МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ

Кафедра Экономики гражданской авиации

Н.И. Степанова

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по проведению практических занятий
по дисциплине «Статистика (общая теория)»
для студентов II курса специальности 080507
дневного и заочного отделения

Москва 2008

Данные методические указания изданы в соответствии с Государственным образовательным стандартом, учебным планом и рабочей программой по дисциплине «Статистика (общая теория)». Предназначены для студентов II курса дневного и заочного отделения специальности 080507 «Менеджмент организации»

В пособии представлены теория, контрольные вопросы, решение типовых задач.

Рассмотрено и одобрено на заседании кафедры Экономики ГА 15 апреля 2008 года и Методическим советом по специальности 080507 06.05.2008 г.

Введение

Статистика призвана обеспечить сбор, обработку и представление информации об уровне и возможностей развития предприятий и отрасли в целом.

Развитие рыночных отношений в стране перед статистикой поставили новую задачу – реформирование общеметодологических и организационных основ статистической теории и практики. В этих условиях общая теория статистики, как отрасль статистической науки, является важным инструментом, обеспечивающим теоретическую и практическую подготовку специалистов.

Изучение общей теории статистики направлено на формирование у специалистов представления о том, что знания приемов сбора экономической информации и методов ее обработки играют значительную роль в проведении любого экономико-статистического исследования.

Пособие содержит план практических занятий, решение типовых задач. Решая аналогичные задачи или обрабатывая самостоятельно собранный материал, специалист получит знания теоретических положений курса, освоит методологию расчета статистических показателей.

План практических занятий

Тема	Объем в часах
Массовое статистическое наблюдение	2
Сводка и группировка статистических данных	2
Абсолютные и относительные величины	2
Средние величины	2
Показатели вариации	4
Контрольная работа	2
Индексы	4
Статистическое изучение связи между признаками	2
Контрольная работа	2
Показатели выборочного наблюдения	4
Ряды динамики	4

Перечень практических занятий по темам курса рассматривается в такой последовательности как он представлен в рабочей программе, в соответствии с которой издано учебное пособие по общей теории статистики (объем лекций – 32 час., практические занятия – 30 час.).

Тема №1 Массовое статистическое наблюдение.

Любое статистическое исследование начинается со сбора сведений (данных,фактов) об изучаемых явлениях и процессах. Научно организованная работа по сбору статистической информации о явлениях и процессах общественной жизни называется статистическим наблюдением. Статистическое наблюдение проводится по строго определенному плану с соблюдением ряда требований, важнейшими из которых являются достоверность, объективность и полнота информации.

Практическое занятие №1 проводится с целью усвоения основных вопросов темы и выработки практических навыков для проведения статистического наблюдения. Оно предусматривает решение следующих вопросов:

1) выбор организационной формы сбора статистической информации;
2) разработка плана статистического наблюдения;
3) классификация статистических наблюдений.

Литература: 2, с. 7-15

Тема №2 Сводка и группировка статистических данных.

В результате первого этапа статистического исследования – статистического наблюдения - получают сведения о каждой единице совокупности. Задача второго этапа статистического исследования состоит в том, чтобы упорядочить и обобщить первичный материал, свести его в группы и на этой основе дать обобщенную характеристику совокупности. Этот этап в статистике называется сводкой.

Различают простую сводку (подсчет только общих итогов) и статистическую группировку, которая сводится к расчленению совокупности на группы по существенному для единиц совокупности признаку. Группировка позволяет получить такие результаты, по которым можно выявить состав совокупности, характерные черты и свойства типичных явлений, обнаружить закономерности и взаимосвязи.

Результаты сводки могут быть представлены в виде статистических рядов распределения.

Статистическим рядом распределения называют упорядоченное распределение единиц совокупности на группы по изучаемому признаку.

Практическое занятие №2 предусматривает решение следующих вопросов:

1) построение рядов распределения по количественному признаку: дискретных и интервальных;
2) построение атрибутивных рядов распределения;
3) построение типологической, структурной и аналитической группировок;
4) построение комбинационной группировки (комбинационное распределение).

Литература: 2, с. 25-22

Тема №3. Абсолютные и относительные величины.

Абсолютные статистические величины, характеризуя численность единиц изучаемой совокупности или объемы присущих им признаков, всегда являются числами именованными. В зависимости от качественной особенности изучаемого явления и задач исследования эти величины выражаются в различных единицах измерения: натуральных, трудовых и стоимостных. При учете продукции и товаров в натуральном выражении часто применяются условные единицы измерения. Сущность применения условных единиц измерения состоит в том, что отдельные разновидности изучаемой совокупности выражаются в единицах одного признака, условно принятого за единицу измерения. Поэтому основной вопрос применения условных единиц измерения состоит в выборе признака, по которому устанавливаются соответствующие коэффициенты пересчета.

На основе абсолютных величин рассчитываются относительные величины.

Практическое занятие №3 по теме предусматривает решение следующих типов задач:

1) пересчет абсолютных величин в условные единицы измерения;
2) определение относительных величин выполнения плана;
3) определение относительных величин структуры;
4) определение относительных величин динамики;

5) определение относительных величин координации и сравнения;
6) определение относительных величин интенсивности.

Литература: 2, с. 22-27

Тема №4. «Средние величины»

Прежде чем приступить к практическим занятиям, необходимо понять сущность средней величины, являющейся обобщенной характеристикой совокупности однотипных явлений по изучаемому признаку. Необходимо учесть, что средняя величина должна вычисляться с учетом экономического содержания определяемого показателя. Каждый показатель имеет свое, только ему присущее содержание.

Например, такой подход позволяет правильно определить среднюю величину признака, выбрать форму средней.

Средняя зарплата одного работника $= \dfrac{\textit{Фонд заработной платы}}{\textit{Число работников}}$;

Средняя себестоимость продукции $= \dfrac{\textit{Общие затраты на продукцию}}{\textit{количество продукции}}$;

Простая средняя арифметическая применяется в случаях, когда имеются отдельные значения признака, т. е. данные не сгруппированы.

Следовательно,

$$\overline{x} = \frac{\sum x}{n}.$$

Если данные представлены в виде рядов распределения, то средняя исчисляется по формуле **средней арифметической взвешенной,** т. е.

$$\overline{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}.$$

Статистический материал в результате обработки может быть представлен не только в виде дискретных рядов распределения, но и в виде интервальных вариационных рядов с закрытыми или открытыми интервалами. Среднее значение признака определяется в этом случае по средней арифметической взвешенной, где в качестве признака берется центральное значение признака в каждой группе.

В практике экономической статистики иногда приходится исчислять среднюю по групповым средним или по средним отдельных частей совокупности (частным средним). В таких случаях за варианты принимаются групповые или частные средние, на основании которых исчисляется общая средняя как обычная средняя арифметическая взвешенная.

Наряду со средней арифметической в статистике применяется средняя гармоническая величина, обратная средней арифметической из обратных значений признака. Как и средняя арифметическая она может быть простой и взвешенной:

$\bar{x} = \dfrac{n}{\sum \frac{1}{x}}$ - гармоническая простая;

$\bar{x} = \dfrac{\sum W}{\sum \frac{W}{x}}$, где $W = xf$ - гармоническая взвешенная.

Средняя гармоническая используется в том случае, когда не известна частота признака, а известны варианта и показатель, который является произведением варианты на частоту.

Характеристиками вариационных рядов наряду со средними являются мода и медиана. Мода это величина признака (варианта), наиболее часто повторяющаяся в изучаемой совокупности. Медианой в статистике называется варианта, расположенная в середине вариационного ряда.

Практическое занятие №4 по данной теме предусматривает решение следующих типов задач:
1) расчет средней арифметической простой и взвешенной;
2) расчет средней гармонической;
3) расчет моды и медианы.

Задача №1. Имеются следующие данные о производстве однородной продукции за смену:

Номер рабочего	Выпущено изделий за смену, шт.	№ рабочего	Выпущено изделий за смену, шт.
1 2 3 4 5	16 17 18 17 16	6 7 8 9 10	17 18 20 21 18

Решение:

В данном примере варьирующий признак – выпуск продукции за смену. Численные значения признака (16,17 и т. д.) называются вариантами. Определим среднюю выработку продукции данного вида рабочими за смену, используя арифметическую простую:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{16+17+18+...+21+18}{10} = 17{,}8 \text{ шт.}$$

Задача № 2. Имеются следующие данные о заработной плате рабочих:

Месячная заработная плата, у.е.	Число рабочих
510 530 560 590 620	2 6 16 12 14
Итого	50

Решение:

По данным дискретного ряда распределения видно, что одни и те же значения признака (варианты) повторяются несколько раз. Число одинаковых значений признака в рядах распределения называется частотой f .

Следовательно, средняя заработная плата одного рабочего будет определяться по средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{510 \cdot 2 + 530 \cdot 6 + 560 \cdot 16 + 590 \cdot 12 + 620 \cdot 14 + 18}{50} =$$

$$\frac{1020 + 3180 + 8960 + 7080 + 8680}{50} = \frac{28920}{50} = 578{,}4 \text{ у.е.}$$

Задача № 3. Имеются следующие данные:

Группы рабочих по количеству производимой продукции за смену, шт.	Число рабочих f	Середина интервала x^1	$x^1 f$
3-5	10	4	40
5-7	30	6	18
7-9	40	8	320
9-11	15	10	150
11-13	5	12	60
Итого	100		750

Определить средний объем продукции за смену.

