

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНАЯ АВИАЦИОННАЯ СЛУЖБА МОСКОВСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ
АВИАЦИИ

Д.Н. Яманов

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И ТЕХНИКА СВЕРХВЫСОКИХ
ЧАСТОТ

Москва - 1997

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНАЯ АВИАЦИОННАЯ СЛУЖБА МОСКОВСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ
АВИАЦИИ

Кафедра радиотехнических устройств Д.Н. Яманов

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И ТЕХНИКА СВЕРХВЫСОКИХ
ЧАСТОТ

Тексты лекций

Москва - 1997

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. А.И.Логвин
канд. техн. наук, доц. Г.В.Куликов

Яманов Д.Н.

Электродинамика и техника сверхвысоких частот: Тексты лекций. Часть 2. "Основы электродинамики".- М.: МГТУ ГА, 1997-107 с.: Ил.51, табл.5, список лит.: 3 назв.

Данные тексты лекций издаются в соответствии с учебным планом для студентов II и III курсов специальности 20.13 всех форм обучения.

Рассмотрены и одобрены на заседаниях кафедры 29.04.97 и редакционно-издательского совета факультета радиоэлектронного оборудования и вычислительной техники 13.05.97.

1. ПЛОСКИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

1.1. Плоская однородная волна и ее параметры

Плоские волны существуют в однородных безграничных средах. Они не могут быть созданы никакими источниками, т.к. источник плоской волны должен излучать бесконечную мощность, что нереально. Однако на больших расстояниях от источника отдельный элемент сферической волны является приближенно плоским (рис.1.1). Другими словами, плоские волны являются предельным случаем сферических волн при стремлении радиуса сферы к бесконечности ($R \rightarrow \infty$).

Изучение плоских волн имеет большое значение потому, что, во-первых, теория распространения плоских волн проста и наглядна и, во-вторых, ряд закономерностей, присущих плоским волнам, можно распространить на более сложные волны.

У плоской однородной волны поле не зависит от координат плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны, т.е. при распространении волны вдоль оси Z имеем $\partial \bar{E} / \partial x = \partial \bar{E} / \partial y = \partial \bar{H} / \partial x = \partial \bar{H} / \partial y$. На рис.1.2. это отмечено тем, что все силовые линии поля \bar{E} параллельны друг другу (т.е. поле не меняется вдоль координаты x) и силовые линии расположены на одинаковом расстоянии (т.е. поле не меняется вдоль координаты y). То же самое относится и к полю \bar{H} . Векторы напряженности электрического и магнитного полей плоской волны синфазные и осциллируют вдоль взаимно перпендикулярных направлений в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. Такие волны являются поперечными.

Фронт волны представляет собой геометрическое место точек поля с одинаковой фазой: у плоской волны (рис.1.2) одной из этих поверхностей является плоскость $z = z_0$, перпендикулярная направлению распространения волны. У плоской однородной волны поверхность равных фаз и равных амплитуд совпадает.

Любой волновой процесс характеризуется длиной волны λ , коэффициентом фазы β , фазовой V_ϕ и групповой $V_{гр}$ скоростями.

Под длиной волны понимается расстояние между двумя точками поля бегущей волны, разность фаз которых равна 2π .

Фазовая скорость V_ϕ это скорость перемещения фронта волны.

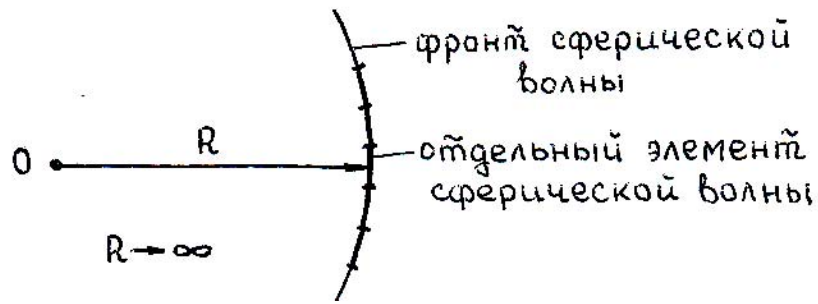


Рис.1.1. Плоские волны, как предельный случай сферических волн при стремлении радиуса сферы R , к бесконечности

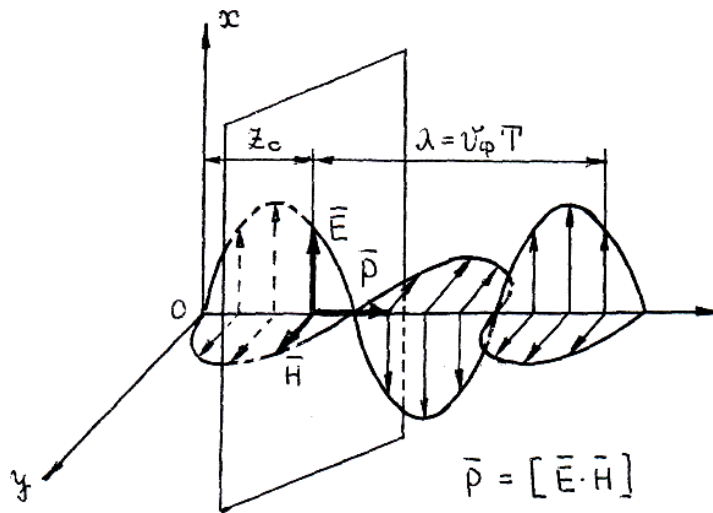


Рис.1.2. Мгновенная картина распределения напряженности электрического и магнитного полей вдоль направления распространения плоской волны. Во времени картина поля перемещается в пространстве с фазовой скоростью v_ϕ вдоль оси Z .

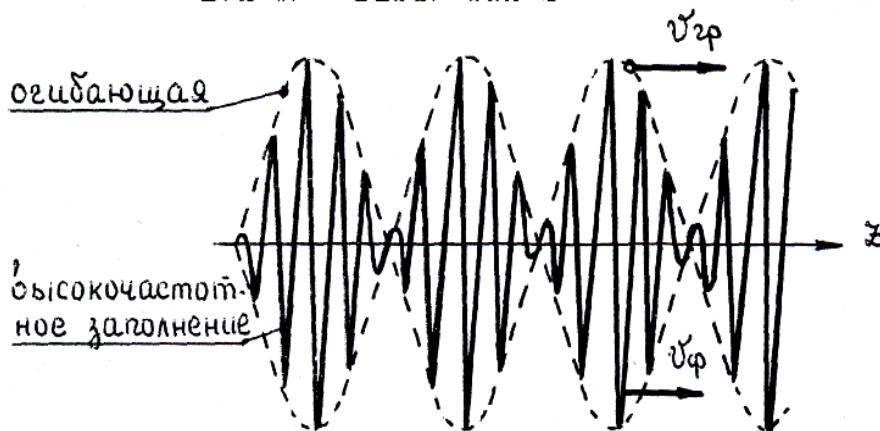


Рис.1.3. Иллюстрация волнового распространения огибающей.

Фазовая скорость может быть больше скорости света, т.к. она не представляет собой скорости переноса энергии электромагнитного поля.

Монохроматическое поле характеризуется постоянной частотой ω , фазой φ и векторными амплитудами \vec{E}_m и \vec{H}_m .

Как известно, с помощью монохроматического колебания нельзя передавать информацию. Передача информации неизбежно связана с модуляцией и спектром частот. Если волной передается сигнал, который может быть представлен при помощи спектрального разложения в виде ряда или интеграла Фурье, то его можно считать суммой близких по частоте монохроматических волн. В этом случае вводится понятие групповой скорости $V_{гр}$, как скорости перемещения огибающей группы монохроматических волн, близких между собой по частоте (рис.1.3). Групповая скорость характеризует скорость перемещения весьма узкополосного сигнала и, следовательно, скорость перемещения энергии поля такого сигнала. Отсюда следует, что групповая скорость не может быть больше скорости света. На рис.1.3 отдельные группы волн показаны пунктиром.

Коэффициент фазы β показывает набег фазы бегущей волны на единицу длины.

Рассмотренные величины, связаны между собой следующим образом:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{v_0}{f}, \quad \beta = \omega\sqrt{\epsilon_a\mu_a}; \quad (1.1)$$

$$v_{\phi} = \frac{\omega}{\beta}; \quad v_{гр} = \frac{\partial\omega}{\partial\beta};$$

где $v_0 = 1/\sqrt{\epsilon_a\mu_a} = C/\sqrt{\epsilon\mu}$ - скорость света в данной среде;

C - скорость света в вакууме;

ϵ_a - абсолютная диэлектрическая проницаемость;

μ_a - абсолютная магнитная проницаемость;

ϵ, μ - относительные проницаемости.

