тихомиров

Ознакомьтесь с конспектом лекций и учебником (Савельев, т.2, §91-92). Запустите программу. Выберите «Электричество и магнетизм» и «Вынужденные колебания в RLC-контуре».

Нажмите вверху внутреннего окна кнопку с изображением страницы. Прочитайте краткие теоретические сведения. Необходимое запишите в свой конспект. Закройте внутреннее окно, нажав кнопку с крестом справа вверху этого окна.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

- Знакомство с компьютерным моделированием процессов в колебательном RLC-контуре.
- Экспериментальное подтверждение закономерностей при вынужденных колебаниях в RLC-контуре.

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Повторите основные определения для колебательного движения, которые приведены в ЛР из первого семестра. Прочитайте также снова теорию к ЛР «Свободные колебания в контуре».

ВЫНУЖДЕННЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ называются процессы, происходящие в контуре, содержащем конденсатор, катушку индуктивности, резистор и источник с переменной ЭДС, включенные последовательно и образующие замкнутую электрическую цепь.

Если ЭДС источника меняется по гармоническому закону, то в контуре наблюдаются ВЫНУЖДЕННЫЕ ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ. При этом ток в контуре также будет переменным, подчиняющимся закону Ома в комплексной форме.

КОМПЛЕКСНАЯ ВЕЛИЧИНА есть определенная совокупность двух алгебраических чисел $\hat{Z} = A + iB = Ze^{i\varphi}$, где A – действительная часть, B – мнимая часть, Z – модуль, φ – фаза комплексной величины. ГРАФИЧЕСКИ \hat{Z} изображается, как радиус-вектор на комплексной плоскости: его длина равна Z , а угол между вектором и горизонтальной (действительной) осью равен φ .

КОМПЛЕКСНЫЙ ТОК и КОМПЛЕКСНОЕ НАПРЯЖЕНИЕ

$$\left. \begin{aligned} \hat{I}(t) &= \hat{I}_0 \cdot e^{i\omega t} \\ \hat{U}(t) &= \hat{U}_0 \cdot e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \text{ Это векторы, которые вращаются с угловой скоростью } \omega.$$

Здесь $\hat{U}_0 = U_0 \cdot e^{i\varphi_{ou}}$ – КОМПЛЕКСНАЯ АМПЛИТУДА НАПРЯЖЕНИЯ;

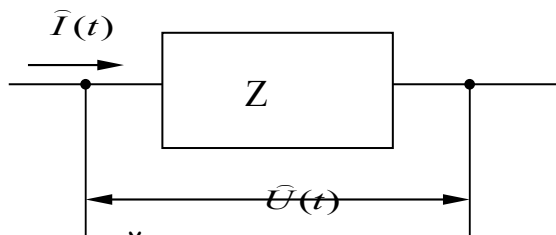
$\hat{I}_0 = I_0 \cdot e^{i\varphi_{oi}}$ – КОМПЛЕКСНАЯ АМПЛИТУДА ТОКА.

\hat{I}_0 и \hat{U}_0 – комплексные векторы, которые на комплексной плоскости неподвижны. Они соответствуют «мгновенной фотографии» реальных комплексных токов и напряжений, сделанной в начальный момент времени ($t=0$).

КОМПЛЕКСНАЯ АМПЛИТУДА – сама комплексная величина, взятая в начальный момент времени.

Математически:

$$\frac{\hat{U}_0}{\hat{I}_0} = \hat{Z} \text{ (импеданс),}$$



ИМПЕДАНС – это отношение комплексной амплитуды напряжения на данном элементе, к комплексной амплитуде тока через данный элемент.

Модуль импеданса называется ПОЛНЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ цепи.

Другая форма записи: $\hat{Z} = \frac{\hat{U}_0}{\hat{I}_0} = \frac{U_0}{I_0} e^{i(\Delta\varphi)}$; здесь $\underbrace{\Delta\varphi}_{\text{сдвиг фаз между током и напряжением}} = \varphi_{ou} - \varphi_{oi}$.