Решение:

В данном ряду варианты представлены в виде интервала, т. е. каждая группа имеет нижнее и верхнее значения вариант, или закрытые интервалы. Расчет средней проводится по формуле средней арифметической взвешенной. Но, чтобы ее применить, следует интервальный ряд преобразовать в дискретный, т.е. взять в каждой группе центральное значение признака. Так для первой группы оно будет равно: $x^1 = \frac{3+5}{2} = 4$ и т. д.

$$\bar{x} = \frac{\sum x^1 f}{\sum f} = \frac{750}{100} = 7.5 \text{ шт.}$$

Преобразуем рассмотренный выше ряд распределения в ряд с открытыми интервалами:

Группы рабочих по количеству продукции, выполненной за смену, шт.	Число рабочих
до 5	10
5-7	30
7-9	40
9-11	15
11 и >	5
Итого	100

В таких рядах условно величина интервала первой группы принимается равной величине последующей, а величина интервала последней группы – величине интервала предыдущей. Дальнейший расчет аналогичен изложенному выше.

Задача № 4. По четырем заводам, производящим продукцию А, имеются следующие данные:

Заводы	Затраты времени на единицу продукции, мин.	Произведено продукции, шт.
1	40	1200
2	42	1000
3	50	800
4	38	200

Определить среднюю трудоемкость продукции.

Решение:

В этой задаче варианты (затраты времени на единицу продукции или трудоемкость) являются не индивидуальными, а средними по заводу. Частотой является выпуск продукции. Следовательно, чтобы определить среднюю трудоемкость, необходимо использовать формулу арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{40 \cdot 1200 + 42 \cdot 1000 + 50 \cdot 800 + 38 \cdot 200}{1200 + 1000 + 800 + 200} =$$

$$= \frac{48000 + 42000 + 40000 + 7600}{3200} = \frac{137600}{3200} = 43\,мин.$$

Задача №5. Издержки производства и себестоимость единицы продукции А по трем заводам характеризуются следующими данными:

№ завода	Издержки производства тыс. у.е.	Себестоимость единицы продукции у.е.
1	2000	200
2	4600	230
3	1100	220

Определить среднюю себестоимость изделия по трем заводам.

Решение:

Главным условием выбора формы средней является экономическое содержание показателя и исходные данные:

$$\begin{matrix}\textit{Средняя себестоимость}\\ \textit{единицы продукции}\end{matrix} = \frac{\textit{издержки производства}}{\textit{количество продукции}}$$

Следовательно, следует использовать для расчета формулу средней гармонической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum W}{\sum \frac{W}{x}}, \textit{ где } W = xf$$

$$\bar{x} = \frac{2000 + 4600 + 1100}{\frac{2000}{200} + \frac{4600}{230} + \frac{1100}{220}} = \frac{7700}{35} = 220 \textit{ у.е.}$$

Задача № 6. По данным выборочного обследования семей области получено следующее распределение семей по размеру совокупного дохода на члена семьи:

Размер совокупного дохода на члена семьи, у. е.	300	380	440	520	600	>600
Число семей в %	5	12	19	42	10	12

В этом ряду мода равна 520 у. е. Именно эту величину дохода на члена семьи имеет большинство семей (42%).

Задача № 7. Себестоимость единицы одноименной продукции по предприятиям отрасли характеризуется следующими показателями:

Группы предприятий по себестоимости продукции, у.е.	Число предприятий
16-20	2
20-24	3
24-28	5
28-32	7
32-36	10
36-40	3
Итого	30

Определить моду себестоимости единицы продукции.

Решение:

В этой задаче наибольшее число предприятий (10) имеют себестоимость продукции от 32 до 36 у. е. Следовательно, этот интервал является модальным интервалом ряда распределения.

$$M_0 = x_{м0} + i\,\frac{f_{M0} - f_{M0-1}}{\left(f_{M0} - f_{M0-1}\right) + \left(f_{M0} - f_{M0+1}\right)} =$$

$$= 32 + 4 \cdot \frac{10-7}{(10-7)+(10-3)} = 32 + 4 \cdot \frac{3}{10} = 33{,}2\ у.е.$$

Задача № 8. Стаж рабочих цеха характеризуется следующими показателями:

Стаж рабочих, лет	Число рабочих	Сумма накопленных частот
до 2	20	20
4	60	80
8	160	240
10	120	
14	40	
Итого	400	

Решение:

Для определения медианы надо подсчитать сумму накопленных частот. Наращивание итога продолжается до получения накопленной суммы частот, превышающей половину. В задаче сумма частот составила 400, а ее половина – 200. Накопленная сумма частот ряда получилась 240. Варианта, соответствующая этой сумме, т. е. 8 лет, и есть медиана ряда. Иначе говоря, половина рабочих имеют стаж менее 8 лет, а другая половина – более 8 лет.

Задача № 9. По данным задачи №7 определить медиану себестоимости единицы продукции.

Решение:

В этом примере медиана будет находиться в интервале от 28 до 31 у. е. Этой варианте будет соответствовать сумма накопленных частот, равная 17 (17>15), а сумма частот равна 30. Следовательно, медиана будет определяться по формуле:

$$M_e = x_{me} + i \cdot \frac{1/2\sum f - S_{me-1}}{f_{me}} = 28 + 4 \cdot \frac{15-10}{7} \approx 31\, у.е.$$

Литература: 2, с. 27-35.

Тема №5 Показатели вариации.

Для характеристики совокупностей и исчисленных средних величин важно знать, какая вариация изучаемого признака скрывается за средней, т. е. насколько средняя надежна для данной совокупности или, иначе, насколько совокупность однородна.

Наиболее простым показателем вариации является размах вариации, который определяется как разность между наибольшим и наименьшим значением признака в совокупности:

$$R = x_{\max} - x_{\min}.$$

Этот показатель прост в вычислении и указывает на общие размеры вариации, но он не дает представления о степени колеблемости внутри совокупности, т. к. вычисляется на основе только двух крайних значений признака совокупности.

Чтобы определить вариацию признака единиц совокупности, надо определить отклонения каждого значения признака x от средней арифметической $\overline{x}$:

$$x_1 - \overline{x} = d_1, \quad x_2 - \overline{x} = d_2, \quad x_3 - \overline{x} = d_3 \text{ и т. д.}$$

При этом отклонения могут быть положительными или отрицательными в зависимости от значения признака. Из полученных значений отклонений необходимо исчислить среднюю арифметическую. Известно, что сумма отклонений всех значений признака от средней арифметической будет равна нулю. Для определения среднего линейного отклонения, которое часто называют средним абсолютным отклонением, необходимо взять значения отклонений по абсолютной величине без учета знака.

Таким образом, среднее линейное отклонение есть средняя арифметическая из абсолютных отклонений отдельных значений признака от общей средней:

$$\overline{d} = \frac{\sum d}{n} = \frac{\sum |x - \overline{x}|}{n}$$ - среднее линейное отклонение простое.

Если данные наблюдения представлены в виде дискретного ряда с частотами, среднее линейное отклонение определяется по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\overline{d} = \frac{\sum |x - \overline{x}| f}{\sum f}.$$

Основными обобщающими показателями вариации в статистике являются дисперсия σ^2 и среднее квадратическое отклонение σ.

Дисперсия - это среднее арифметическое квадратов отклонений каждого значения признака от общей средней. В зависимости от исходных данных дисперсия может вычисляться по средней арифметической простой или взвешенной:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \overline{x})^2}{n}$$ - дисперсия простая;

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \overline{x})^2 f}{\sum f}$$ - взвешенная.

Среднее квадратическое отклонение представляет собой корень квадратный из дисперсии:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \overline{x})^2}{n}}$$ - простое,

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum\left(x-\bar{x}\right)^2 f}{\sum f}}$$ - взвешенное.

Среднее квадратическое отклонение – это обобщающая характеристика абсолютных размеров вариации признака в совокупности. Выражается оно в тех же единицах измерениях, что и признак.

Коэффициент вариации – это отношение среднего квадратического отклонения к средней арифметической:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} 100\%$$

В отличие от среднего квадратического отклонения коэффициент вариации является величиной относительной, что очень удобно для сравнения вариаций в совокупностях, в основе которых лежат разные группировочные признаки, а также объемы этих совокупностей значительно отличаются друг от друга.

Практическое занятие № 5 предусматривает решение следующих типов задач:
1) определение абсолютных показателей вариации: размах вариации среднее линейное квадратическое отклонение, дисперсия признака;
2) расчет относительного показателя вариации.

Задача № 1. На основе интервального ряда распределения рабочих по стажу определить абсолютные и относительный показатели вариации.

Группа рабочих по стажу, лет x	Количество рабочих f	x^1	$x^1 \cdot f$	$\lvert x^1 - \bar{x}\rvert$	$\lvert x^1 - \bar{x}\rvert \cdot f$	$\left(x^1 - \bar{x}\right)^2$	$\left(x^1 - \bar{x}\right)^2 f$
6 – 10	15	8	120	6	90	36	540
10 – 14	30	12	360	2	60	4	120
14 – 18	45	16	720	2	90	4	180
18 – 22	10	20	200	6	60	36	360
Всего	100		1400		300		1200

Решение:

Расчет показателей вариации удобнее представлять в табличной форме.

Средний стаж рабочего определяется по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum x^1 f}{\sum f} = \frac{1400}{100} = 14 \text{ лет}$$

Абсолютные показатели вариации:

- размах вариации $R = x_{\max} - x_{\min}$ =22 - 6=16 лет;

= среде линейное отклонение $\overline{d} = \dfrac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f} = \dfrac{300}{100} = 3$ года;

- дисперсия $\sigma^2 = \dfrac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \dfrac{1200}{100} = 12$ лет;

среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{12} = 3{,}5 \text{ года}$$

Относительный показатель вариации:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{3{,}5}{14} \cdot 100\% = 25\%$$

Если совокупность разбита на группы по изучаемому признаку, то для такой совокупности могут быть исчислены следующие виды дисперсий: общая, групповые (частные), средняя из групповых (частных), межгрупповая.

