# Лекция 8.
# Критерии качества и правила приема дискретных сообщений

# Обработка сигналов на основе статистической теории

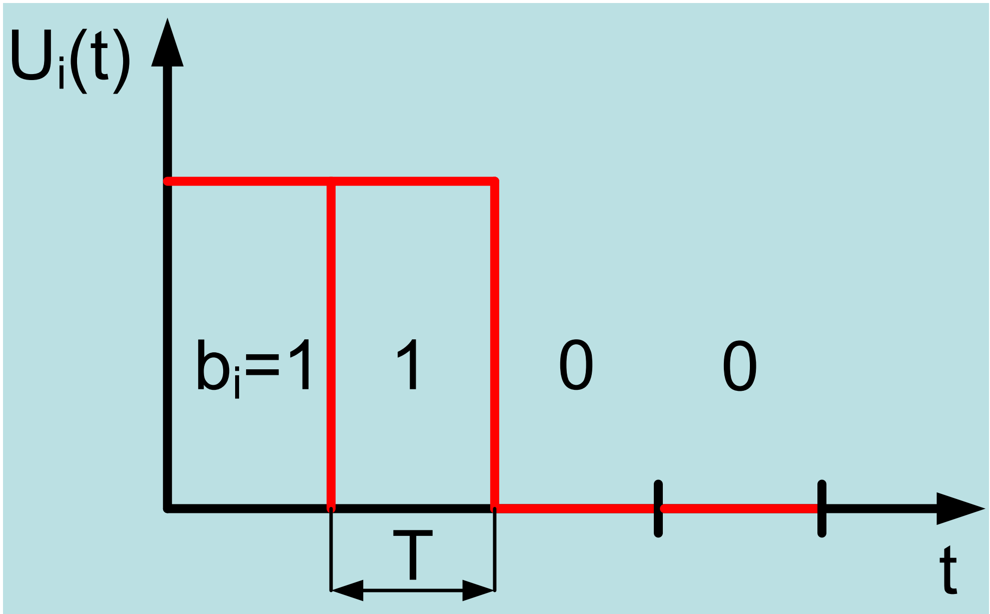
В этом случае удается отыскать наилучшую операцию обработки принятого сигнала z(t), обеспечивающую максимальное качество оценки $b_i^/$ .

Если принять, что свойства источника сообщения и кодера известны, а также модулятор и математическая модель непрерывного канала, то в этом случае нам требуется определить, каким должно быть правило решения демодулятора, обеспечивающего оптимальное качество приема. В такой постановке качество оценивается вероятностью правильного приема символа.

Максимум этой вероятности при заданном виде модуляции принято называть потенциальной помехоустойчивостью, а сам демодулятор – идеальным приемником.

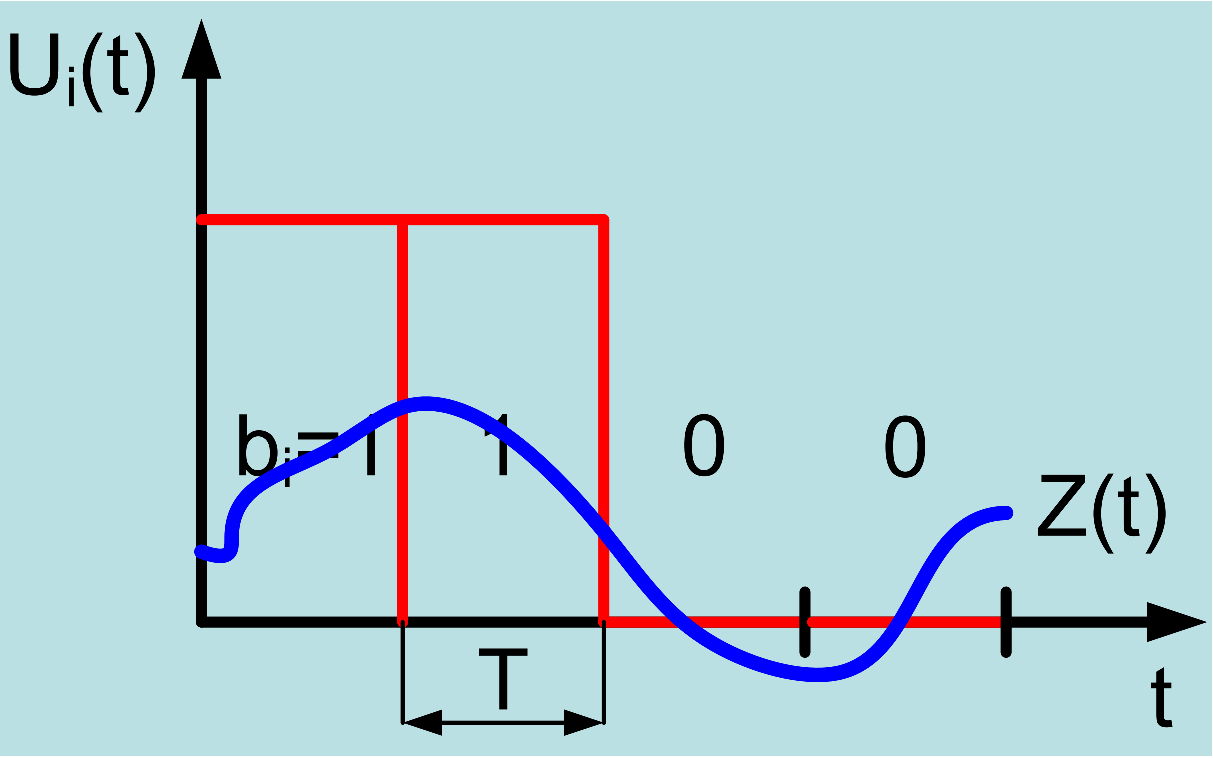
# Задача приема дискретных сообщений на фоне шумов