Электрическое и магнитное поле плоской однородной волны связаны между собой через волновое сопротивление среды

$$Z_{\text{в}} = \frac{\dot{\vec{E}}}{\dot{\vec{H}}} = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}}, \text{ Ом} \quad (1.2)$$

Для воздуха или вакуума это сопротивление равно $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ и называется волновым сопротивлением свободного пространства. С учетом того, что

$$\mu_0 = \frac{120\pi}{\text{С}} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Г}}{\text{м}} \text{ и } \epsilon_0 = \frac{1}{120\pi \cdot \text{С}} = \frac{10^{-9}}{36\pi} \frac{\text{Ф}}{\text{м}},$$

получим $Z_0 = 120\pi = 377 \text{ Ом}$.

1.2. Распространение плоских электромагнитных волн в однородном изотропном идеальном диэлектрике

Рассмотрим распространение плоских волн в однородной изотропной среде с параметрами ϵ_a , μ_a и проводимостью $\gamma = 0$ (идеальный диэлектрик).

В случае полей, изменяющихся во времени по гармоническому закону, комплексные амплитуды $\dot{\vec{E}}$ и $\dot{\vec{H}}$ удовлетворяют волновым уравнениям (уравнениям Гельмгольца) [1]:

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \dot{\vec{E}} + \dot{\kappa}^2 \dot{\vec{E}} &= 0, \\ \nabla^2 \dot{\vec{H}} + \dot{\kappa}^2 \dot{\vec{H}} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

где $\dot{\kappa} = \omega \sqrt{\dot{\epsilon}_a \dot{\mu}_a} = \beta - j\alpha$ - комплексный коэффициент распространения (у идеального диэлектрика $\alpha = 0$, следовательно $\dot{\kappa} = \beta = \omega \sqrt{\dot{\epsilon}_a \dot{\mu}_a}$;

$\beta = 2\pi/\lambda$ - коэффициент фазы (измеряют в рад/м, град/м);

α - коэффициент затухания (измеряют в 1/м=Нп/м или дБ/м,

1 Неп/м=8,686 дБ/м, Нп-непер);

∇^2 - квадрат оператора Гамильтона или оператора Лапласа.

Волновые уравнения (1.3) выведены в предположении, что среда, в которой распространяются электромагнитные волны, однородна, линейна и

изотропна. Эти уравнения записаны в общей векторной Форме и их решение можно проводить в любой системе координат. Для этого следует раскрыть оператор Лапласа ∇^2 в конкретной системе координат и представить векторные волновые уравнения системой скалярных уравнений.

Оператор Лапласа в различных координатных системах записывается следующим образом:

в декартовой системе координат

$$\nabla^2 U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}; \quad (1.4)$$

в цилиндрической системе координат

$$\nabla^2 U = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}; \quad (1.5)$$

в сферической системе координат

$$\nabla^2 U = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \Theta} \frac{\partial}{\partial \Theta} \left(\sin \Theta \frac{\partial U}{\partial \Theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \Theta} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2}; \quad (1.6)$$

где $U = U_x + U_y + U_z$.

Наиболее простой вид оператор Лапласа имеет в декартовой системе координат, что определяет простоту скалярных уравнений, соответствующих волновому уравнению.

Запишем систему скалярных уравнений для вектора $\dot{\vec{E}}$ (в декартовой системе координат):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \dot{E}_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_x}{\partial z^2} + \kappa^2 \dot{E}_x &= 0 \\ \frac{\partial^2 \dot{E}_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_y}{\partial z^2} + \kappa^2 \dot{E}_y &= 0 \\ \frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial z^2} + \kappa^2 \dot{E}_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

Система скалярных уравнений для вектора $\dot{\vec{H}}$ записывается аналогично (1.7):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \dot{H}_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}_x}{\partial z^2} + \kappa^2 \dot{H}_x &= 0 \\ \frac{\partial^2 \dot{H}_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}_y}{\partial z^2} + \kappa^2 \dot{H}_y &= 0 \\ \frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial z^2} + \kappa^2 \dot{H}_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

В этих системах налицо разделение функций, т.е. каждое скалярное уравнение содержит только одну составляющую вектора $\dot{\vec{E}}$ или $\dot{\vec{H}}$. Заметим, что такое разделение возможно только в декартовой системе координат.

Системы скалярных уравнений (1.7) и (1.8) приобретают наиболее простой вид в случае плоских волн.

Если вектор Пойнтинга плоской волны ориентирован вдоль оси z декартовой системы координат (т.е. волна распространяется вдоль указанной оси):

$$\bar{p}_{cp} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\dot{\vec{E}}_{\perp} \dot{\vec{H}}_{\perp}] = \bar{p}_{cpz} \quad (1.9)$$

можно утверждать, что он должен быть создан составляющими поля в плоскости xy (т.е. \vec{E}_{\perp} и \vec{H}_{\perp}). Составляющие поля, ориентированные вдоль оси z , должны отсутствовать. Подобное поле иногда называют поперечным электромагнитным полем или полем типа Т. Поскольку составляющие поля должны быть неизменными в плоскости, перпендикулярной направлению распространения, т.е. в плоскости xy , производные по этим координатам должны быть равны нулю. Таким образом, можно записать следующие математические условия поставленной задачи:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_z = \dot{H}_z = 0; \quad \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0; \\ \dot{E}_x, \dot{E}_y, \dot{H}_x, \dot{H}_y \neq 0; \\ \frac{\partial}{\partial x} \neq 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

Системы скалярных уравнений (1.7) и (1.8) в частных производных превращаются в обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \dot{E}_x}{\partial z^2} + \kappa^2 \dot{E}_x &= 0; \\ \frac{\partial^2 \dot{E}_y}{\partial z^2} + \kappa^2 \dot{E}_y &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \dot{H}_x}{\partial z^2} + \kappa^2 \dot{H}_x &= 0; \\ \frac{\partial^2 \dot{H}_y}{\partial z^2} + \kappa^2 \dot{H}_y &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (1.12)$$

Решение любой пары уравнений, например (1.11), может записано в форме

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_x(z) &= A_1 e^{-j\kappa z} + A_2 e^{j\kappa z}; \\ \dot{E}_y(z) &= B_1 e^{-j\kappa z} + B_2 e^{j\kappa z} \end{aligned} \right\} \quad (1.13)$$

или в более общем виде $\dot{E}_0(z) = E_1 e^{-j\kappa z} + E_2 e^{j\kappa z}$. (1.14)

Процесс отыскания решений для составляющих поля $\dot{H}_x(z)$, $\dot{H}_y(z)$ базируется на уравнениях электродинамики (Максвелла) [1]. Отметим также, что знание волнового сопротивления данной среды позволят находить магнитное поле в плоской волне по известному электрическому полю и наоборот, т.е. $\dot{H} = (1/\dot{Z}_в) \dot{E}$.

Первое слагаемое в (1.14) соответствует прямой (падающей) волне, распространяющейся в направлении положительных значений z , второе слагаемое - обратной (отраженной) волне, распространяющейся в направлении отрицательных значений z . Плоская волна, распространяющаяся в положительном направлении оси z , может быть записана в комплексной форме:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E} &= E_m e^{j(\omega t - \kappa z)}; \\ \dot{H} &= H_m e^{j(\omega t - \kappa z)}. \end{aligned} \right\} \quad (1.15)$$

Интересующие нас физические величины волн характеризуются вещественной частью комплексных выражений (1.15). Поэтому для наглядного представления плоских волн выделим именно эти части выражений:

$$\left. \begin{aligned} \bar{E} &= \operatorname{Re}(\dot{E}) = E_m \cos(\omega t - \beta z); \\ \bar{H} &= \operatorname{Re}(\dot{H}) = H_m \cos(\omega t - \beta z). \end{aligned} \right\} \quad (1.16)$$

Выражения (1.16) были получены в предположении, что плоская волна распространяется в однородном изотропном идеальном диэлектрике (у идеального диэлектрика $\alpha = 0$, следовательно $k = \beta = \omega\sqrt{\epsilon_a\mu_a}$).