Общая дисперсия σ^2 равна среднему квадрату отклонений значений признака x от общей средней $\bar{x}$. Она может быть определена как простая средняя или как взвешенная соответственно по формулам:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}; \qquad \sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}.$$

Общая дисперсия определяет вариацию признака за счет всех условий и причин, действующих в совокупности.

Групповая (частная)дисперсия равна среднему квадрату отклонений отдельных значений признака внутри группы от средней арифметической этой группы (групповой средней). Она может быть исчислена как простая средняя или как взвешенная соответственно по формулам:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum\left(x - \bar{x}_i\right)^2}{n}; \qquad \sigma_i^2 = \frac{\sum\left(x - \bar{x}_i\right)^2 f}{\sum f}.$$

Эта дисперсия отражает вариацию признака только за счет условий и причин, действующих внутри группы.

Средняя из групповых (частных) дисперсий – это средняя арифметическая, взвешенная из дисперсий групповых:

$$\bar{\sigma}_i^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 f}{\sum f}$$

Межгрупповая дисперсия равна среднему квадрату отклонений групповых средних $\bar{x}_i$ от общей средней $\bar{x}$:

$$\partial^2 = \frac{\sum\left(\bar{x}_i - \bar{x}\right)^2 f}{\sum f}$$

Межгрупповая дисперсия характеризует вариацию результативного признака за счет группировочного признака.

Между указанными видами дисперсий существует определенное соотношение: общая дисперсия равна сумме средней из групповых дисперсий и межгрупповой дисперсии:

$$\sigma^2 = \bar{\sigma}_i^2 + \partial^2$$

Это соотношение называют правилом сложения дисперсий. С его помощью, зная два вида дисперсий, можно определить третий:

$$\partial^2 = \sigma^2 - \bar{\sigma}_i^2; \qquad \bar{\sigma}_i^2 = \sigma^2 - \partial^2.$$

Правило сложения дисперсий используется в статистике для определения степени связи между изучаемыми признаками (см. аналитические группировки).

Первоначально определяют коэффициент детерминации η^2 :

$$\eta^2 = \frac{\partial^2}{\sigma^2}$$

Он представляет отношение межгрупповой дисперсии к общей дисперсии и показывает, какую часть общей вариации изучаемого признака (результативного) составляет вариация межгрупповая, т. е. обусловленная группировочным признаком (факториальным).

Корень из коэффициента детерминации называют эмпирическим корреляционным отношением:

$$\eta = \sqrt{\frac{\partial^2}{\sigma^2}}$$

Оно показывает тесноту связи между признаком результативным и факториальным. Корреляционное отношение может принимать значения от 0 до 1.

Расчет среднего значения признака и дисперсии можно значительно упростить, если применить способ условных моментов, который основан на свойствах средней арифметической и дисперсии.

Этим способом удобно пользоваться, когда значения признака заданы в виде интервальных рядов с равными интервалами.

В результате получим следующие формулы для определения показателей:

$$\overline{x} = A + i \cdot M_1 ,$$

где A - условное начало (обычно в качестве условного начала принимают моду, которая определяется на основе дискретного ряда);

M_i - условный момент первого порядка, который определяется:

$$M_i = \frac{\sum \left(\frac{x - A}{i} \right) f}{\sum f},$$

$$\sigma^2 = i^2 \left(M_2 - M_i^2 \right),$$

где M_2 - условный момент второго порядка, равный

$$M_2 = \frac{\sum \left(\frac{x - A}{i} \right)^2 f}{\sum f};$$

$$\sigma = i \sqrt{M_2 - M_1^2}_{\sigma}$$

Практическое занятие № 6 предусматривает решение следующих типов задач:

1) расчет дисперсий на основе правила сложения дисперсий;

2) расчет эмпирического корреляционного отношения;

3) определение среднего значения признака и дисперсии на основе способа условных моментов;
4) расчет коэффициента асимметрии.

Задача № 2. Имеются следующие данные о распределении рабочих по проценту допускаемого брака в процессе производства:

Группы рабочих по % допускаемого брака	Число рабочих	Средний % брака	Средние квадратические отклонения % брака
До 1	7	0,8	0,67
1-3	20	2,3	0,65
3-5	15	3,7	0,51
5-7	5	5,9	0,48
Свыше 7	3	7,8	0,82

Определить общую дисперсию допускаемого рабочими брака, используя правило сложения дисперсий.

Решение:

$$\sigma^2 = \overline{\sigma_i^2} + \partial^2$$

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i f}{\sum f} = \frac{0{,}8 \cdot 7 + 2{,}3 \cdot 20 + 3{,}7 \cdot 15 + 5{,}9 \cdot 5 + 7{,}8 \cdot 3}{50} = 3{,}2\%$$

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{0.67^2 \cdot 7 + 0{,}65^2 \cdot 20 + 0{,}51^2 \cdot 15 + 0{,}48^2 \cdot 5 + 0{,}82^2 \cdot 3}{50} =$$

$$\frac{3{,}14 + 8{,}45 + 3{,}9 + 1{,}15 + 2{,}02}{50} = \frac{18{,}66}{50} = 0{,}37\%$$

$$\partial^2 = \frac{\sum \left(\bar{x}_i - \bar{x}\right)^2 f}{\sum f} = \frac{(0{,}8 - 3{,}2)^2 \cdot 7 + (2{,}3 - 3{,}2)^2 \cdot 20 + (3{,}7 - 3{,}2)^2 \cdot 15 +}{}$$

$$\frac{(5{,}9 - 3{,}2)^2 \cdot 5 + (7{,}8 - 3{,}2)^2 \cdot 3}{50} = \frac{163{,}95}{50} = 3{,}28\%$$

$$\sigma^2 = 0{,}37 + 3{,}28 = 3{,}65\%$$

Задача № 3. Результаты сдачи экзамена студентами дневного и заочного обучения следующие:

Форма обучения	Удельный вес студентов, %	Средний балл на экзамене
Дневная	75	4,3
Заочная	25	3,9

Общая дисперсия успеваемости равна 0,05. Оределить степень тесноты связи между признаками.

Решение:

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i f}{\sum f} = \frac{4{,}3 \cdot 75 + 3{,}9 \cdot 25}{100} = \frac{420}{100} = 4{,}2$$

$$\partial^2 = \frac{\sum \left(\bar{x}_i - \bar{x}\right)^2 f}{\sum f} = \frac{(4{,}3 - 4{,}2)^2 \cdot 75 + (3{,}9 - 4{,}2)^2 \cdot 25}{100} = 0{,}03$$

$$\eta = \sqrt{\eta^2} = \sqrt{\frac{\partial^2}{\sigma^2}} = \sqrt{\frac{0{,}03}{0{,}05}} = \sqrt{0{,}6} = 0{,}77$$

Таким образом, можно сказать, что связь между формой обучения и средним баллом на экзамене тесная. Вариация среднего балла на 60% обусловлена формой обучения.

Задача № 4. На основе интервального ряда распределения электроламп по времени горения определить среднее время горения и среднее квадратическое отклонение времени горения электролампы, используя способ условных моментов:

Группы ламп по времени горения, час	Число ламп f	x^1	$x^1 - A$	$\frac{x^1 - A}{i}$	$\left(\frac{x^1 - A}{i}\right) f$	$\left(\frac{x^1 - A}{i}\right)^2$	$\left(\frac{x^1 - A}{i}\right)^2 f$
800-1000	20	900	-400	-2	-40	4	80
1000-1200	80	1100	-200	-1	-80	1	80
1200-1400	160	1300	0	0	0	0	0
1400-1600	90	1500	200	1	90	1	9-
1600-1800	40	1700	400	2	80	4	160
1800-2000	10	1900	600	3	30	9	90

Итого	400				80		500

В качестве условного начала А принимаем варианту наиболее часто встречающуюся в совокупности, т. е. А=1300

$$\overline{x} = A + i \cdot M_1 = 1300 = 200\ \frac{80}{400} = 2340 \text{ час.}$$

$$\sigma^2 = i^2 \left(M_2 - M_i^2\right)$$

$$\sigma = i\sqrt{M_2 - M_1^2}_{\sigma} = 200\ \sqrt{\frac{500}{400} - \left(\frac{80}{400}\right)^2} =$$

$$= 200\sqrt{1{,}25 - 0{,}04} = 200 \cdot 1{,}1 = 220 \text{ час.}$$

Задача № 5. Используя исходные данные предыдущей задачи, определить коэффициент асимметрии:

$$K_A = \frac{\overline{x} - M_0}{\sigma} = \frac{1340 - 1300}{220} = 0{,}18$$

Таким образом, в данном ряду имеется незначительная правосторонняя асимметрия.

Литература: 2, с. 36 – 44.

Практическое занятие № 7.

На этом практическом занятии проводится контрольная работа, цель которой проверить усвоение теоретического материала и проявить практические навыки при решении типовых задач по темам, рассмотренным выше.

Контрольная работа проводится в письменном виде и включает два теоретических вопроса и две задачи. Оценивается в баллах: правильно решенная задача – 3 балл, правильный ответ на теоретический вопрос – 2 балла. Максимальное количество баллов – 10, минимальное – 6 баллов.

Литература: 2, с. 7-55

Тема №6. Индексы.