а) РЕЗИСТОР: $\frac{U}{I} = R$; $\frac{\hat{U}_0}{\hat{I}_0} = R$; фазы напряжения и тока одинаковые. Импеданс равен R : $Z_R \equiv X_R = R$.

б) КАТУШКА ИНДУКТИВНОСТИ: Действует закон электромагнитной индукции (самоиндукции): $\varepsilon_{с.и.} = -L \frac{dI}{dt}$.

Использував его и закон Ома для комплексных величин, получим:

$$\hat{U}_L = L \frac{d\hat{I}}{dt}; \quad \hat{I} = I_0 \cdot e^{i(\omega t + \varphi_{oi})} \Rightarrow \frac{d\hat{I}}{dt} = I_0 \cdot e^{\varphi_{oi}} (i\omega) \cdot e^{i\omega t} \Rightarrow$$

$$\hat{U}_L = L(i\omega) \underbrace{I_0 \cdot e^{i(\omega t + \varphi_{oi})}}_{\hat{I}(t)}$$

$$\frac{\hat{U}_L}{\hat{I}} = i\omega L \Rightarrow \hat{X}_L = i\omega L \text{ - импеданс катушки индуктивности.}$$

Напряжение на катушке ОПЕРЕЖАЕТ по фазе ток через нее на $\pi/2$.

в) КОНДЕНСАТОР: $U_C = \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{dU_C}{dt} = \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = \frac{1}{C} I$; или $\frac{d\hat{U}_C}{dt} = \frac{1}{C} \hat{I}$.

Пусть $U_C = U_{0C} \cdot e^{i(\omega t + \varphi_{ou})}$; тогда $\hat{I} = C \cdot \frac{d\hat{U}_C}{dt} = C \cdot i \cdot \omega \cdot \hat{U}_C(t)$.

Найдем отношение $\frac{\hat{U}_C}{\hat{I}} = \frac{1}{i\omega C} = -\frac{i}{\omega C}$; отсюда

$$\hat{X}_C = -\frac{i}{\omega C} \text{ - комплексное сопротивление (импеданс) конденсатора.}$$

Напряжение на конденсаторе ОТСТАЕТ по фазе от тока через него на $\pi/2$.

Модуль комплексного сопротивления (катушки или конденсатора) называется РЕАКТИВНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ (индуктивным или емкостным). Обозначается символом без крышечки над ним.

Все элементы в контуре соединены последовательно, поэтому для нахождения импеданса контура надо просуммировать импедансы всех элементов:

$\hat{Z}_K = R + \hat{X}_L + \hat{X}_C$. После подстановки можем получить модуль импеданса т.е, полное сопротивление контура:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} .$$

РЕЗОНАНСОМ для тока называется явление резкого увеличения амплитуды колебаний тока при приближении частоты ЭДС к некоторому значению, называемому резонансной частотой $\omega_{\text{РЕЗ}}$. Не трудно видеть, что максимум амплитуды тока будет тогда, когда минимально полное сопротивление контура, или $Z_{\text{РЕЗ}} = R$ и $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$, отсюда

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} ,$$

что соответствует частоте свободных колебаний в контуре.

МАКСИМУМ напряжения на конденсаторе соответствует резонансу для напряжения, который наблюдается при несколько меньшей частоте ЭДС:

$$\omega_{\text{РЕЗ.У}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} ,$$

где $\delta = \frac{R}{2L}$ - коэффициент затухания для данного контура.

Амплитуда резонансного напряжения на конденсаторе U_{0C} пропорциональна амплитуде ЭДС и добротности контура Q : $U_{0C} = Q \cdot \epsilon_0$.