Над волнами, написанными в форме комплексных амплитуд, можно производить только линейные операции, при расчетах плотности потока энергии и других нелинейных операциях над комплексными амплитудами необходимо переходить от комплексных амплитуд к вещественным составляющим полей (1.16).

Выражения (1.16) описывают гармоническую плоскую волну, распространяющуюся вдоль оси z (рис.1.2.). Векторы напряженности электрического и магнитного полей плоской волны синфазны и осциллируют вдоль взаимно перпендикулярных направлений в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. Такие волны являются поперечными.

Если фаза $\varphi = \omega t - \beta z$ зависит от времени и от координаты, то поле является полем волны, бегущей вдоль координаты z в сторону $z > 0$. Фаза поля, бегущего от возбуждителя в сторону $z > 0$, с ростом координаты z уменьшается, так как волновой процесс в далеких точках запаздывает по фазе.

Если фаза поля волны зависит только от времени, то такое поле не переносит электромагнитной энергии в каком-либо направлении и является полем стоячей волны.

1.3. Распространение плоских электромагнитных волн в однородных проводящих (поглощающих) средах

К проводящим (поглощающим) относятся среды, обладающие конечной проводимостью γ . Волновые уравнения (уравнения Гельмгольца)

для векторов \bar{E} , \bar{H} имеют вид аналогичный (1.3). Однако, в этом случае комплексный коэффициент распространения определяется следующим образом

$$\dot{k} = \beta - j\alpha = \omega\sqrt{\mu_a \epsilon_a} \sqrt{1 - j \operatorname{tg} \varphi_e} \quad (1.17)$$

где φ_e - угол диэлектрических потерь.

Коэффициент Фазы β и коэффициент затухания α в (1.17) определяются по формулам

$$\beta = \omega\sqrt{\frac{\epsilon_a \mu_a}{2} \left(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_e} + 1 \right)}; \quad (1.18)$$

$$\alpha = \omega\sqrt{\frac{\epsilon_a \mu_a}{2} \left(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_e} - 1 \right)}; \quad (1.19)$$

Между коэффициентами β и α существует следующая связь

$$\alpha = \beta \operatorname{tg}(\varphi_e/2). \quad (1.20)$$

Решение волновых уравнений (1.3) для комплексных амплитуд волн, распространяющихся вдоль оси z в проводящей (поглощающей) изотропной однородной среде, можно представить в виде:

$$\left. \begin{aligned} \bar{E} &= E_m e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z); \\ \bar{H} &= H_m e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z - \psi). \end{aligned} \right\} \quad (1.21)$$

Мгновенная картина поля плоской волны, распространяющейся в проводящей среде, согласно (1.21) изображена на рис.1.4.

Поле в однородной проводящей среде обладает следующими особенностями: во-первых, векторы \bar{E} и \bar{H} сдвинуты по фазе на угол, равный

$$\psi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(\gamma/\omega\epsilon_a)$$

(вектор магнитного поля отстает);

- во вторых, множитель $e^{-\alpha z}$ указывает на экспоненциальное ослабление поля в направлении распространения волны, что связано с потерями энергии на нагрев среды;

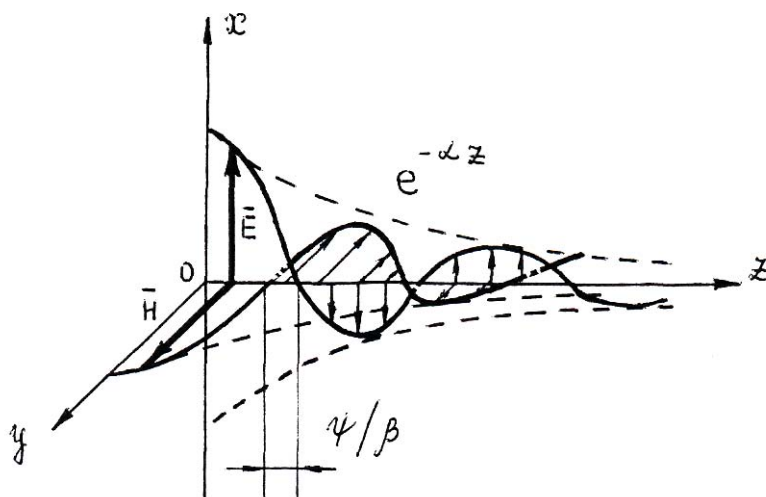


Рис.1.4. Мгновенная картина поля плоской волны в проводящей среде

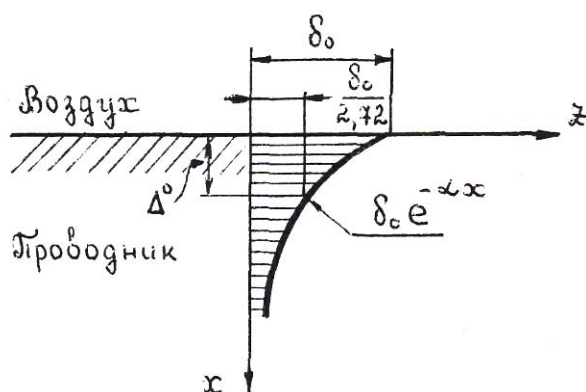


Рис.1.5. Эпюра изменения амплитуды объемной плотности тока проводимости на СВЧ в хорошем проводнике



Рис.1.6. Огибание поверхностным током микронеровностей поверхности проводника и увеличение пути тока

- в третьих, длина волны определяется действительной частью комплексного коэффициента распространения, коэффициентом фазы $\lambda = 2\pi/\beta$.

В среде с хорошей проводимостью, при $\operatorname{tg}\varphi_e = \frac{\gamma}{\omega\varepsilon_a} \gg 1$ из (1.18) и (1.19)

получим, что

$$\alpha \approx \beta \approx \sqrt{\frac{\omega\mu_a\gamma}{2}}, \quad \operatorname{tg}\psi = \alpha/\beta \approx 1 \quad (1.22)$$

и следовательно, сдвиг фаз векторов \bar{E} и \bar{H} достигает максимальной величины $\psi = \pi/4$.

Фазовая скорость распространения волны в проводящей среде равна:

$$v_\phi = \frac{\omega}{\alpha} = \sqrt{\frac{\varepsilon_a\mu_a}{2} \left(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\varphi_e} + 1 \right)} \quad (1.23)$$

Она зависит от ω и параметров среды $\varepsilon_a, \mu_a, \gamma$.

Такое явление, когда скорость распространения волны зависит от частоты, называется дисперсией.

Поверхностный эффект. Когда энергия поля высокой частоты проникает в хороший проводник с удельной объемной проводимостью $\gamma \gg \omega\varepsilon_a$ (т.е. $\delta_\gamma \gg \delta_c$, $\operatorname{tg}\varphi_e \gg 1$), наблюдается явление, которое получило название поверхностного эффекта (скин-эффекта), заключающегося в том, что амплитуды объемной плотности тока $\bar{\delta}_m$ и полей \bar{E} и \bar{H} при удалении от поверхности проводника уменьшаются, по экспоненциальному закону $e^{-\alpha x}$ (рис. 1.5) и тем резче, чем выше частота. При этом поперечное сечение проводника, по которому проходит основная часть тока, мало и уменьшается с ростом частоты. За счет этого увеличивается сопротивление проводника току высокой частоты и следовательно растут тепловые потери.

Расстояние на котором амплитуды поля и объемной плотности тока падают в "е" раз, называется глубиной проникновения

$$\Delta^0 = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_a\gamma}}, \text{ м.} \quad (1.24)$$

Сопротивление проводника поверхностному току характеризуется поверхностным сопротивлением R , равным

$$R = R_s \frac{l}{p}, \text{ Ом} \quad R_s = \sqrt{\frac{\mu_a \omega}{2\gamma}}, \text{ Ом} \quad (1.25)$$

где R_s - удельное поверхностное сопротивление;

l - размер токонесущей поверхности вдоль тока;

p - размер токонесущей поверхности поперек тока.

За счет микронеровностей токонесущей поверхности путь тока, как видно из рис.1.6, увеличивается и отсюда растет поверхностное сопротивление R , а следовательно растут тепловые потери. С целью уменьшения сопротивления токам высокой частоты токонесущие поверхности обрабатываются по высокому классу чистоты - полируются.