Среди обобщающих статистических показателей одно из важных мест принадлежит индексам, т. е. относительным показателям сравнения общественных явлений во времени, в пространстве или в сопоставлении с планом. По форме выражения индекс представляет относительную величину, Но, если всякий индекс является относительной величиной, то не всякую относительную величину можно назвать индексом. Различие состоит в следующем: относительная величина характеризует изменение какого-либо единичного явления или такого массового явления, отдельные элементы которого можно суммировать; индекс же характеризует относительное изменение какого-либо сложного явления, состоящего из качественно однородных, но не поддающихся суммированию элементов.

Кроме того, отдельные виды относительных величин могут выражать соотношение как одноименных, так и разноименных явлений. Индекс же всегда характеризует соотношение только одноименных явлений, от которых он и получает свое название: индекс продукции, индекс себестоимости, индекс цены и т.д.

Таким образом, под индексом в статистике понимают количественный показатель соотношения во времени, пространстве или в сравнении с планом массовых общественных явлений, состоящих из качественно однородных но непосредственно неподдающихся суммированию элементов.

Индексы можно разделить на следующие группы.

I. В зависимости от объекта исследования различают:

1) индексы количественных показателей (индексы физического объема продукции, розничного товарооборота, потребления и т. д.). Во всех этих индексах количества оцениваются в одинаковых, неизменных ценах, обычно взятых из базисного периода;

2) индексы качественных показателей (индексы цен, себестоимости, трудоемкости, средней заработной платы и т. д.). Все эти индексы вычисляются на базе одинаковых, неизменных количеств продукции, обычно взятых из отчетного периода. В эту группу входят показатели, которые рассчитывают вторичным способом.

II. С точки зрения охвата элементов совокупности индексы подразделяются на:

1) индивидуальные;
2) групповые;
3) общие.

Индивидуальные индексы дают сравнительную характеристику отдельных элементов совокупности. Общие индексы характеризуют изменения всей совокупности в целом. Если индексы характеризуют не всю совокупность, а отдельные ее группы, то они называются групповыми.

III. В зависимости от методологии расчета общие и групповые индексы подразделяются на:

1) агрегатные;

2) средние из индивидуальных.

Агрегатные индексы показывают изменение сложного явления и являются основной формой экономических индексов, а средние из индивидуальных индексов – производными, которые получаются в результате преобразования агрегатных индексов.

IV. В зависимости от базы сравнения различают:

1) цепные индексы;

2) базисные индексы

Цепные индексы исчисляют путем сопоставления величины признака в каждом периоде с величиной в предшествующем периоде (база сравнения меняется). Базисные индексы определяются путем сопоставления величины признака в каждом периоде с его величиной, взятой из базисного периода (база сравнения остается постоянной).

За базу сравнения обычно принимают начальный период.

Усвоив классификацию индексов, **на практическом занятии №8** решаются следующие типовые задачи:

1) расчет индивидуальных индексов независимо от объекта исследования;

2) расчет агрегатных индексов количественных показателей и их преобразование в средние из индивидуальных;

3) расчет агрегатных индексов количественных показателей и их преобразование в средние из индивидуальных.

Задача № 1. Имеются следующие данные о выпуске различных видов продукции и ее цене.

Виды продукции	Количество прод., тыс. шт.		Цена продукции, у.е.	
	I кв.	II кв.	I кв.	II кв.
A B C	7,4 12,8 28	7,2 13,0 28,4	50 30 76	52 29 75
	q_0	q_1	p_0	p_1

Определить: 1) изменение выпуска продукции каждого вида;

2) изменение цены продукции каждого вида;

3) изменение продукции и цены в целом по предприятию.

Решение:

Индивидуальные индексы:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} \qquad\qquad i_P = \frac{p_1}{p_0}$$

$$i^A = \frac{7,2}{7,4} = 0,973 \qquad\qquad i^A = \frac{52}{50} = 1,04$$

$$i^B = \frac{13,0}{12,8} = 1,016 \qquad\qquad i^B = \frac{29}{30} = 0,967$$

$$i^C = \frac{28,4}{28} = 1,014 \qquad\qquad i^C = \frac{75}{76} = 0,987$$

Общие индексы (агрегатные)

$$I_q = \frac{\sum q_1 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0} = \frac{7.2 \cdot 50 + 13 \cdot 30 + 28,4 \cdot 76}{7,4 \cdot 50 + 12,8 \cdot 30 + 28 \cdot 76} = \frac{360 + 390 + 2158,4}{370 + 384 + 2128} = \frac{2908,4}{2882} = 1,009$$

$$I_p = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1} = \frac{52 \cdot 7,2 + 29 \cdot 13 + 75 \cdot 28,4}{50 \cdot 7,2 + 30 \cdot 13 + 76 \cdot 28,4} = \frac{2881,4}{2908,4} = 0,991$$

Задача № 2. Определить общий индекс физического объема товарооборота в отчетном году при условии, что товарооборот в прошлом году составил: в 1-ой секции – 80 тыс. у. е. , во 2-ой – 60 тыс. у. е. и в 3-ей – 100 тыс. у. е. , а прирост физического объема товарооборота по секциям составил соответственно 8%, 5% и 4%.

Исходные данные можно представить в следующей таблице.

Секции	Товарооборот прошлого года, тыс. у. е.	Изменение физического объема, %
№ 1	80	+8
№ 2	60	+5
№ 3	100	+4

Решение:

Изменение физического объема товарооборота можно представить в каждой секции с помощью индивидуальных индексов:

$i_2 = 1,08$; $\quad i_2 = 1,05$; $\quad i_3 = 1,04$.

Изменение физического объема товарооборота всего магазина в целом можно определить с помощью общего агрегатного индекса:

$$I_q = \frac{\sum q_1 \cdot p_0}{\sum q_0\, p_0} = \frac{\sum i p_0 \cdot q_0}{\sum q_0\, p_0} = \frac{1{,}08 \cdot 80 + 1{,}05 \cdot 60 + 1{,}04 \cdot 100}{80 + 60 + 100} = \frac{253{,}4}{240} = 1{,}056$$

Таким образом, преобразовав агрегатный индекс продукции в средний арифметический, взвешенный из индивидуальных, получим, что объем физического товарооборота магазина увеличился на 5,6%

Задача № 3. Имеются следующие данные об изменении себестоимости по отдельным видам продукции и о сумме затрат на производство в отчетном году:

Виды продукции	Сумма затрат в отчетном году, тыс. у. е.	Изменение себестоимости, %
А	155	+2
В	102	-1,5
С	20,8	+2,5

$$q_1\, z_1$$

Определить изменение себестоимость продукции в целом по предприятию.

Решение:

Изменение себестоимости продукции каждого вида можно представить в виде индивидуального индекса:

$$i_A = \frac{z_1}{z_0} = 1{,}02; \qquad i_B = 0{,}985; \qquad i_C = 1{,}025.$$

Изменение себестоимости продукции в целом по предприятию можно представить с помощью общего агрегатного индекса:

$$I_z = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum z_0\, q_1} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum \frac{z_1}{i} q_1} = \frac{155 + 102 + 208}{\frac{155}{1{,}02} + \frac{102}{0{,}985} + \frac{208}{1{,}025}} = \frac{465}{458{,}3} = 1{,}015$$

Итак, преобразовав агрегатный индекс себестоимости в средний гармонический взвешенный из индивидуальных, получим, что себестоимость в целом увеличилась на 1,5%.

Практическое занятие №9 по данной теме предусматривает решение следующих типовых задач:

1) расчет индексов переменного и фиксированного состава;

2) определение взаимосвязи цепных и базисных индексов;

3) определение взаимосвязи индексов с целью выявления влияния факторов (в процентах и в абсолютном выражении) на тот или иной показатель.

Задача № 4. Имеются следующие данные о производстве изделий А двумя заводами отрасли:

Заводы	Произведено изделий, тыс. шт.		Себестоимость изделия, у. е.	
	I кв.	II кв.	I кв.	II кв.
1	15,0	25	58	55
2	35,0	25	62	60
Всего	50	50	-	-

Определить среднюю себестоимость изделия по двум заводам в целом, а также определить влияние на нее изменение структуры производимой продукции и себестоимости продукции каждого завода.

Решение:

$$I_{\bar{z}}^{пер} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_0} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 \cdot q_0}{\sum q_0} = \frac{55 \cdot 25 + 65 \cdot 25}{25 + 25} : \frac{58 \cdot 15 + 62 \cdot 35}{15 + 35} = \frac{57{,}5}{60{,}8} = 0{,}945$$

$$I_{z}^{фикс} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum z_0 \, q_1} = \frac{55 \cdot 25 + 60 \cdot 25}{58 \cdot 25 + 62 \cdot 25} = \frac{2875}{3000} = 0{,}958$$

$$I_{\bar{z}}^{пер} = I_{z}^{фикс} \cdot K\,, \qquad K = \frac{I_{\bar{z}}^{пер}}{I_{z}^{фикс}} = \frac{0{,}945}{0{,}958} = 0{,}987$$

Таким образом, средняя себестоимость изделия снизилась на 5,5%, причем это снижение вызвано снижением себестоимости по каждому заводу (-4,2%) и изменением структуры производимой продукции (-1,3%).

Задача № 5. Объем перевозок пассажиров авиакомпании во втором квартале по сравнению с первым увеличился на 3,5%, в третьем по сравнению со вторым увеличился на 8%, а в четвертом квартале по сравнению с третьим снизился на 6%. Определить, как изменился объем перевозок в четвертом квартале по сравнению с первым.