Пусть при передаче дискретных сообщений, закодированных кодом с основанием m, используются реализации сигнала $u_i(t)$, действующие в интервале $0<t<T$ и соответствующие кодовым символам bi, где i=0,1,2….m-1.



В течение тактового интервала на вход демодулятора поступает колебание Z(t),

которое под действием помехи принимает вид, не совпадающее в точности ни с одним из передаваемых сигналов Ui(t)



Приемное устройство (демодулятор) должно выбрать одну из m возможных взаимоисключающих гипотез:

- передавался символ $b_0$, т.е. сигнал $U_0(t)$;
- передавался символ $b_1$, т.е. сигнал $U_1(t)$;

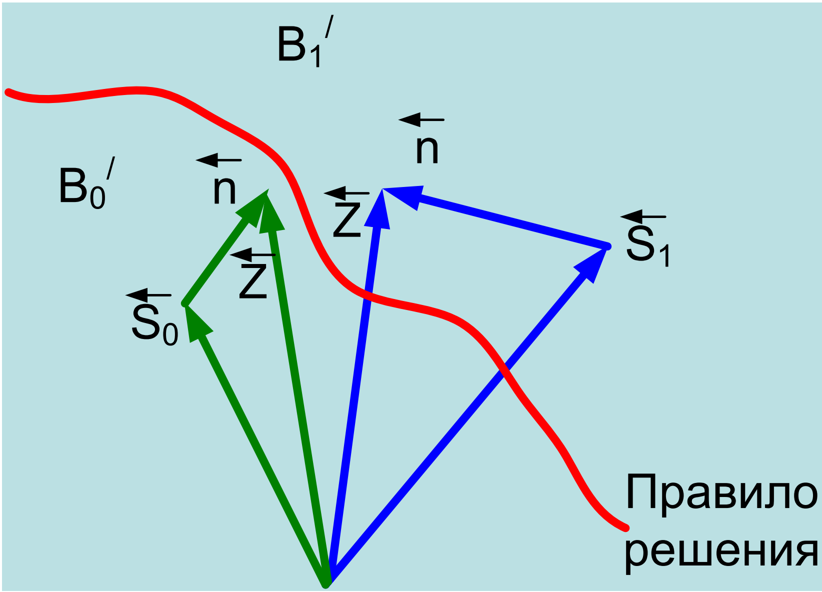
…………………………………………………

- передавался символ $b_{m-1}$ , т.е. сигнал $U_{m-1}(t)$.

В двоичной системе демодулятор выбирает одну из двух гипотез 0 или 1. В графическом представлении все пространство сигналов разбивается на две области $B_0^/$ и $B_1^/$ .

Сигнал Z(t) на входе демодулятора представляет собой смесь полезного сигнала и помехи:

$$Z(t) = S_i(t) + n(t)$$




Вывод: Если задан критерий качества, то наилучшее разбиение пространства сигналов достигается методами теории статистических решений.