Для расчета тепловых потерь в проводнике необходимо учитывать форму силовых линий поверхностной плотности тока $\bar{\delta}_s$. Под поверхностной плотностью тока подразумевается весь ток, протекающий под единицей периметра токонесущей поверхности. Под периметром P понимается тот размер токонесущей поверхности проводника, который перпендикулярен направлению силовых линий поверхностного тока $\bar{\delta}_s$, А/м. Силовые линии вектора $\bar{\delta}_s$ согласно закону Ома $\bar{\delta}_s = \gamma_s \bar{E}$ всегда совпадают по направлению с напряженностью электрического поля и перпендикулярны магнитному полю на поверхности проводника.

Если амплитуда поверхностной плотности тока не зависит от координат токонесущей поверхности, то можно для расчета, суммарных потерь на всей площади проводника умножить удельные потери $0,5\bar{\delta}_{sm}^2 \cdot R_s$ на эту площадь. В случае если амплитуда поверхностной плотности тока зависит от координат поверхности, то для расчета потерь надо произвести интегрирование удельных потерь по всей поверхности.

1.4. Виды поляризации электромагнитных волн

Ранее мы ограничивались анализом частного вида волны, распространяющейся вдоль оси z . При этом была зафиксирована ориентация вектора \bar{E} в пространстве. Тем самым определялась и

ориентация магнитного вектора \vec{H} . Говорят, что такая волна поляризована в плоскости XOZ .

Поляризация волн ориентационная характеристика, она определяет закон изменения направления и величины вектора \vec{E} (или \vec{H}) этой волны в данной точке пространства за период колебания. Плоскость, проходящую через направление распространения электромагнитной волны и вектор \vec{E} , называют плоскостью поляризации. Иногда плоскость поляризации проводят через направление распространения и вектор \vec{H} .

У плоской однородной волны, распространяющейся вдоль оси z , векторы \vec{E} и \vec{H} могут иметь x и y компоненты. Будем рассматривать, например, вектор \vec{E} ;

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y, \quad (1.26)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_x &= \vec{E}_{xm} \cos(\omega t - \beta_z z - \varphi_x); \\ \vec{E}_y &= \vec{E}_{ym} \cos(\omega t - \beta_z z - \varphi_y); \\ \vec{E}_z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.27)$$

Эллиптически поляризованной называют волну, у которой векторы \vec{E} и \vec{H} в любой точке пространства вращаются, описывая за время одного периода T своими концами эллипсы. Описанный концом вектора \vec{H} эллипс повернут на 90° по отношению к эллипсу, описанному концом вектора \vec{E} (рис.1.7).

Найдем кривую, которую описывает конец вектора \vec{E} в фиксированной точке пространства. Эта кривая является геометрическим местом точек, координаты которых (\vec{E}_x, \vec{E}_y) удовлетворяют системе уравнений (1.27).

Исключив из (1.27) время, получим каноническое уравнение эллипса:

$$\left(\frac{E_x}{E_{xm}} \right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{ym}} \right)^2 - 2 \frac{E_x E_y}{E_{xm} E_{ym}} \cos \Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi, \quad (1.28)$$

где $\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x$.

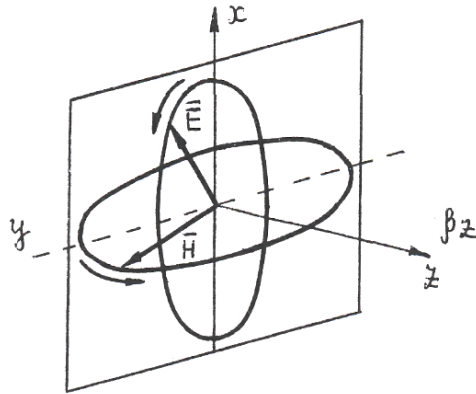


Рис.1.7. Взаимное расположение эллипсов, описываемых концами векторов \vec{E} и \vec{H}

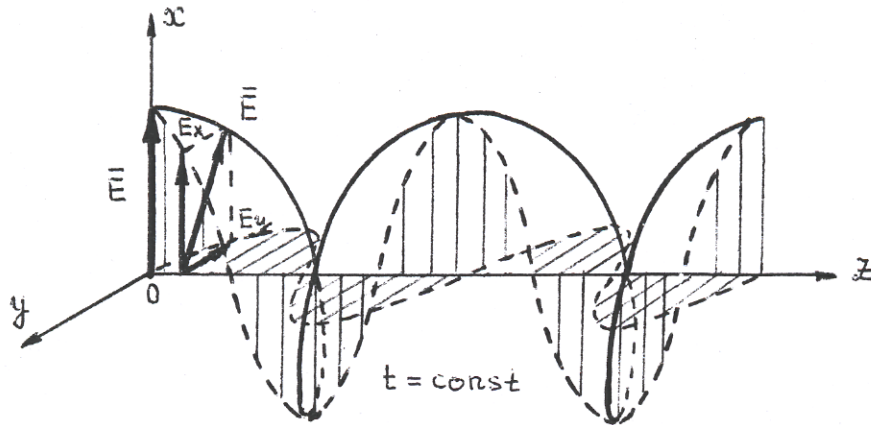


Рис.1.8. Мгновенная картина электрического поля эллиптически поляризованной волны левого вращения

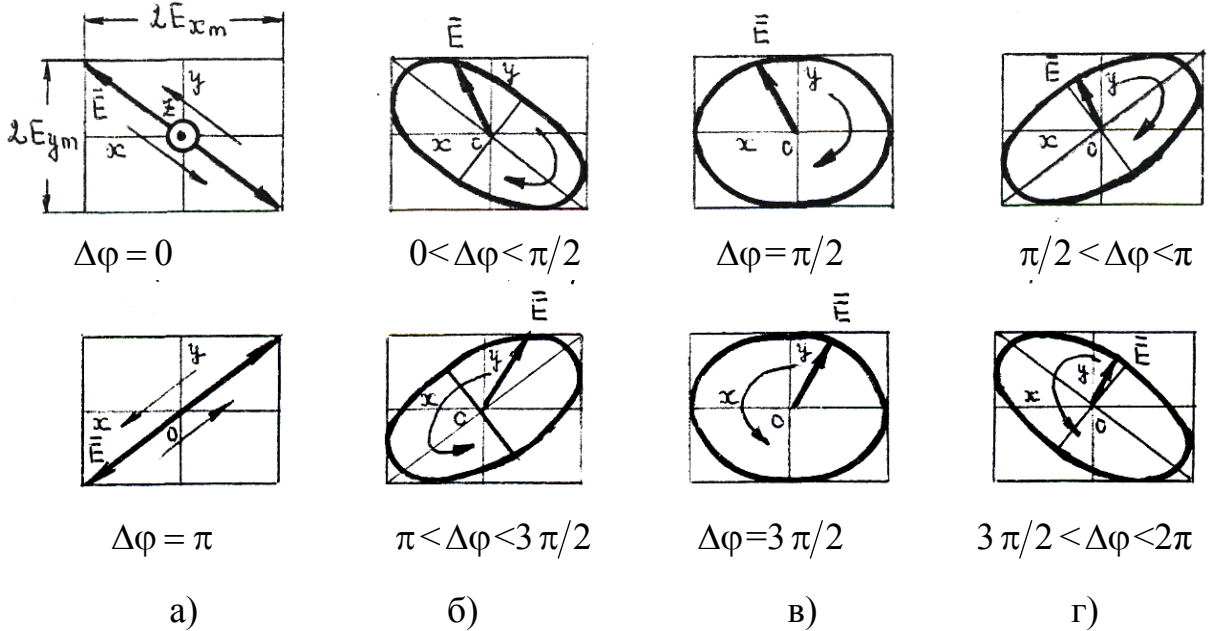


Рис.1.9. Эллиптическая поляризация в зависимости от угла $\Delta\varphi$

В зависимости от направления вращения конца вектора \vec{E} относительно направления распространения волны (если смотреть в направлении ее распространения) во времени в фиксированной точке пространства различают поляризацию правого (по часовой стрелке) и левого (против часовой стрелки) вращения.

Если рассматривать мгновенную картину поля $t = t_1 = \text{const}$ эллиптически поляризованной волны, то при перемещении точки наблюдения в положительном направлении оси z конец вектора \vec{E} волны правой поляризации описывает правоходовую спираль, а волны левой поляризации - левоходовую спираль (рис.1.8).

