Тестовые задания по дисциплине
"Теория случайных процессов"

1. Для того, чтобы два случайных процесса были стохастически эквивалентными необходимо, чтобы:
1. все их реализации совпадали;
2. их реализации различались лишь на множестве вероятностной меры нуль;
3. эти процессы были стохастически непрерывными.

Ответ:

2. Математическое ожидание скалярного случайного процесса можно определить, если известна его:
1. двумерная плотность распределения вероятностей;
2. корреляционная функция;
3. дисперсия.

Ответ:

3. Конечномерные распределения двух скалярных процессов совпадают, если процессы:
1. определены на одном и том же вероятностном пространстве;
2. стохастически эквивалентны;
3. стационарны в узком смысле.

Ответ:

4. Дисперсия случайного скалярного процесса однозначно определяется:
1. его математическим ожиданием;
2. его характеристической функцией;
3. центральным моментом первого порядка.

Ответ: 2.

5. Достаточным условием стационарного процесса в широком смысле является:
1. постоянство во времени его математического ожидания;
2. его стохастическая непрерывность;
3. стационарность в узком смысле.

Ответ:

6. Некоррелированность двух случайных процессов означает, что:
1. они независимы;
2. процессы δ -коррелированы;
3. их взаимная корреляционная функция равна нулю.

Ответ:

7. В общем случае пуассоновский процесс предполагает, что порождающий его поток событий:
1. ординарен;
2. регулярен;
3. ординарен и стационарен;
4. стационарен.

Ответ:

8. Если известно, что случайный процесс является стандартным винеровским, то из этого следует, что его дисперсия:
1. экспоненциально возрастает;
2. равна единице;
3. монотонно растет со временем.

Ответ:

9. Винеровский процесс:
1. дифференцируем;

2. имеет с вероятностью 1 на любом конечном интервале времени ограниченную вариацию;
3. стохастически непрерывен в смысле среднего квадратичного.

Ответ:

10. Марковское свойство случайного процесса предполагает, что между эволюцией случайного процесса "в будущем" (относительно некоторого момента времени t) и его поведением "в прошлом" существует:

1. независимость;
2. некоррелированность;
3. условная независимость.

Ответ:

11. Функция распределения интервала между соседними событиями в стационарном пуассоновском потоке равна:

1. $1 - e^{-\lambda t}$;
2. $\lambda e^{-\lambda t}$;
3. $1 - erf(\lambda t)$.

Ответ:

12. Известно, что корреляционная функция не симметрична относительно перестановки своих аргументов. Это означает, что соответствующий случайный процесс является:

1. нестационарным;
2. эргодическим;
3. комплексным.

Ответ:

13. Семейство конечномерных распределений скалярного гауссовского случайного процесса полностью определяется:

1. его корреляционной функцией;
2. одномерной функцией распределения;
3. математическим ожиданием и корреляционной функцией.

Ответ: 3.

14. Вероятности перехода $\pi_{jk}(m,n) = P(\Theta_n = S_k \mid \Theta_m = S_j)$ для цепи Маркова удовлетворяют условию:

1. $\sum_j \pi_{jk}(m,n) = 1$;
2. $\pi_{jk}(m,n) > 0, \quad \text{для любых } n,m$;
3. $\sum_k \pi_{jk}(m,n) = 1, \quad \text{для любого } j$.

Ответ:

15. Вероятности переходов $\pi_{jk}(l,n) = P(\Theta_n = S_k \mid \Theta_l = S_j)$ цепи Маркова удовлетворяют соотношению:

1. $\pi_{jk}(l,n) = \sum_i \left[\pi_{ji}(l,m) \cdot \pi_{ik}(m,n)\right], \quad 0 \le l < m < n$;
2. $\pi_{jk}(l,n) = \sum_i \left[\pi_{ji}(l,m) + \pi_{ik}(m,n)\right], \quad 0 \le l < m < n$;
3. $\pi_{jk}(l,n) = \sum_{m,i} \left[\pi_{ji}(l,m) \cdot \pi_{ik}(m,n)\right], \quad 0 \le l < m < n$.

Ответ:

16. Цепь Маркова называется однородной, если для вероятности перехода $\pi_{jk}(l,n) = P(\Theta_n = S_k \mid \Theta_l = S_j)$ выполняется условие:

1. $\pi_{jk}(l,n)$ *не зависит от l и n.*
2. $\pi_{jk}(l,n) = \pi_{jk}(0, n-l),\ n > l$.
3. $\pi_{jk}(l,n) = \pi_{jk}(n,l),\ \text{для}\ \ \forall\ n,l \in \mathrm{N}$.