Решение:

$$i_{II/I} = \frac{100+3,5}{100} = 1,035; \qquad i_{III/II} = \frac{100+8}{100} = 1,08; \qquad i_{IV/III} = \frac{100-6}{100} = 0,94$$

$$i_{IV/I} = i_{II/I} \cdot i_{III/II} \cdot i_{IV/III} = 1,035 \cdot 1,08 \cdot 0,94 = 1,051$$

Таким образом, объем перевозок в четвертом квартале по сравнению с первым увеличился на 5,1%.

Задача № 6. Имеются следующие данные по одному из машиностроительных заводов:

Наименование изделий	Произведено изделий, тыс. шт.		Себестоимость изделия, тыс. у. е.	
	баз. год	отчетный	баз. год	отчетный
РС-8 ЭК-6	4,8 13	5,2 13,5	7,0 11,0	7,2 10,8
	q_0	q_1	z_0	z_1

Определить изменения затрат в целом по заводу (в % % и в стоимостном выражении) и выявить влияние факторов: объема продукции и ее себестоимости.

Решение:

$$I_{qz} = I_q\, I_z$$

$$I_{qz} = \frac{\sum q_1 \cdot z_1}{\sum q_0\, z_0} = \frac{5,2 \cdot 7,2 + 13,5 \cdot 10,8}{4,8 \cdot 7,0 + 13 \cdot 11} = \frac{183,24}{176,6} = 1,037 \;\; (+\,3,7\,\%)$$

$$\Delta_{qz} = \sum q_1 z_1 - \sum q_0 z_0 = 183{,}24 - 176{,}6 = 6{,}64 \text{ тыс. у. е.}$$

$$I_q = \frac{\sum q_1 \cdot z_0}{\sum q_0 z_0} = \frac{5{,}2 \cdot 7 + 13{,}5 \cdot 11}{4{,}8 \cdot 7{,}0 + 13 \cdot 11} = \frac{184{,}9}{176{,}6} = 1{,}047 \quad (+4{,}7\ \%)$$

$$\Delta_{qz}^{q} = 184{,}9 - 176{,}6 = 8{,}3 \quad \text{тыс. у. е.}$$

$$I_z = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum z_0 q_1} = \frac{183{,}24}{184{,}9} = 0{,}99 \quad (\text{-}1\ \%)$$

$$\Delta_{qz}^{z} = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_1 = 183{,}24 - 184{,}9 = -1{,}66 \quad \text{тыс. у. е.}$$

Таким образом, затраты увеличились на 3,7%, причем это увеличение было получено за счет роста продукции на 4,7% и снижения себестоимости продукции на 1%.

Литература: 2, с. 44-55.

Тема 7. Статистическое изучение связи между признаками

По характеру зависимости между факториальными и результативными признаками связи делятся на функциональные (полные) и статистические (вероятностные, неполные).

Статистическая связь называется корреляционной, если при изменении значений факториального признака меняется средняя величина результативного признака. Уравнение, характеризующее изменение средней величины результативного признака в зависимости от изменений значений факториального признака, называется уравнением корреляционной связи или уравнением регрессии. Корреляционный анализ предназначен для изучения степени тесноты связи между признаками, а регрессионный анализ – для нахождения уравнения корреляционной связи.

Корреляционные связи бывают линейные и криволинейные. Под линейной корреляционной связью понимают такую связь, при которой с возрастанием одного признака происходит непрерывное возрастание или убывание другого признака в среднем на постоянную величину. Эта связь описывается уравнением прямой.

Применяют несколько методов определения формы связи:

1) метод параллельных рядов или параллельного сопоставления;
2) графический метод;
3) метод группировки и определение средних по группам.

Общий вид корреляционного уравнения прямой регрессии, т.е. уравнения прямолинейной корреляционной связи, выглядит следующим образом:

$$y = a + bx;$$

где x, y - индивидуальные значения соответственно факториального и результативного признаков;

a, b - параметры уравнения связи.

Эти параметры определяются с помощью метода наименьших квадратов. Подставив их значения в уравнение связи, найдем количественную характеристику связи между результативным и факториальным признаками.

Степень тесноты связи можно измерить с помощью следующих показателей:

1) в случае линейной формы связи применяется линейный коэффициент корреляции τ или корреляционное эмпирическое отношение:

$$\tau = \frac{\Sigma xy - \frac{\Sigma x \cdot \Sigma y}{n}}{\sqrt{\left(\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}\right) \cdot \left(\Sigma y^2 - \frac{(\Sigma y)^2}{n}\right)}};$$

$$-1 < \tau < 1; \qquad 0 < \eta < 1;$$

2) в случае криволинейной связи рассчитывают лишь η.

Оценка существенности коэффициента корреляции определяется на основании критерия его надежности t, который рассчитывается по формуле:

$$t = \frac{|\tau| \cdot \sqrt{n-1}}{1-\tau^2};$$

где n - объем совокупности.

В математической статистике доказано, что если критерий надежности численно больше, чем величина 2,56, то связь между признаками существенная, т.е. факториальный признак оказывает существенное влияние на результативный признак. Если t < 2,56, то связь между признаками несущественная, т.е. факториальный признак не оказывает существенного влияния на признак результативный.

Практическое занятие № 10 предусматривает решение следующих типов задач по регрессионному и корреляционному анализу:

1. расчет параметров уравнения прямой на основе индивидуальных данных;
2. расчет коэффициента парной корреляции;
3. определение существенности связи с помощью критерия надежности.

Задача № 1.

На основе представленных данных определить:

1) форму связи между признаками;
2) параметры уравнения связи;
3) степень тесноты связи между признаками и ее существенность.

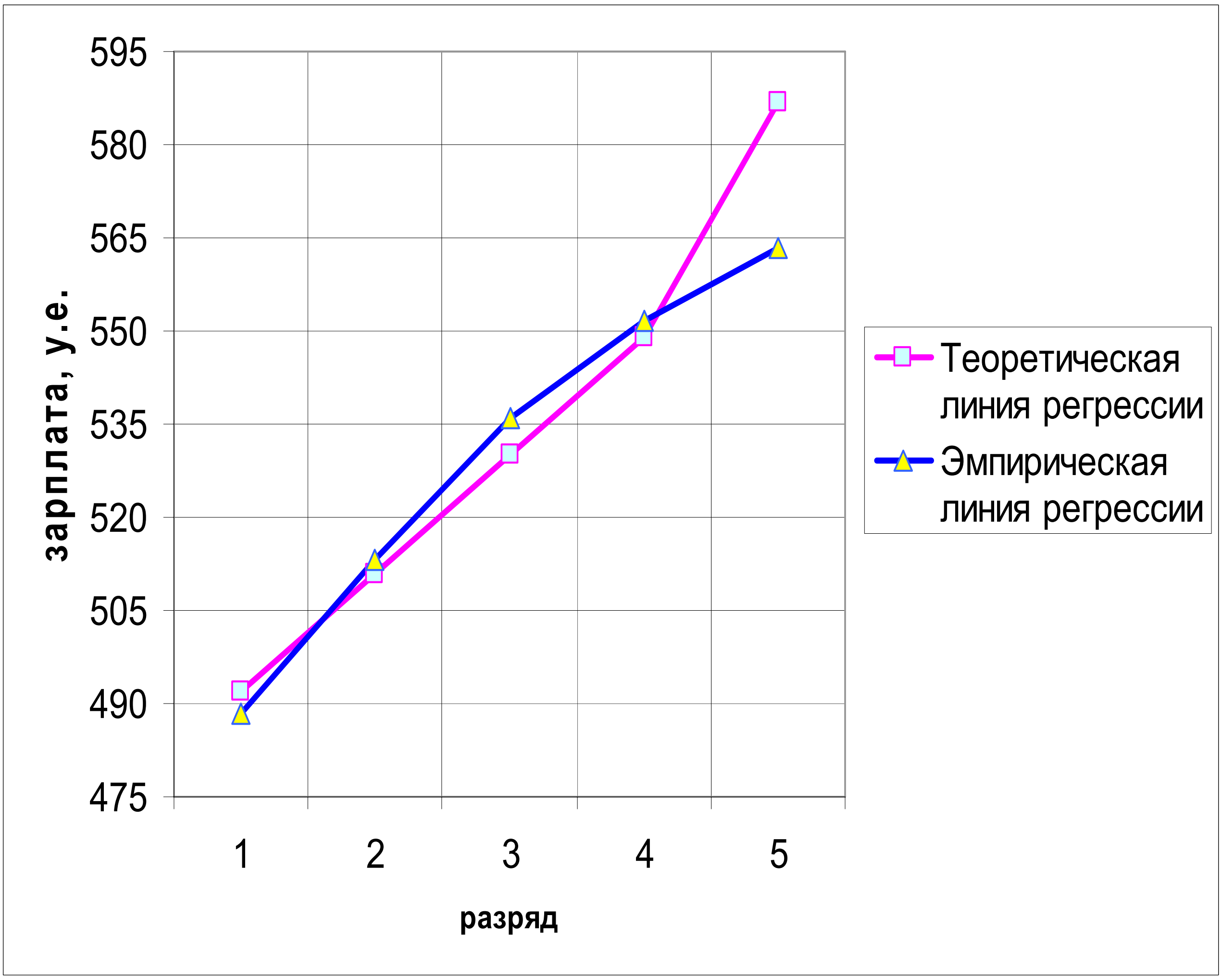
Разряд рабочего	Заработная плата, у.е.	Разряд рабочего	Заработная плата, у.е.
4	539	1	490
1	487	3	536
2	507	4	554
2	519	5	574
5	553	4	562

Решение:

1. Для определения формы связи можно использовать графический метод. В качестве факториального признака («x») выступает разряд рабочего, в качестве результативного («y») – заработная плата.