Любая волна, поляризованная по эллипсу, может быть представлена в виде суммы двух линейно поляризованных волн, плоскости поляризации которых взаимно перпендикулярны, а фазы сдвинуты на угол, отличный от нуля или π .

Из эллиптической поляризации могут быть получены все остальные виды поляризации (линейная, круговая).

Характер поляризации волны в зависимости от угла $\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x$ показан на рис.1.9.

При круговой поляризации волны векторы \vec{E} и \vec{H} в любой точке пространства равномерно вращаются, описывая за время одного периода T своими концами окружности.

Волны круговой поляризации характерны тем, что в (1.27)

$$E_{xm} = E_{ym} = E_0$$

$$\text{и } \Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x = m \frac{\pi}{2},$$

$$m = \pm 1, \pm 3, \dots,$$

т.е. их можно представить в виде двух линейно поляризованных волн, амплитуды которых равны, плоскости поляризации взаимно перпендикулярны, а фазы сдвинуты на угол $\Delta\varphi = \pi/2$. В этом случае (1.28) переходит в уравнение окружности

$$\left(\frac{E_x}{E_0}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_0}\right)^2 = 1. \tag{1.29}$$

В случае правой поляризации (рис.1.10,а)

$$\left. \begin{aligned} \Delta\varphi &= -\frac{\pi}{2} + 2m\pi, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; \\ \bar{E}_x &= E_0 \cos(\omega t - \beta_z z - \varphi_x); \\ \bar{E}_y &= E_0 \sin(\omega t - \beta_z z - \varphi_x), \end{aligned} \right\} \quad (1.30)$$

поэтому

$$\operatorname{tg}\theta^+ = \frac{\bar{E}_y}{\bar{E}_x} = \operatorname{tg}(\omega t - \beta_z z - \varphi_x)$$

или

$$\theta^+ = \omega t - \beta_z z - \varphi_x \quad (1.31)$$

В случае левой поляризации (рис. 1.10,б)

$$\left. \begin{aligned} \Delta\varphi &= \frac{\pi}{2} + 2m\pi, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; \\ \bar{E}_x &= E_0 \cos(\omega t - \beta_z z - \varphi_x); \\ \bar{E}_y &= -E_0 \sin(\omega t - \beta_z z - \varphi_x), \end{aligned} \right\} \quad (1.32)$$

поэтому

$$\operatorname{tg}\theta^- = \frac{\bar{E}_y}{\bar{E}_x} = -\operatorname{tg}(\omega t - \beta_z z - \varphi_x)$$

или

$$\theta^- = -(\omega t - \beta_z z - \varphi_x) \quad (1.33)$$

Из (1.31) и (1.33) следует, что в каждой фиксированной точке наблюдения ($z=\text{const}$) угол θ линейно возрастает (убывает) по закону ωt с увеличением t (рис. 1.10), изменяясь на 2π за время одного периода T ($\omega t = 2\pi$).

Эллипс поляризации перейдет в прямую, если в (1.28)

$$\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x = m\pi, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

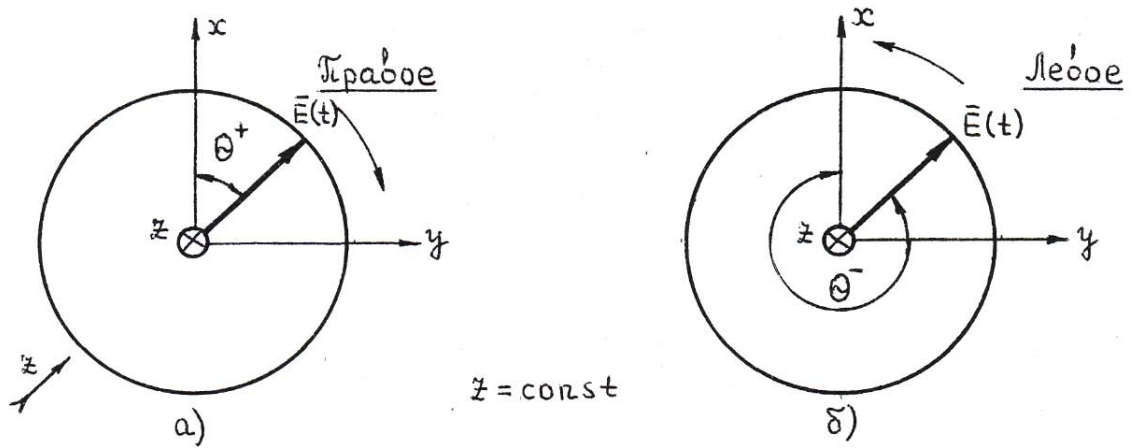


Рис.1.10. Круговая поляризация правого (а) и левого (б) вращения

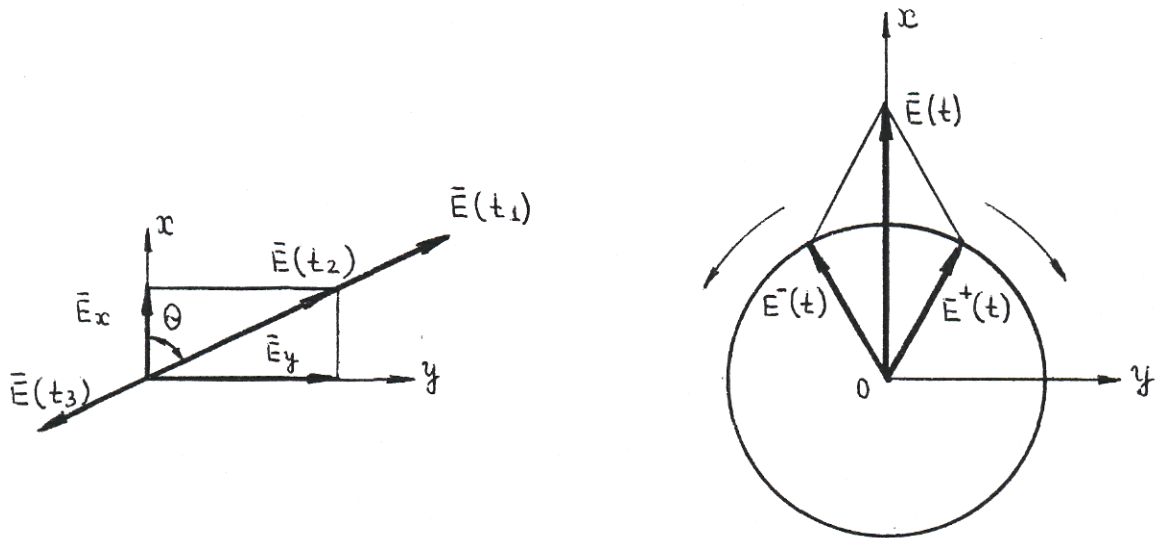


Рис.1.11. Линейная поляризация

Рис.1.12. Представление поля линейной поляризации в виде суммы полей круговой поляризации - правого и левого вращения

При этом условии

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\bar{E}_y}{\bar{E}_x} = (-1)^m \frac{E_{ym}}{E_{xm}} \quad (1.34)$$

и поляризация становится линейной. Вектор \bar{E} образует с осью x угол θ , который определяется соотношением (1.34) и, следовательно, не изменяется с течением времени (рис.1.9,а и рис.1.11).

Линейно поляризованной называют волну, у которой направление вектора \bar{E} (или \bar{H}) остается неизменным в пространстве с течением времени, при этом в фиксированной точке пространства конец вектора \bar{E} (или \bar{H}) за период колебаний совершает возвратно-поступательное движение по прямой линии, перпендикулярной направлению распространения (рис.1.9,а и рис.1.11). Плоскость поляризации линейно поляризованной волны в каждой точке пространства не изменяет своего положения с течением времени. Любую линейно поляризованную волну можно представить в виде суммы двух волн, поляризованных по кругу, но имеющих противоположные направления вращения (рис.1.12). Поле падающей плоской линейно поляризованной волны с произвольной ориентацией вектора \bar{E} можно представить в виде суммы полей двух волн с двумя взаимно перпендикулярными линейными поляризациями вертикальной и горизонтальной. У волны вертикальной поляризации вектор \bar{E} лежит в плоскости падения волны (рис.1.13,а), а у волн горизонтальной поляризации - перпендикулярно плоскости падения (рис.1.13,б).