Ответ:

17. Цепь Маркова с конечным числом состояний имеет предельные (финальные) вероятности, если:

1. начальное распределение в пространстве состояний равномерно;
2. все вероятности одношаговых переходов положительны;
3. существует хотя бы одно поглощающее состояние.

Ответ:

18. Вероятность перехода дискретного марковского процесса из i -ого состояния в j -ое состояние за малое время Δt можно записать в виде $\pi_{ij}(t, t+\Delta t) = \lambda_{ij}(t)\cdot\Delta t + o(\Delta t)$ при условии, что:

1. $\lambda_{ij}(t) > 0$;
2. $j \geq i$;
3. $j \neq i$.

Ответ:

19 - 24. Если однородная цепь Маркова имеет два состояния и вероятности одношаговых переходов $\pi_{ij},\ \ i,j=\overline{1,2}$ известны, то финальные вероятности равны:

№ варианта	$\pi_{11}, \pi_{12}, \pi_{21}, \pi_{22}$	Варианты ответа

Ответы:

25 - 30. Если дискретный марковский процесс с двумя состояниями характеризуется плотностями вероятности переходов λ_{12} и λ_{21}, то стационарное решение системы уравнений Колмогорова для вероятностей состояний дает ответ:

№ варианта	$\lambda_{1,2}$ и $\lambda_{2,1}$	Варианты ответа (P_1, P_2)
1	2, 5	А) $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$; Б) $\left(\frac{5}{7}, \frac{2}{7}\right)$; В) $\left(\frac{2}{5}, \frac{3}{5}\right)$
2	4, 5	
3	6, 3	
4	2, 1	Г) $\left(\frac{5}{9}, \frac{4}{9}\right)$; Д) $\left(\frac{4}{5}, \frac{1}{5}\right)$
5	3, 2	
6	1, 4	

Ответы:

31. Пуассоновский процесс можно рассматривать, как частный случай случайного процесса рождения - гибели с интенсивностью гибели, равной нулю, однако при этом теряется такое свойство процесса как:

1. его однородность;
2. стохастическая непрерывность;
3. наличие стационарных состояний.

Ответ:

32. Если элементы матрицы $\left\| P_{ij} \right\|$, $i,j=\overline{1,n}$ удовлетворяют двум условиям:

1) $P_{ij} \geq 0$ для $\forall\ i, j = 0,1,...,n$, 2) $\sum_j P_{ij} = 1$ для $\forall\ i = 0,1,...,n$, то такая матрица называется:

1. неотрицательной;
2. стохастической;
3. эрмитовой.

Ответ:

33. Размеченный граф процесса рождения - гибели не включает в себя:

1. невозвратные состояния;
2. поглощающие состояния;
3. запрещенные состояния.

Ответ:

34. Приведенная плотность потока заявок - α задается интенсивностью простейшего потока - λ и интенсивностью обслуживания - μ в соответствии с формулой:

1. $\alpha = \lambda \cdot \mu$;
2. $\alpha = \mu / \lambda$;
3. $\alpha = \lambda / \mu$.

Ответ:

35. В стационарном режиме функционирования относительная пропускная способность - q чистой системы массового обслуживания с ожиданием удовлетворяет условию:

1. $0 < q < 1$;
2. $q = 1$;
3. $q > 1$.

Ответ:

36. Если в системе массового обслуживания без отказов приведенная плотность потока заявок равна числу каналов, а длина очереди в начальный момент времени - r_0, то после начала работы длина очереди будет:

1. оставаться неизменной;
2. убывать;
3. возрастать.

Ответ:

37. Для скалярного случайного процесса второго порядка $\xi(w,t),\ t \in T$ предел в смысле СК-сходимости $\lim\limits_{t \to t_0} \xi(w,t),\quad t_0 \in T$ существует тогда и только тогда, когда существует конечный предел:

1. $\lim\limits_{t,\tau \to t_0} M[\xi(w,t)\xi(w,\tau)]$;
2. $\lim\limits_{t \to t_0} M[\xi(w,t)]$;
3. $\lim\limits_{t,\tau \to t_0} K_\xi(t,\tau)$.

Ответ:

38. Для того, чтобы скалярный случайный процесс $\xi(w,t)$ был дифференцируем необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие:

1. $m_\xi(t)$ и $K_\xi(t_1,t_2)$ - непрерывные функции при $t_1 = t_2 = t$;
2. $m_\xi(t)$ и $K_\xi(t_1,t_2)$ - дифференцируемые функции при $t_1 = t_2 = t$;
3. $m_\xi(t)$ - непрерывная функция, а при $K_\xi(t_1,t_2)$ имеет вторую смешанную производную при $t_1 = t_2 = t$.