При не слишком большом затухании в контуре добротность определяется соотношением:

$$Q = \frac{\rho}{L} ,$$

где

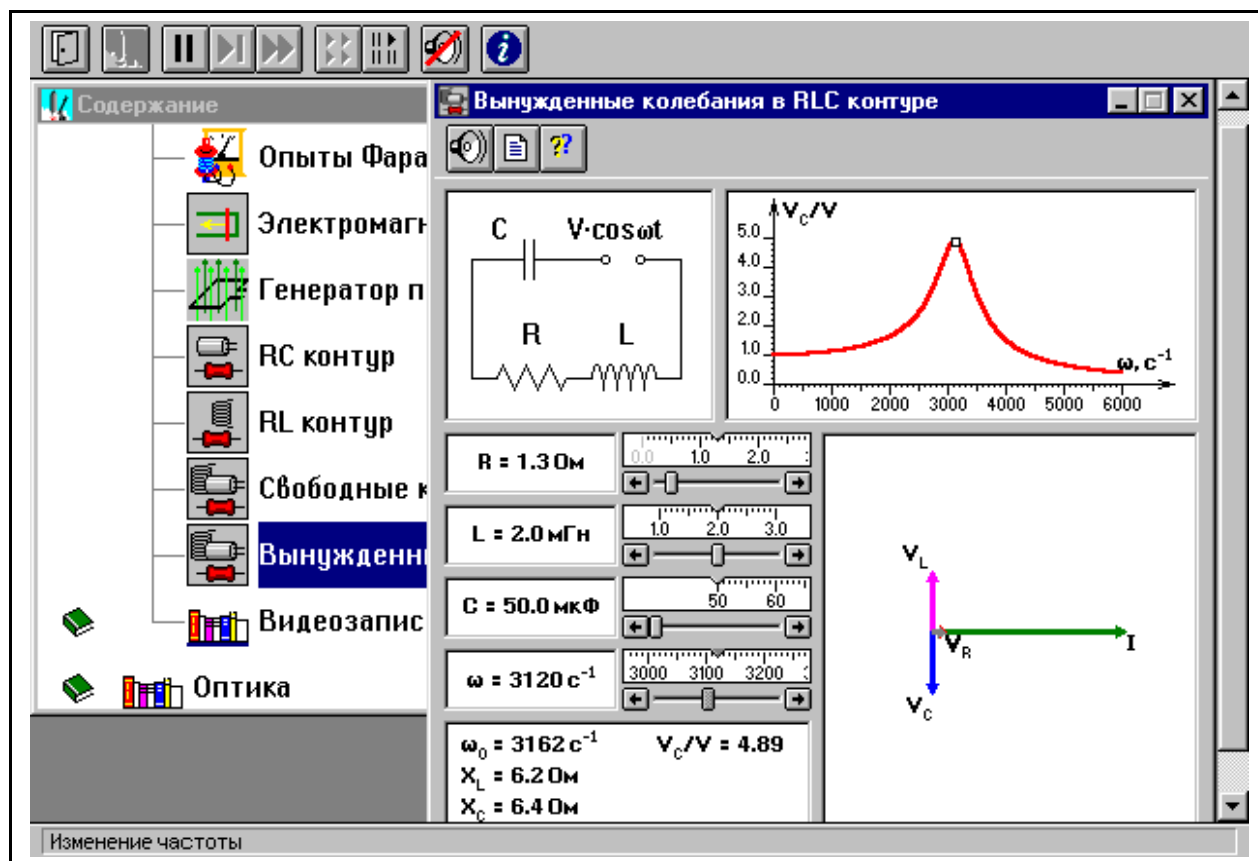
$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

называется характеристическим сопротивлением контура. Чем больше добротность, тем «острее» резонанс.

РЕЗОНАНСНОЙ КРИВОЙ называется зависимость амплитуды напряжения на конденсаторе от частоты ЭДС.

МЕТОДИКА и ПОРЯДОК ИЗМЕРЕНИЙ

Закройте окно теории. Внимательно рассмотрите рисунок для компьютерной модели.



Перерисуйте необходимое в конспект, используя обозначения, принятые в нашей теоретической части (ϵ_0 вместо V , U_{0C} вместо V_C , U_{0L} вместо V_L и U_{0R} вместо V_R).

Подготовьте таблицу 1, используя образец. Подготовьте также таблицы 3 и 4, аналогичные табл.1.