1.5. Отражение и преломление плоских электромагнитных волн

Явления на границе раздела двух сред: отражение, преломление и поглощение электромагнитных волн - играют большую роль в электродинамике. Рассмотрим простейший класс задач такого рода: падение плоской волны на плоскую границу раздела, которую можно считать бесконечно протяженной (практически с размерами, намного превышающими λ). Полученные результаты справедливы также для криволинейных границ и неплоских волн, если их радиус кривизны значительно больше длины волны.

Эти условия относятся к приближениям геометрической оптики и позволяют рассматривать электромагнитные волны в виде лучей.

Когда рассматривается падение плоской волны на границу раздела двух сред, то вводится понятие плоскости падения, под которой понимается плоскость, проходящая через вектор Пойнтинга падающей волны $\vec{p}_{\text{пад}}$ и нормаль \vec{n}_0 к границе раздела (рис.1.13).

При падении вдоль z_1 под углом $\theta_{\text{пад}}$ плоской однородной волны на плоскую границу раздела двух сред происходит отражение волны под углом $\theta_{\text{отр}}$ и преломление - под углом ψ .

Из граничных условий электродинамики следуют законы отражения и преломления (прохождения).

Закон отражения в изотропной среде: угол падения равен углу отражения

$$\theta_{\text{пад}} = \theta_{\text{отр}} \quad (1.35)$$

Закон преломления Снеллиуса: отношение синусов углов падения и преломления равно отношению коэффициентов преломления второй (n_2) и первой (n_1) среды

$$\frac{\sin \theta_{\text{пад}}}{\sin \psi} = \frac{\sqrt{\epsilon_2 \mu_2}}{\sqrt{\epsilon_1 \mu_1}} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (1.36)$$

Интенсивность отраженной и преломленной волн определяют через коэффициенты отражения и преломления (коэффициенты Френеля). Значения этих коэффициентов зависят от поляризации падающей волны относительно плоскости падения. Обычно рассматривают отражение и преломление вертикально (рис.1.13,а) или горизонтально (рис.1.13,б) поляризованных падающих волн.

В случае вертикальной поляризации вектор \vec{E} лежит в плоскости падения (рис.1.13,а). При горизонтальной поляризации вектор \vec{E} перпендикулярен плоскости падения (рис.1.13,б).

Назовем коэффициентом отражения Γ отношение комплексных значений напряженностей электрического (магнитного) поля отраженной $\dot{E}_{\text{отр}} (\dot{H}_{\text{отр}})$ и падающей $\dot{E}_{\text{пад}} (\dot{H}_{\text{пад}})$ волн на границе раз-

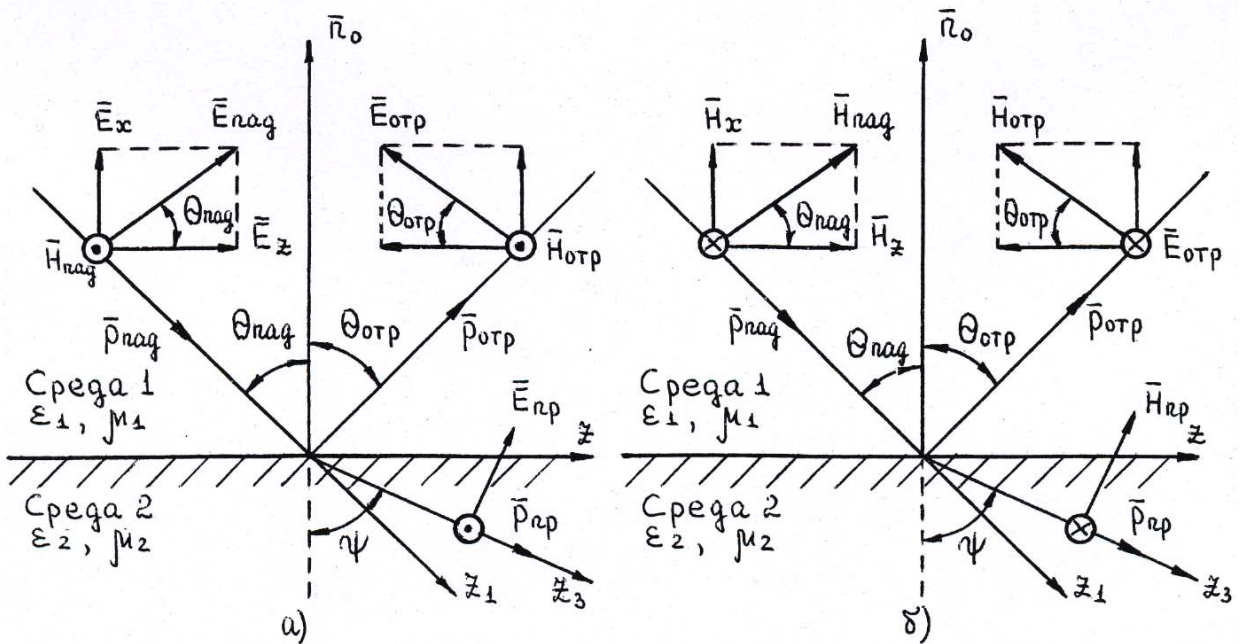


Рис.1.13. Отражение и преломление плоской однородной волны на плоской границе раздела двух сред при:

- а) вертикальной поляризации;
- б) горизонтальной поляризации

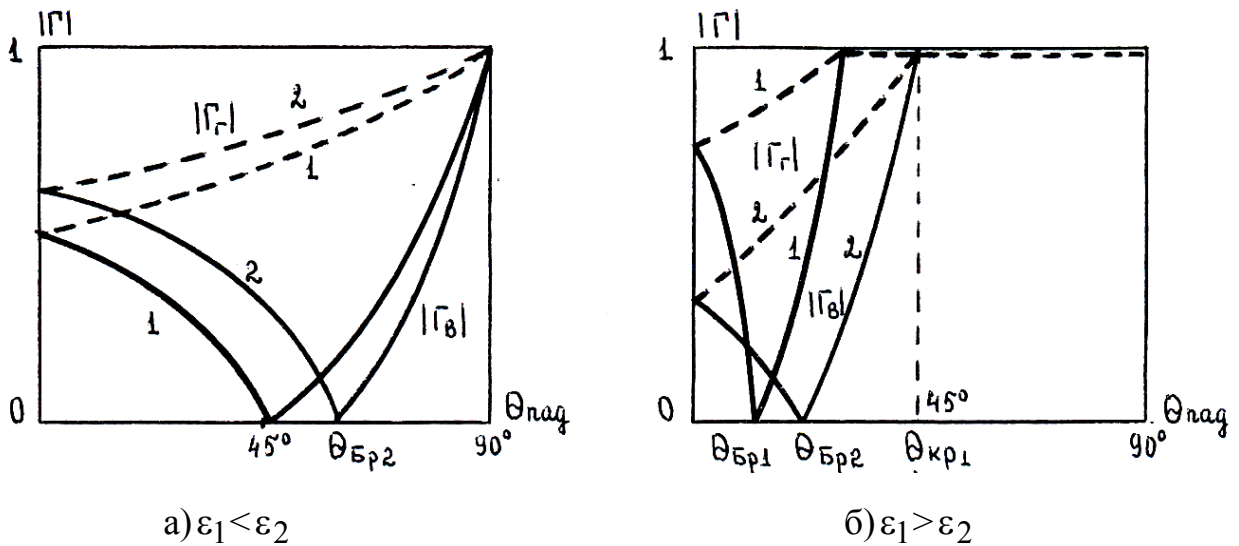


Рис.1.14. Модуль коэффициента отражения при вертикальной $|\Gamma_v|$ и горизонтальной $|\Gamma_h|$ поляризации поля. Графики 2 соответствуют большему отношению ϵ_1/ϵ_2 , чем у графиков 1

дела:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\Gamma}_V &= \dot{E}_{\text{отр}} / \dot{E}_{\text{пад}}; \\ \dot{\Gamma}_Г &= \dot{H}_{\text{отр}} / \dot{H}_{\text{пад}}; \end{aligned} \right\} \quad (1.37)$$

где $\dot{\Gamma}_V$ - для вертикальной поляризации;

$\dot{\Gamma}_Г$ - для горизонтальной поляризации.

Коэффициенты преломления (прохождения) определяются:

$$\left. \begin{aligned} \dot{F}_V &= \dot{E}_{\text{пр}} / \dot{E}_{\text{пад}}; \\ \dot{F}_Г &= \dot{H}_{\text{пр}} / \dot{H}_{\text{пад}}; \end{aligned} \right\} \quad (1.38)$$

где \dot{F}_V - для вертикальной поляризации;

$\dot{F}_Г$ - для горизонтальной поляризации.