# Критерии качества и правила приема дискретных сообщений

Одним из самых распространенных критериев качества приема дискретных сообщений является критерий идеального наблюдателя, согласно которому качество демодулятора оценивается безусловной вероятностью правильного приема символа.

При этом полагается, что пространство передаваемых и принимаемых сигналов является конечномерным.

В n-мерном пространстве принятый сигнал Z(t) характеризуется n-мерной плотностью вероятности $\omega(z)$ вектора $\overline{Z}$

Если передается символ $b_i$, т.е. посылается сигнал $U_i(t)$, то можно определить условную n-мерную плотность вероятностей $\omega(z/b_i)$ – функцию правдоподобия i-ой гипотезы.

Пусть на вход демодулятора поступает элемент сигнала z(t). При этом демодулятор принимает решение, что передавался символ $b_i$. Вероятность того, что это решение правильно, будет определяться условной (апостериорной) вероятностью $p(b_i/z)$.

Вероятность правильного приема будет максимальной в такой решающей схеме, которая отнесет всякую реализацию приходящего сигнала Z(t) к той области пространства сигналов, для которой $p(b_i/z)$ – максимальна.

Критерий идеального наблюдателя обеспечивается решающей схемой, построенной по правилу максимума апостериорной вероятности

$$p(b_i / z) \mathop{\triangleright}_{j=0}^{m-1} p(b_j / z) - - - (j = 0,1,2....m-1; i \neq j)$$

$$p(1/z) \triangleright p(0/z)$$

Используя формулу Байеса

$$p(b_i / z) = \frac{p(b_i)\omega(z / b_i)}{\omega(z)}$$

правило решения по критерию идеального наблюдателя принимает следующий вид

$$p(b_i)\omega(z / b_i) \mathop{\triangleright}_{j=0}^{m-1} p(b_j)\omega(z / b_j) -- (j \neq i;\ j = 0,1,2 \ldots m-1)$$

При m=2

$$p(1)\omega(z / 1) \triangleright p(0)\omega(z / 0)$$

Правило решения по критерию идеального наблюдателя можно модернизировать следующим образом

$$\frac{\omega(z/b_i)}{\omega(z/b_j)} \underset{j=0}{\overset{m-1}{\triangleright}} \frac{p(b_j)}{p(b_i)} - npu(\mathrm{j} \neq \mathrm{i};\ \mathrm{j} = 0,1,2...\mathrm{m}-1)$$

В случае если все m кодовых символов передаются равновероятно $\mathrm{p(b_i)} = p(b_j) = 1/m$ ,

то правило решения, как отношение функций правдоподобия, значительно упрощается

$$\boxed{\Lambda_{i,j} \triangleright 1}$$

Если ввести шумовую функцию правдоподобия $\omega(z/n[t])$ в систему неравенств, то правило решения принимает следующий вид:

$$\frac{\omega(z/b_i)}{\omega(z/n[t])} = \Lambda_{i,n} = \Lambda_i$$

$$\Lambda_i \triangleright \Lambda_j$$

$$\Lambda_1 \triangleright \Lambda_0$$

# Критерий среднего риска

Чтобы учесть неравнозначность различных ошибок при принятии демодулятором решений, для каждой пары символов $b_j$ и $b_i$ вводится некоторая численная мера, которую назовем «потерей» - $L_{ij}$. В случае правильного приема

$$L_{ij} = 0$$

Так как при передаче символов $b_i$ символы $b_j^/$ появляются с определенными вероятностями как реализация некоторой случайной величины, то можно говорить об условном математическом ожидании «потери» при передаче символов $b_i$ . Это условное математическое ожидание принято называть условным риском

$$\mathrm{R}_{\mathrm{i}} = \sum_{j=0}^{m-1} p(b_j^/ / b_i) L_{ij} = \sum_{j=0}^{m-1} L_{ij} \int_{B_j^/} \omega(z / b_i) dz$$

$$R_{cp} = \sum_{j=0}^{m-1} \sum_{i=0}^{m-1} p(b_i) L_{ij} \int_{B_j^/} \omega(z / b_i) dz$$

# Выводы

Критерий минимального среднего риска заключается в том, что оптимальной считается решающая схема, обеспечивающая наименьшее значение среднего риска Rср.

Приемник, работающий по такому критерию, называется байесовским.

В случае, если кодовые символы передаются равновероятно, то правило максимума правдоподобия реализует критерий идеального наблюдателя.