Сущность графического метода заключается в построении поля корреляции.

Более наглядно можно изобразить связь с помощью метода группировок и расчета средних по группам. В результате этого метода можно построить эмпирическую линию регрессии.



Как видно из графика с увеличением факториального признака результативный тоже увеличивается. Следовательно, связь между разрядом и заработной платой линейная прямая.

2. Определение параметров уравнения связи.

Уравнение прямой: $\bar{y}_x = a + bx$

Параметры уравнения определяются с использованием метода наименьших квадратов, в результате которого получаем систему двух уравнений:

$$\begin{cases} \sum y = a \cdot n + b\sum x \\ \sum xy = a \cdot \sum x + b\sum x^2 \end{cases}$$

Составим вспомогательную таблицу для расчета параметров уравнения связи.

x	y	$x \cdot y$	x^2	y^2
1	487	487	1	237169
1	490	490	1	240100
2	507	1014	4	257049
2	519	1038	4	269361
3	536	1608	9	287296
4	539	2156	16	290521
4	554	2216	16	306916
4	562	2248	16	315844
5	553	2765	25	305809
5	574	2870	25	329476
$\sum$ 31	$\sum$ 5321	$\sum$ 16892	$\sum$ 117	$\sum$ 2839536

$$\begin{cases} 5321 = 10a + 31b \\ 16892 = 31a + 117b \end{cases}$$

$$a = \frac{5321 - 31b}{10}$$

$$16892 = 31 \cdot \frac{5321 - 31b}{10} + 117b$$

$$16892 = 16495{,}1 - 96{,}1b + 117b$$

$$398{,}9 = 20{,}9b$$

$$b = 19$$

$$a = \frac{5321 - 31 \cdot 19}{10} = 473$$

Следовательно, уравнение связи будет следующим:

$$\bar{y} = 473 + 19x$$

Построим теоретическую линию регрессии, подставив в уравнение максимальное и минимальное значения факториального признака:

$$\bar{y}_1 = 473 + 19 \cdot 1 = 492$$

$$\bar{y}_2 = 473 + 19 \cdot 5 = 587$$

3. Определение степени тесноты связи между признаками:

$$\tau = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \cdot \sum y}{n}}{\sqrt{\left(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}\right) \cdot \left(\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}\right)}} =$$

$$= \frac{16892 - \frac{31 \cdot 5321}{10}}{\sqrt{\left(117 - \frac{(31)^2}{10}\right) \cdot \left(2839536 - \frac{(5321)^2}{10}\right)}} = \frac{396{,}9}{\sqrt{20{,}9 \cdot 8231{,}9}} = \frac{396{,}9}{414{,}8} = 0{,}96$$

Оценка существенности связи:

$$t = \frac{|\tau| \cdot \sqrt{n-1}}{1-\tau^2} = \frac{0{,}96 \cdot \sqrt{10-1}}{1-(0{,}95)^2} = \frac{2{,}88}{0{,}0975} = 29{,}5$$

Таким образом, связь между зарплатой и разрядом прямая и очень тесная. Разряд оказывает существенное влияние на изменение заработной платы.

Литература: 2, с. 55 - 62.

На **практическом занятии № 11** проводится контрольная работа, цель которой проверить усвоение теоретического материала и проявить практические навыки при решении задач по темам «Индексы» и «Статистическое изучение связи».

Литература: 2, с.44-62.

Тема 8. Показатели выборочного наблюдения.

При статистическом исследовании экономических явлений часто производится наблюдение не всех единиц совокупности (генеральная совокупность N), а лишь их части и по этой части (выборочная совокупность n) судят о всей совокупности в целом. Это возможно при образовании выборочной совокупности в условии стохастического (вероятностного) процесса. Отбор единиц из генеральной совокупности производится таким образом, чтобы выборочная совокупность была представительна (репрезентативна) и правильно характеризовала генеральную совокупность. Однако, полной репрезентативности выборки достичь не удается вследствие несоответствия состава выборочной совокупности составу генеральной совокупности. Поэтому необходима оценка надежности результатов выборки и возможности их распространения на генеральную совокупность. Надежность результатов выборки проверяется расчетом случайной ошибки выборки или ошибки репрезентативности (предельной ошибки Δ).

Выборочная совокупность формируется по количественному признаку и по альтернативному, который измеряется в виде доли (относительной величины).

Таким образом, задача выборочного наблюдения заключается в том, чтобы на основе выборочной средней дать представление о средней в генеральной совокупности:

$$\overline{x} = \widetilde{x} \pm \Delta_x;$$

$$\overline{p} = \widetilde{p} \pm \Delta_p;$$

где $\overline{x}; \widetilde{x}$ - среднее значение количественного признака соответственно в генеральной и выборочной совокупностях;

$\overline{p}; \widetilde{p}$ - среднее значение альтернативного признака соответственно в генеральной и выборочной совокупностях;

$\Delta_x; \Delta_p$ - предельная ошибка выборки соответственно количественного и альтернативного признаков.

Выборку можно организовать таким образом, что ошибка может быть минимальной. Она зависит от объема выборочной совокупности, способа отбора единиц и вариации признака внутри совокупности.

Пользуясь положениями теории вероятности можно определить ее предельную величину:

$$\Delta_x = t \cdot \mu_x ; \qquad \Delta_p = t \cdot \mu_p ,$$

где t - коэффициент кратности ошибки (коэффициент доверия), зависящий от вероятности, с которой можно гарантировать, что предельная ошибка не превысит t - кратную среднюю ошибку;

μ_x, μ_p - средняя ошибка выборки.

Предельная ошибка выборки для повторного отбора единиц определяется следующим образом:

$$\Delta_x = t \cdot \mu_x = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n}} ; \qquad \Delta_p = t \cdot \mu_p = t \cdot \sqrt{\frac{\tilde{p}(1-\tilde{p})}{n}} .$$

Для бесповторного отбора:

$$\Delta_x = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n}(1-\frac{n}{N})} ; \qquad \Delta_p = t \cdot \sqrt{\frac{\tilde{p}(1-\tilde{p})}{n}(1-\frac{n}{N})} .$$

Практическое занятие № 12 предусматривает решение следующих типов задач:

1. определение предельной ошибки выборки;
2. определение пределов, в которых будет находиться средняя в генеральной совокупности;
3. определение необходимой численности выборки при повторном и бесповторном отборах;
4. определен6ие вероятности, с которой можно гарантировать получение тех или иных характеристик выборочного наблюдения.

Задача №1. На заводе с числом рабочих 1000 чел. было проведено 5%-ное выборочное обследование возраста рабочих методом случайного бесповторного отбора. В результате обследования получены следующие данные:

Возраст рабочих, лет	До 30	30-40	40-50	50-60	60 и более
Число рабочих	8	22	10	6	4

С вероятностью 0,997 определить пределы, в которых находится средний возраст рабочих завода.

Решение :

$$\overline{x} = \tilde{x} \pm \Delta_x$$

Преобразовав интервальный ряд в дискретный, получим

$$\tilde{x} = \frac{\sum x^1 f}{\sum f} = \frac{25 \cdot 8 + 35 \cdot 22 + 45 \cdot 10 + 55 \cdot 6 + 65 \cdot 4}{50} \approx 40 \text{ лет.}$$

$$\Delta_x = t \cdot \mu_x = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum \left(x^1 - \tilde{x}\right)^2 \cdot f}{\sum f} = \frac{(25-40)^2 \cdot 8 + (35-40)^2 \cdot 22 + (45-40)^2 \cdot 10 +}{50}$$

$$+ \frac{(55-40)^2 \cdot 6 + (65-40)^2 \cdot 4}{} = 129 \text{ лет.}$$

$$\Delta_x = 3\sqrt{\frac{129}{50}(1 - 0{,}05)} = 4{,}5 \text{ лет.}$$

$$40 - 4{,}5 \le \overline{x} \le 40 + 4{,}5$$

$$35{,}5 \le \overline{x} \le 44{,}5$$

Задача №2. При обследовании 100 образцов изделий, отобранных из партии в случайном порядке, оказалось 20 изделий нестандартных. С вероятностью 0,954 определить пределы, в которых находится объем нестандартной продукции во всей партии.

Решение:

Генеральная доля равна: $\overline{p} = \tilde{p} \pm \Delta_p$

Чтобы определить границы генеральной доли, необходимо определить выборочную долю и ошибку выборочной доли.

Рассчитываем долю нестандартной продукции в выборочной совокупности:

$$\tilde{p} = \frac{n_1}{n} = \frac{20}{100} = 0,2$$

Предельная ошибка выборочной доли с вероятностью 0,954 составит:

$$\Delta_p = t\sqrt{\frac{\tilde{p}(1-\tilde{p})}{n}} = 2\sqrt{\frac{0,2(1-0,2)}{100}} = 0,08$$

Следовательно, $0,2 - 0,08 \le \overline{p} \le 0,2 + 0,08$

$$12\% \le \overline{p} \le 28\%$$

Задача №3. На заводе, где работает 10000 рабочих, необходимо установить их средний стаж работы методом случайного бесповторного отбора. Предварительным обследованием установлено, что среднее квадратическое отклонение стажа рабочих равно 5 годам. Определить необходимую численность выборки при условии, что с вероятностью 0,997 ошибка выборки не превысит 1,0 года.