Эти коэффициенты в каждом конкретном случае могут быть найдены на основании граничных условий электродинамики на плоскостях, разделяющих среды с различными значениями параметров $\dot{\epsilon}_a, \dot{\mu}_a, \gamma$. При наклонном падении плоской электромагнитной волны на границу раздела задача о нахождении коэффициентов отражения и преломления имеет простое решение только для сред без потерь. Поэтому приведенные ниже соотношения можно применяться только, когда потери в реальных средах малы, т.е. $\text{tg}\varphi_e < 1$.

Коэффициенты Френеля для вертикально поляризованных волн:

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_V &= \frac{2 \cos \theta_{\text{пад}}}{\frac{\dot{\kappa}_2 \dot{\mu}_{a1}}{\dot{\kappa}_1 \dot{\mu}_{a2}} \cos \theta_{\text{пад}} + \cos \psi}; \\ F_V &= \frac{\frac{\dot{\kappa}_2 \dot{\mu}_{a1}}{\dot{\kappa}_1 \dot{\mu}_{a2}} \cos \theta_{\text{пад}} - \cos \psi}{\frac{\dot{\kappa}_2 \dot{\mu}_{a1}}{\dot{\kappa}_1 \dot{\mu}_{a2}} \cos \theta_{\text{пад}} + \cos \psi}, \end{aligned} \right\} \quad (1.39)$$

где $\dot{\kappa}_1 = \omega \sqrt{\dot{\epsilon}_{a1} \dot{\mu}_{a1}}$ - коэффициент распространения в 1-ой среде;

$\dot{\kappa}_2 = \omega \sqrt{\dot{\epsilon}_{a2} \dot{\mu}_{a2}}$ - коэффициент распространения во 2-ой среде.

Коэффициенты Френеля для горизонтально поляризованных волн:

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_{\Gamma} &= \frac{2 \cos \theta_{\text{пад}}}{\cos \theta_{\text{пад}} - \frac{\kappa_2 \mu_{a1}}{\kappa_1 \mu_{a2}} \cos \psi}; \\ F_{\Gamma} &= \frac{\cos \theta_{\text{пад}} - \frac{\kappa_2 \mu_{a1}}{\kappa_1 \mu_{a2}} \cos \psi}{\cos \theta_{\text{пад}} + \frac{\kappa_2 \mu_{a1}}{\kappa_1 \mu_{a2}} \cos \psi}. \end{aligned} \right\} \quad (1.40)$$

Во всех приведенных ранее формулах при необходимости можно исключить угол преломления ψ , используя закон (1.36).

Если границащие среды - идеальные диэлектрики, то можно считать, что коэффициенты распространения имеют действительные значения:

$$\kappa_1 = \omega \sqrt{\epsilon_{a1} \mu_{a1}} \quad \text{и} \quad \kappa_2 = \omega \sqrt{\epsilon_{a2} \mu_{a2}},$$

где $\mu_{a1} = \mu_{a2} = \mu_0$.

Коэффициенты Френеля согласно (1.39) и (1.40) равны:

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_{\text{В}} &= \frac{2n_1 \cos \theta_{\text{пад}}}{n_2 \cos \theta_{\text{пад}} + n_1 \cos \psi}; \quad F_{\text{В}} = \frac{n_2 \cos \theta_{\text{пад}} - n_1 \cos \psi}{n_2 \cos \theta_{\text{пад}} + n_1 \cos \psi}; \\ \Gamma_{\Gamma} &= \frac{2n_1 \cos \theta_{\text{пад}}}{n_1 \cos \theta_{\text{пад}} + n_2 \cos \psi}; \quad F_{\Gamma} = \frac{n_1 \cos \theta_{\text{пад}} - n_2 \cos \psi}{n_1 \cos \theta_{\text{пад}} + n_2 \cos \psi}. \end{aligned} \right\} \quad (1.41)$$

При наклонном падении волны из оптически менее плотной среды на границу раздела с оптически более плотной средой ($n_1 < n_2$), коэффициенты отражения волн вертикальной и горизонтальной поляризации ведут себя по-разному при изменении угла падения (рис.1.14). Особенностью вертикальной поляризации является то, что при некотором угле падения (который называется углом Брюстера или углом полного преломления) отсутствует отраженная волна и падающая волна полностью приходит во вторую среду. Коэффициент

отражения в этом случае равен нулю ($\Gamma_v=0$). Тангенс угла Брюстера (для немагнитных сред), равен

$$\operatorname{tg}\theta_{\text{Бр}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}. \quad (1.40)$$

Угол Брюстера называют также углом полной поляризации. Физически это явление объясняется тем, что поле падающей волны вызывает колебания электронов в атомах (молекулах) второй среды в направлении вектора \vec{E} прошедшей волны. Линейно колеблющийся электрон не излучает вдоль направления колебаний, значит поток энергии в отраженном луче, перпендикулярном преломленному лучу, отсутствует.

При горизонтальной поляризации коэффициент отражения меняется более плавно по сравнению с вертикальной поляризацией. Это учитывается при выборе вида поляризации в тех случаях, когда важно, чтобы коэффициент отражения при разных углах падения на отражающую поверхность (например, землю) не менялся резко.

При наклонном падении волны из оптически более плотной среды на границу раздела с оптически менее плотной средой ($n_1 < n_2$), наблюдается явление полного внутреннего отражения.

Если угол преломления ψ равен 90° , то поле преломленной волны существует во второй среде в виде плоской однородной волны, бегущей вдоль границы раздела. Угол падения $\theta_{\text{пад}}$, соответствующий углу преломления $\psi=90^\circ$, называется критическим углом. Согласно (1.36)

$$\sin \theta_{\text{кр}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}}{\sqrt{\varepsilon_1 \mu_1}} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (1.41)$$

Если угол падения больше критического ($\theta_{\text{пад}} > \theta_{\text{кр}}$), то волна во второй среде распространяется только вдоль границы, а ее поле во второй среде по мере удаления от границы экспоненциально уменьшается по направлению нормали к границе. Энергия, переносимая волной, концентрируется вблизи поверхности проводника. Волна как бы прилипает к поверхности проводника и поэтому называется поверхностной волной. Для уменьшения тепловых

потерь поверхность проводника покрывают диэлектрическим слоем (см.рис.3.2,в). Преломленная волна становится неоднородной плоской волной. Плоские волны, у которых плоскости равных амплитуд не параллельны плоскостям равных фаз, называются неоднородными плоскими волнами. Фазовая скорость их распространения всегда меньше, чем в первой среде. По этой причине поверхностные волны являются замедленными волнами.

При углах падения $\theta_{\text{пад}} > \theta_{\text{кр}}$ наблюдается явление полного внутреннего отражения, заключающегося в том, что электромагнитные волны полностью отражаются от границы раздела в первую среду.

Это явление используется в оптическом диапазоне волн для изменения направления хода лучей, а также в диэлектрических волноводах, миллиметрового и оптического диапазона волн (световоды).

Отметим, что если первая среда является идеальным диэлектриком, а вторая идеальным проводником, то при любых углах падения $\theta_{\text{пад}}$ можно считать, что происходит полное отражение падающей волны от поверхности идеального проводника.

На графиках $|\Gamma_{\text{в}}| = f(\theta_{\text{пад}})$ и $|\Gamma_{\text{г}}| = f(\theta_{\text{пад}})$ (рис.1.14) следует обратить внимание на то, что когда $n_1 < n_2$ ($\epsilon_1 < \epsilon_2$) коэффициент отражения равен единице только при $\theta_{\text{пад}} = 90^\circ$, тогда как при $n_1 < n_2$ ($\epsilon_1 < \epsilon_2$) $|\Gamma| = 1$ уже при $\theta_{\text{пад}} \geq \theta_{\text{кр}}$.