ТАБЛИЦА 1. РЕЗУЛЬТАТЫ ТАБЛИЦА 2. Значения характеристик ИЗМЕРЕНИЙ (12 столбцов). $L = \underline{\hspace{1cm}}$ стик (не перерисовывать)

мГн

C (мкФ) =	50	55	...	100
$\omega_{\text{РЕЗ}}$, 1/с				
ω_0 , 1/с				
U_{0C}/ϵ_0				
$1/\sqrt{C}$				

Бригады	R (Ом)	L_1 (мГн)	L_2 (мГн)	L_3 (мГн)
1 или 5	1 или 2	1.0	1.7	2.4
2 или 6	2 или 1	1.2	1.9	2.6
3 или 7	1 или 2	1.4	2.1	2.8
4 или 8	2 или 1	1.6	2.3	3.0

Получите у преподавателя допуск для выполнения измерений.

ИЗМЕРЕНИЯ:

1. Закройте окно теории (если вы ее вызывали), нажав кнопку в правом верхнем углу внутреннего окна. Изменяйте величину емкости конденсатора и наблюдайте изменение резонансной кривой.
2. Зацепив мышью, перемещайте движки регуляторов
 - а. R – сопротивления резистора,

- б. L – индуктивности катушки,
и зафиксируйте значения, указанные в табл. 2 для вашей бригады.
- Установите указанное в табл.1 значение емкости конденсатора. Изменяя величину частоты ЭДС, следите за перемещением отметки на резонансной кривой и числовым значением добротности (U_{0C}/ε_0). Добейтесь максимального значения добротности и соответствующие значения частоты источника ЭДС и собственной частоты контура занесите в табл.1. Повторите измерения для других значений емкости конденсатора из табл.1.
 - Повторите измерения для двух других значений индуктивности катушки, выбирая их из табл.2. Полученные результаты запишите в табл.3 и 4.

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ И ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА

- Постройте на одном листе графики зависимости резонансной частоты от корня из обратной емкости при трех значениях индуктивности.
- Для каждой прямой определите котангенс угла наклона по формуле

$$\operatorname{ctg}(\varphi) = \frac{\Delta \left(\frac{1}{\sqrt{C}} \right)}{\Delta \omega_{\text{РЕЗ}}} \equiv A_{\text{ЭКСП.}}$$

- Вычислите теоретическое значение константы $A_{\text{ТЕОР}}$ для каждой прямой по формуле $A_{\text{ТЕОР}} = \sqrt{L}$.
- Заполните таблицу результатов измерений

Номер измерения	$A_{\text{ЭКСП}} (\text{Гн}^{1/2})$	$A_{\text{ТЕОР}} (\text{Гн}^{1/2})$

Сделайте выводы по графикам и результатам измерений.

Вопросы и задания для самоконтроля

- Дайте определение вынужденным колебаниям.
- Что такое колебательный контур?
- Когда возникают вынужденные гармонические колебания?
- Как графически изображается комплексная величина?
- Что такое комплексная амплитуда тока или напряжения?
- Дайте определение импеданса.
- Что такое полное электрическое сопротивление?
- Чему равен импеданс резистора?
- Чему равен импеданс идеальной катушки индуктивности?
- Как формулируется закон электромагнитной индукции для катушки?
- Чему равен импеданс конденсатора?
- Чему равны реактивные сопротивления катушки и конденсатора?
- Чему равно реактивное сопротивление последовательно соединенных катушки и конденсатора?
- Чему равен импеданс колебательного контура?
- Чему равен полное сопротивление колебательного контура?

16. Дайте определение резонанса для тока в колебательном контуре.
17. На какой частоте наблюдается резонанс для тока в колебательном контуре?
18. На какой частоте наблюдается резонанс для напряжения на конденсаторе в колебательном контуре?
19. Чему равно отношение амплитуд напряжения на конденсаторе при резонансе и ЭДС?
20. Чему равно характеристическое сопротивление контура? Как оно влияет на добротность?
21. Что такое резонансная кривая контура?

(Подробное изложение теории можно найти в курсе общей физики И.В. Савельева, т.2, 1970, §92-101. В последующих изданиях отсутствует).