Решение:

$$\Delta_x = t \cdot \mu_x = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}, \text{ следовательно}$$

$$n = \frac{\sigma_x^2 \cdot t^2 \cdot N}{N \cdot \Delta_x^2 + \sigma_x^2 \cdot t^2} = \frac{25 \cdot 9 \cdot 10000}{1 \cdot 10000 + 25 \cdot 9} = 220 \text{ чел.}$$

Задача № 4. По городской телефонной сети в порядке случайной выборки произвели 100 наблюдений и установили среднюю продолжительность одного телефонного разговора равную 5 мин. при среднем квадратическом отклонении 2 мин. Какова вероятность того, что ошибка репрезентативности при определении продолжительности разговора не превышает 0,3 мин.?

Решение:

$$\Delta_x = t \cdot \mu_x = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n}};$$

$$t = \frac{\Delta_x}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} = \frac{0,3}{\sqrt{\frac{4}{100}}} = 1,5 \Rightarrow P = 0,866.$$

Выборочная совокупность должна быть сформирована на основе случайного отбора. Применяют следующие типы отбора:

1) простая случайная выборка или собственно случайная выборка;
2) случайная выборка с механическим отбором единиц;
3) серийная выборка (гнездовая);
4) типическая (районированная) выборка.

При типической выборке генеральная совокупность разбивается на однородные типические группы по какому-либо признаку или районы. Из каждой типической группы или района в случайном порядке отбираются единицы выборочной совокупности пропорционально численности единиц типических групп.

Объем выборки из типической группы при таком отборе определяется следующим образом:

$$n_i = n \cdot \frac{N_i}{N};$$

где n_i - объем выборки из типической группы;
N_i - объем типической группы;
n - общий объем выборки;
N - объем генеральной совокупности.

Средняя ошибка выборочной средней при бесповторном случайном и механическом способе отбора внутри типических групп рассчитывается по формуле:

$$\mu = \sqrt{\frac{\overline{\sigma}_i^2}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)};$$

где $\overline{\sigma}_i^2$ - средняя из выборочных дисперсий типических групп.

Практическое занятие № 13 предусматривает решение следующих типовых задач:

1. определение предельной ошибки типической выборки, сформированной по количественному признаку;
2. определение предельной ошибки типической выборки, сформированной по альтернативному признаку.

Задача №4. Для выявления затрат времени на обработку деталей рабочими разной квалификации на заводе была проведена 10% - ная типическая выборка пропорционально численности групп (внутри групп проведен случайный типический отбор). Результаты обследования представлены в таблице.

Группы рабочих по квалификации	Число рабочих в выборке	Средние затраты времени на обработку одной детали, мин.	Среднее квадратическое отклонение, мин.
I	60	10	1
II	120	14	4
III	80	20	2
IV	40	25	6
	300	$\tilde{x}_i$	σ_i

С вероятностью 0,954 определить пределы, в которых находятся средние затраты времени на обработку деталей рабочими всего завода.

Решение:

$$\overline{x} = \tilde{x} \pm \Delta_x$$

$$\tilde{x} - \Delta_x \leq \overline{x} \leq \tilde{x} + \Delta_x$$

$$\Delta_x = t \cdot \mu = t \cdot \sqrt{\frac{\overline{\sigma}_x^2 (1 - \frac{n}{N})}{n}}$$

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 \cdot n_i}{\sum n_i} = \frac{1^2 \cdot 60 + 4^2 \cdot 120 + 2^2 \cdot 80 + 6^2 \cdot 40}{300} = 12{,}5 \text{ мин.}$$

$$\tilde{x} = \frac{\sum \tilde{x}_i \cdot n_i}{\sum n_i} = \frac{10 \cdot 60 + 14 \cdot 120 + 20 \cdot 80 + 40}{300} = 16{,}3 \text{ мин.}$$

$$\Delta_x = 2 \cdot \sqrt{\frac{12{,}5}{300}(1 - 0{,}1)} = 0{,}4 \text{ мин.}$$

$$16{,}3 - 0{,}4 \le \overline{x} \le 16{,}3 + 0{,}4$$

$$15{,}9 \le \overline{x} \le 16{,}7$$

Литература: 2, с. 62 – 70.

Тема № 9. Ряды динамики.

Все явления общественной жизни находятся в непрерывном развитии. Изменение общественных явлений во времени статистика изучает с помощью построения и анализа временных рядов, иначе называемых рядами динамики. Ряд состоит из двух граф: в первой графе указываются периоды (или даты) времени, во второй – численная характеристика изучаемого явления в эти периоды. Показатели второй графы называются уровнями динамического ряда.

В зависимости от качественных особенностей изучаемого, а также вида исходных данных ряды динамики подразделяются на ряды из абсолютных, относительных и средних величин. При этом первоначальными являются ряды динамики из абсолютных величин, которые могут быть моментными или интервальными рядами динамики.

Отнесение ряда динамики к тому или иному виду имеет важное значение для их изучения. Выбор соответствующих приемов и способов анализа зависит от задач исследования и определяется характером исходных данных. Поэтому, приступая к анализу рядов динамики, важно правильно их классифицировать.

При изучении ряда динамики возникает необходимость получения обобщающей величины его абсолютных уровней. Для этого определяют средний уровень ряда как среднюю величину из совокупности абсолютных уровней ряда динамики за те или иные периоды времени.

В интервальном ряду динамики расчет среднего уровня производится по средней арифметической простой:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n},$$

где y - абсолютные уровни ряда;

n - число уровней.

В моментных рядах динамики с равноотстоящими датами определение среднего уровня ряда производится по формуле средней хронологической:

$$\bar{y} = \frac{{}^1\!/_2 \cdot y_0 + y_1 + \ldots + y_{n-1} + {}^1\!/_2\, y_n}{n-1}.$$

В моментных рядах динамики с неравноотстоящими датами времени расчет среднего уровня ряда определяется по средней арифметической взвешенной:

$$\bar{y} = \frac{\sum y \cdot t}{\sum t},$$

где y - уровни, сохраняющиеся без изменения в течение промежутков (интервалов) времени t.

Одним из важнейших направлений анализа рядов динамики является изучение особенностей развития явления за отдельные периоды времени.

В статистике для выявления специфики развития изучаемых за отдельные периоды времени определяют относительные и абсолютные показатели изменения уровней ряда: абсолютный прирост, коэффициент роста, темп прироста и абсолютная величина 1% прироста.

Для обобщающей характеристики рядов динамики следует рассчитывать: средний абсолютный прирост $\overline{\Delta}$, средний коэффициент роста $\overline{K}$, средний темп прироста $\overline{T}$, среднюю абсолютную величину 1% прироста $\overline{A}\%$:

$$\overline{\Delta} = \frac{y_n - y_0}{n-1} = \frac{\sum \Delta_{цепных}}{n-1}; \qquad \overline{K} = \sqrt[n-1]{K_1 \cdot K_2 \cdot \ldots \cdot K_{n-1}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}};$$

цепные

$$\overline{T} = \overline{K} \cdot 100\% - 100\%; \qquad \overline{A} = \frac{\overline{\Delta}}{\overline{T}}.$$

При анализе рядов динамики важное значение имеет выявление сезонных колебаний. Этим колебаниям свойственны более или менее устойчивые изменения уровней ряда по внутригодовым периодам: месяцам, кварталам. Для выявления сезонных колебаний обычно анализируются месячные или квартальные уровни ряда динамики за несколько лет.

Величину сезонных колебаний можно измерить с помощью следующих показателей:

1) коэффициент сезонной неравномерности:

$$K_{сез.нер.} = \frac{y_{\max}}{\overline{y}_0};$$

2) индексы сезонности:

$$Y_S = \frac{y_i}{\overline{y}_0},$$

где $\overline{y}_0$ - общий средний уровень ряда.

Практическое занятие № 14 предусматривает решение следующих типов задач:

1. рассчитать с помощью показателей динамического ряда изменения уровней ряда;

2. рассчитать средние показатели динамического ряда с целью обобщенной характеристики динамического ряда;

3. определить наличие сезонных колебаний и измерить их величину.

Задача № 1. На основе данных о перевозке пассажиров воздушным транспортом России за 2003-2007 гг. рассчитать:

- показатели динамического ряда, используя цепную и базисную систему расчетов: абсолютный прирост, коэффициент роста, темп прироста, величину 1% прироста;
- средние показатели динамического ряда: средний уровень ряда, средний абсолютный прирост, средний коэффициент роста, средний темп прироста и среднюю величину 1% прироста.

Решение:

1. Расчет показателей интервального ряда динамики можно представить в следующей таблице:

Годы	Объем перево-зок млн.чел.	Абсолютный прирост		Коэффициент роста		Темп прироста цепн. %	Величина 1% прироста, млн.чел.
		Цепной	Базисн.	Цепной	Базисн.		
2003	29,42	-	-	-	-	-	-
2004	33,78	4,36	4,36	1,148	1,148	14,8	0,294
2005	35,09	1,31	5,67	1,039	1,193	3,9	0,336
2006	38,02	2,93	8,60	1,083	1,292	8,3	0,353
2007	45,10	7,08	15,68	1,186	1,533	18,6	0,381

Расчет производился по следующим формулам:

- абсолютный прирост цепной: $\Delta = y_i - y_{i-1}$;
- абсолютный прирост базисный: $\Delta = y_i - y_0$;
- коэффициент роста:

цепной : $K = \dfrac{y_i}{y_{i-1}}$; базисный : $K = \dfrac{y_i}{y_0}$;

- темп прироста чаще всего рассчитывается по цепной базе сравнения:

$$T = K_{цепн.} \cdot 100 - 100\% ;$$

- величина 1% прироста: $A\% = \dfrac{\Delta_{цепн}}{T_{цепн}}$.