Ответ:

39. Если скалярный случайный процесс $\xi(w,t)$ стационарен и дифференцируем, то процесс $\eta(w,t) = \dot{\xi}(w,t)$:

1. также стационарен и дифференцируем;
2. стационарен и при этом $K_\eta(\tau) = K_\xi''(\tau)$;
3. инвариантен относительно операции центрирования и при этом $K_\eta(\tau) = -K_\xi''(\tau)$;

Ответ:

40. Оператор математического ожидания коммутирует с оператором интегрирования по t с весом $\varphi(t,t')$, если они действуют на случайный процесс $\xi(w,t')$, для которого справедливы утверждения:

1. $m_\xi(t)$ - интегрируемо с весом на T;
2. существует интеграл $\iint \varphi(t,t_1)\varphi(t,t_2)K_\xi(t_1,t_2)dt_1dt_2$;
3. $m_\xi(t)$ и $K_\xi(t_1,t_2)$ интегрируемы с соответствующими весами.

Ответ:

41. Скалярный случайный процесс $\xi(w,t')$, $t\in T=[0,l]$, $w\in \Omega$, для которого существует предел $\lim\limits_{l\to\infty}\frac{1}{l}\int\limits_0^l \xi(w,t)dt = \int\limits_\Omega \xi(w,t)P(dw) = const$ называется:

1. квазистационарным;
2. эргодическим;
3. стационарным с непрерывным спектром.

Ответ:

42. Для того, чтобы случайный процесс $\xi(w,t')$ с постоянным математическим ожиданием был эргодичен относительно математического ожидания достаточно, чтобы:

1. $K_\xi(t_1,t_2)\to 0$ при $|t_1-t_2|\to\infty$;
2. $\int\limits_0^l\int\limits_0^l K_\xi(t_1,t_2)dt_1dt_2 \sim l^2$ при $l\to\infty$;
3. он был стационарен.

Ответ:

43 - 48. Если спектральная плотность $f_\xi(\lambda)$ вещественной стационарной случайной функции $\xi(t)$ известна, то ее корреляционная функция равна:

№ варианта	Спектральная плотность $f_\xi(\lambda)$	Варианты ответа (корреляционная функция)

<table>
<tr><td>1</td><td>$f_\xi(\lambda)=\begin{cases}\dfrac{\tau^2}{2\pi}, & \lvert\lambda\rvert\le 1\\ 0, & \lvert\lambda\rvert>1\end{cases}$</td><td rowspan="6">А) $\tau^2\cdot\delta(t)$
Б) $\dfrac{\tau^2}{\pi t}\cdot\sin t$
В) $\tau^2 e^{-\lvert t\rvert}$
Г) $\tau^2\dfrac{\sin^2(t/2)}{(t/2)^2}$
Д) $\tau^2\exp\left\{-t^2/4\right\}$
Е) $\dfrac{4\tau^2}{t}\sin(t/2)\cdot\cos(3t/2)$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$f_\xi(\lambda)=\dfrac{\tau^2}{2\pi},\ -\infty<\lambda<\infty$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$f_\xi(\lambda)=\dfrac{\tau^2}{\pi(1+\lambda^2)}$</td></tr>
<tr><td>4</td><td>$f_\xi(\lambda)=\dfrac{\tau^2}{\sqrt{\pi}}e^{-\lambda^2}$</td></tr>
<tr><td>5</td><td>$f_\xi(\lambda)=\begin{cases}\tau^2(1-\lvert\lambda\rvert), & \lvert\lambda\rvert\le 1\\ 0, & \lvert\lambda\rvert>1\end{cases}$</td></tr>
<tr><td>6</td><td>$f_\xi(\lambda)=\begin{cases}\tau^2, & \lvert\lambda\rvert\in[1,2]\\ 0, & \lvert\lambda\rvert\notin[1,2]\end{cases}$</td></tr>
</table>

Ответ:

49. Если случайный процесс $\xi(t)$ задан стохастическим дифференциалом вида $d\xi(t)=A[\xi(t),t]dt+B[\xi(t),t]dw(t)$, где $w(t)$ - винеровский процесс, а $A(\cdot)$ и $B(\cdot)$ - гладкие функции, то $\xi(t)$:

1. винеровский процесс;
2. марковский процесс;
3. кусочно-постоянная функция.

Ответ:

50. Стохастический интеграл Стратоновича отличается от интеграла Ито:

1. классом интегрируемых случайных функций;
2. правилом организации выборки;
3. используемой стохастической мерой.

Ответ:

Составитель – Кузнецов В.Л., д.т.н., проф.