2. Расчет средних показателей динамического ряда за весь период:

Средний уровень ряда (средний годовой объем перевозок):

$$\overline{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{181{,}41}{5} = 36{,}28 \text{ млн.чел.}$$

$$\overline{\Delta} = \frac{\sum \Delta_ц}{n-1} = \frac{y_n - y_0}{n-1} = \frac{45{,}1 - 29{,}42}{5-1} = 3{,}92 \text{ млн.чел.}$$

$$\overline{K} = \sqrt[n-1]{K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdots K_{n-1}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} = \sqrt[4]{1{,}533} = 1{,}113$$

цепные

$$\overline{T} = \overline{K} \cdot 100 - 100\% = 1{,}113 \cdot 100 - 100 = 11{,}3\,\%$$

$$\overline{A}\% = \frac{\overline{\Delta}}{\overline{T}} = \frac{3{,}92}{11{,}3} = 0{,}347 \text{ млн.чел.}$$

Задача № 2. Имеются следующие данные о перевозке пассажиров по воздушной линии за отчетный год по кварталам:

Квартал	I	II	III	IV
Объем перевозок, тыс.чел.	40	58	72	43

Определить величину сезонных колебаний, используя коэффициент сезонной неравномерности и индексы сезонности.

Решение:

$$K_{сез.нер.} = \frac{y_{\max}}{\overline{y}} = \frac{72}{53{,}25} = 1{,}35$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{40+58+72+43}{4} = \frac{213}{4} = 53{,}25 \text{ тыс.чел.}$$

Индексы сезонности: $Y_S = \dfrac{y_i}{\bar{y}}$

$$Y_{S1} = \frac{40}{53{,}25} = 0{,}75; \qquad Y_{SIII} = k_{сез.нер.} = 1{,}35;$$

$$Y_{SII} = \frac{58}{53{,}25} = 1{,}09; \qquad Y_{SIV} = \frac{43}{53{,}25} = 0{,}81.$$

Важной задачей статистики при анализе рядов динамики является определение общей тенденции развития. На развитие явления во времени могут оказывать влияние различные по своему характеру и силе воздействия факторы. Одни из них оказывают более или менее постоянное воздействие и формируют в рядах динамики определенную тенденцию развития. Воздействие же других факторов может быть кратковременным.

При изучении в рядах динамики общей тенденции развития явления применяют различные методы выравнивания, основными из которых являются:

1) метод выравнивания по переменной средней;
2) метод выравнивания по скользящей средней;
3) метод аналитического выравнивания по прямой.

Ряды динамики получают в результате сводки и обработки материалов статистического наблюдения. Повторяющиеся во времени (по отчетным периодам) значения одноименных показателей в ходе статистической сводки систематизируются в хронологической последовательности. Поскольку ряды динамики охватывают отдельные обособленные периоды времени, в течение которых могут происходить изменения, вызывающие несопоставимость уровней ряда. Это делает ряды динамики непригодными для анализа. Поэтому важнейшим требованием подготовки ряда динамики для анализа является установление в соответствии с задачами исследования причин, которые вызывают несопоставимость статистических данных, и последующая обработка исходных материалов для достижения сопоставимости ряда динамики.

Наиболее характерные для ряда динамики случаи несопоставимости чаще возникают в связи с территориальными изменениями и изменениями в методиках расчета тех или иных показателей динамического ряда.

При изучении рядов динамики возникает также необходимость получения сравнительных характеристик направления и интенсивности роста одновременно развивающихся во времени явлений. Это достигается путем приведения рядов динамики к общему (единому) основанию.

По исходным уровням нескольких рядов динамики определяют относительные величины – базисные коэффициенты роста. Сопоставив базисные коэффициенты за весь рассматриваемый период, получают коэффициент опережения.

Практическое занятие № 15 предусматривает решение следующих типовых задач:

1. выравнивание рядов динамики с помощью методов переменной и скользящей средних;
2. метод аналитического выравнивания;
3. приведение рядов динамики к общему (единому) основанию.

Задача № 3. Имеются данные о выпуске продукции одним из предприятий отрасли за последние девять лет (в сопоставимых ценах, млн. руб.):

Годы	Объем продукции y	Условное обозначение времени t	t^2	$y \cdot t$	$\overline{y}_t$
1999	221	-4	16	-884	219,32
2000	235	-3	9	-705	241,24
2001	235	-3	4	-544	263,16
2002	285	-1	1	-285	285,08
2003	304	0	0	0	307
2004	320	1	1	320	328,92
2005	360	2	4	720	350,84
2006	371	3	9	1113	372,76
2007	395	4	16	1580	394,68
Итого	2763	0	60	1315	2763

Произвести выравнивание данного динамического ряда, используя:

1) метод выравнивания по переменной средней,
2) по скользящей средней,
3) метод аналитического выравнивания по прямой, сделав прогноз объема выпускаемой продукции на 2010 год.

Решение:

1. Метод выравнивания по переменной средней:

$$\bar{y}_1 = \frac{221+235+272}{3} = 243 \text{ млн.руб.}$$

$$\bar{y}_2 = \frac{285+304+320}{3} = 303 \text{ млн.руб.}$$

$$\bar{y}_3 = \frac{360+371+395}{3} = 375 \text{ млн.руб.}$$

2. Метод выравнивания по скользящей средней:

$$\bar{y}_1 = \frac{221+235+272}{3} = 243{,}7 \text{ млн.руб.}$$

$$\bar{y}_2 = \frac{235+272+285}{3} = 264 \text{ млн.руб.}$$

$$\bar{y}_3 = \frac{272+285+304}{3} = 287 \text{ млн.руб.}$$

$$\bar{y}_4 = \frac{285+304+320}{3} = 303 \text{ млн.руб.}$$

$$\bar{y}_5 = \frac{304+320+360}{3} = 328 \text{ млн.руб.}$$

$$\bar{y}_6 = \frac{320+360+371}{3} = 350 \text{ млн.руб.}$$

$$\bar{y}_7 = \frac{360+371+395}{3} = 375 \text{ млн.руб.}$$

3. Метод аналитического выравнивания по прямой: $y = f(t)$

Уравнение прямой имеет следующий вид: $y_t = a_0 + a_1 \cdot t$.

При условии, что $\sum t = 0$, исходные нормальные уравнения принимают следующий вид:

$$\begin{cases} \sum y = a_0 \cdot n \\ \sum y \cdot t = a_i \cdot \sum t^2 \end{cases}$$

Следовательно, $a_0 = \dfrac{\sum y}{n}$; $\qquad a_1 = \dfrac{\sum y \cdot t}{\sum t^2}$.

Расчет параметров уравнения связи представлен в таблице.

$$a_0 = \frac{2763}{9} = 307\,; \qquad a_1 = \frac{1315}{60} = 21{,}92\,.$$

В результате получаем следующее уравнение:

$$y_t = 307 + 21{,}92t\ .$$

Подставляя в него принятые обозначения t, вычисляют выравненные (теоретические) уровни ряда динамики, т.е. $\sum y_i = \sum \bar{t}_t$.

Прогноз объема выпускаемой продукции определим, подставив в уравнение условное обозначение 2010 года, т.е. $t_{2010} = 7$:

$$y_{2010} = 307 + 21{,}92 \cdot 7 = 460 \text{ млн.руб.}$$

Таким образом, используя метод экстраполяции (нахождение значения признака за пределами ряда динамики), был сделан прогноз на 2010 год.

Задача № 4. Имеются следующие данные о перевозке пассажиров наземными видами транспорта в регионе, тыс.чел.

В границах	2003	2004	2005	2006	2007	2008
старых	416	432	450			
новых	-	-	630	622,5	648,1	684,4

Привести ряды динамики к сопоставимому виду.

Решение:

Для приведения ряда динамики к сопоставимому виду следует для 2005г. определить коэффициент соотношения уровней двух рядов: 650: 450=1,4.

Умножая на этот коэффициент уровни первого ряда, получаем их сопоставимость с уровнями второго ряда, тыс.чел.:

2003 г. – 416х1,4=582,4;

2004 г. – 432х1,4=604,8.

Таким образом, получен сопоставимый ряд динамики перевозки пассажиров (в новых границах), тыс. чел.:

2003	2004	2005	2006	2007	2008
582,4	604,8	630	622,5	648,1	684,4

Задача № 5. Перевозки пассажиров воздушным транспортом России по внутренним и международным воздушным линиям за 2003-2007 гг. (млн.чел.) характеризуется следующими данными:

Годы	2003	2004	2005	2006	2007
МВЛ	12,31	14,90	15,88	17,26	20,86
ВВЛ	17,11	18,88	19,21	20,77	24,24

Определить какой из видов перевозок за этот период развивался быстрее.

Решение:

Для того чтобы дать сравнительную оценку объемов перевозок пассажиров по воздушным линиям, необходимо рассчитать базисные коэффициенты для двух рядов динамики:

Годы	2003	2004	2005	2006	2007
МВЛ	-	1,21	1,29	1,40	1,69
ВВЛ	-	1,10	1,12	1,21	1,42

На основе этих коэффициентов за весь период рассчитывается коэффициент опережения:

$$K_{опер.} = \frac{K^{МВЛ}}{K^{ВВЛ}} = \frac{1,69}{1,42} = 1,19 .$$

Таким образом, международные перевозки пассажиров за этот период развивались быстрее, чем перевозки на внутренних линиях на 19%.

Литература: 2, с. 71 – 83.

Список рекомендуемой литературы

1. Ефимова М.Р., Гатченко О.И. и др. Практикум по общей теории статистики. М., Финансы и статистика, 2006г.

2. Степанова Н.И. Статистика. Часть 1: конспект лекций. – М., МГТУГА, 2006г.

3. Степанова Н.И. Сборник задач по дисциплине «Статистика». М., МГТУГА, 2001г.