1.6. Вопросы для самопроверки

Первый уровень обученности

1. В каком случае реальную волну можно считать плоской и однородной? 2. Какая волна называется плоской однородной? 3. Какие волны являются поперечными? 4. Дайте определение фронта волны, длины волны, коэффициента фазы, фазовой и групповой скоростей, волнового сопротивления среды .5. Каким образом связаны между собой параметры характеризующие плоскую однородную

волну? 6. Какое поле называется монохроматическим? 7. Какие уравнения описывают плоскую волну? Записать их решения. 8. Указать особенности распространения плоских электромагнитных волн в однородном изотропном идеальном диэлектрике. 9. Записать решения волновых уравнений для волн в проводящей изотропной среде, какими особенностями обладает поле в этой среде? 10. Дайте определение поверхностному эффекту. От каких факторов зависит глубина проникновения и сопротивление проводника поверхностному току? 11. Почему наличие микронеровностей приводит к росту тепловых потерь? 12. Что понимается под поляризацией электромагнитной волны? Какую плоскость называют плоскостью поляризации? 13. Какие существуют виды поляризаций электромагнитной волны? 14. Какая волна называется эллиптически поляризованной? Записать уравнение описывающее эту волну. 15. При каких условиях эллиптическая поляризация может перейти в линейную, круговую правого вращения и левого вращения? 16. Волна с какой поляризацией может быть представлена в виде суммы двух линейно поляризованных волн, плоскости поляризации которых взаимно перпендикулярны, а фазы сдвинуты на угол, отличный от нуля или π ? 17. Дать определение волны с круговой поляризацией. Записать уравнение описывающее эту волну. 18. Какая волна называется линейно поляризованной? Запишите выражение описывающее эту волну. Какая волна называется вертикально поляризованной, а какая горизонтально поляризованной? 19. Волну с какой поляризацией можно представить в виде суммы двух волн, поляризованных по кругу, но имеющих противоположные направления вращения? 20. Какую плоскость называют плоскостью падения? 21. Сформулируйте и запишите законы отражения и преломления в изотропной среде. 22. Какими коэффициентами определяется интенсивность отраженной и преломленной волн? 23. Какой угол называется углом Брюстера? При каком условии он может существовать? 24. Что происходит с вертикально поляризованной волной, если она падает на границу раздела двух сред под углом Брюстера? 25. Привести зависимости $|\Gamma_r| = f(\theta_{\text{пад}})$, $|\Gamma_v| = f(\theta_{\text{пад}})$ и пояснить их особенности. 26. Какой угол называется критическим? При каком условии наблюдается явление полного внутреннего

отражения? 27. Какая волна называется поверхностной и при каких условиях она возникает? 28. Какие волны называются плоскими неоднородными?

Второй уровень обученности

29. Из уравнений Гельмгольца получить систему уравнений, которая описывает плоскую волну. 30. Каким образом определяется коэффициент распространения для следующих случаев распространения плоских электромагнитных волн: в однородном изотропном идеальном диэлектрике; в однородной изотропной проводящей среде? 31. Обосновать необходимость учета формы силовых линий поверхностной плотности тока для расчета тепловых потерь в проводнике. 32. Какую поляризацию будет иметь волна являющаяся суммой двух линейно поляризованных волн, амплитуды которых равны, плоскости поляризации взаимно перпендикулярны, а фазы сдвинуты на угол $\Delta\varphi = \pi/2$? 33. Каким образом меняется характер эллиптически поляризованной волны в зависимости от угла $\Delta\varphi$? 34. Как физически объясняется явление, которое проявляется при падении волны под углом Брюстера? 35. Какую поляризацию необходимо использовать в тех случаях, когда важно, чтобы коэффициент отражения при разных углах падения на отражающую поверхность не менялся резко?

2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ НАД ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

2.1. Структура поля над проводящей плоскостью

Для локализации электромагнитного поля и направления его в желаемую сторону часто используют металлические плоскости различных конфигураций. Рассмотрим картины поля, возникающие у идеальной металлической плоскости при падении на нее плоской

волны. Анализ этого простейшего случая облегчит понимание более сложных процессов, происходящих в реальных системах, предназначенных для канализации электромагнитного поля.

Покажем, что между двумя металлическими плоскостями, образующими двухплоскостной волновод, возможно распространение электромагнитной энергии и определим условия, при которых оно происходит.

Когда плоская волна падает на металлическую (хорошо проводящую) поверхность, она почти полностью отражается. Благодаря тому, что поле падающей и отраженной волн в одной и той же точке пространства имеют разные фазы и разные направления, то суммарное поле имеет сложную структуру, значительно отличающуюся от структуры плоских однородных падающей и отраженной волн. Если плоская однородная волна при наклонном падении на границу раздела сред полностью отражается, то отраженная волна несет такую же энергию, как и падающая.

На рис.2.1 показана векторная диаграмма, на которой средние значения вектора Пойнтинга падающей и отраженной волн, $\bar{p}_{\text{пад}}$ и $\bar{p}_{\text{отр}}$ разложены на нормальные $(\bar{p}'_n, \bar{p}''_n)$ и тангенциальные $(\bar{p}'_t, \bar{p}''_t)$ к границе раздела компоненты. Поскольку нормальные компоненты взаимно уничтожаются, а тангенциальные складываются, поток энергии переносится вдоль границы. Из рис.2.1 мы видим, что при этом устанавливается особый волновой процесс, направляемый границей раздела сред.

Поскольку вектор \bar{E} может быть ориентирован различно по отношению к плоскости падения, рассмотрим два крайних случая:

1) вектор \bar{E} перпендикулярен плоскости падения (горизонтальная поляризация);

2) вектор \bar{E} лежит в плоскости падения (вертикальная поляризация).

Очевидно, что любое иное положение вектора \bar{E} можно представить суперпозицией этих крайних случаев.

Случай первый. Вектор \bar{E} перпендикулярен плоскости падения (горизонтальная поляризация).

Зададимся направлением вектора Пойнтинга падающей волны $\bar{p}_{\text{пад}}$ (рис.2.2). Тогда фронт падающей волны, под которым

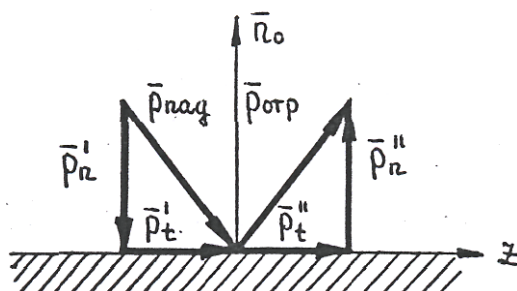


Рис.2.1. Векторная диаграмма среднего значения вектора Пойнтинга \bar{p}

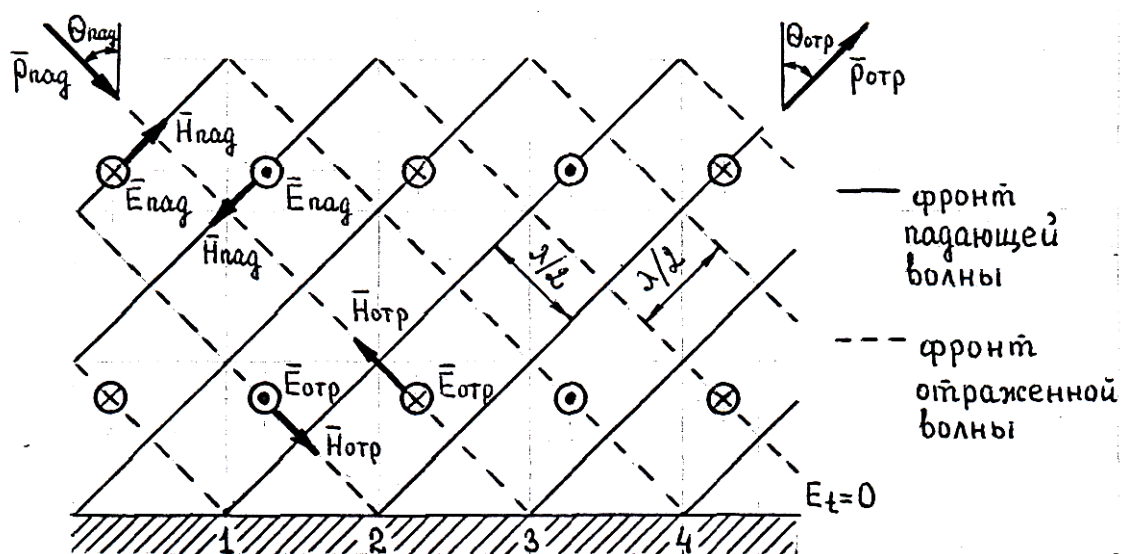


Рис.2.2. Сетка фронтов падающей и отраженной волн (при горизонтальной поляризации)

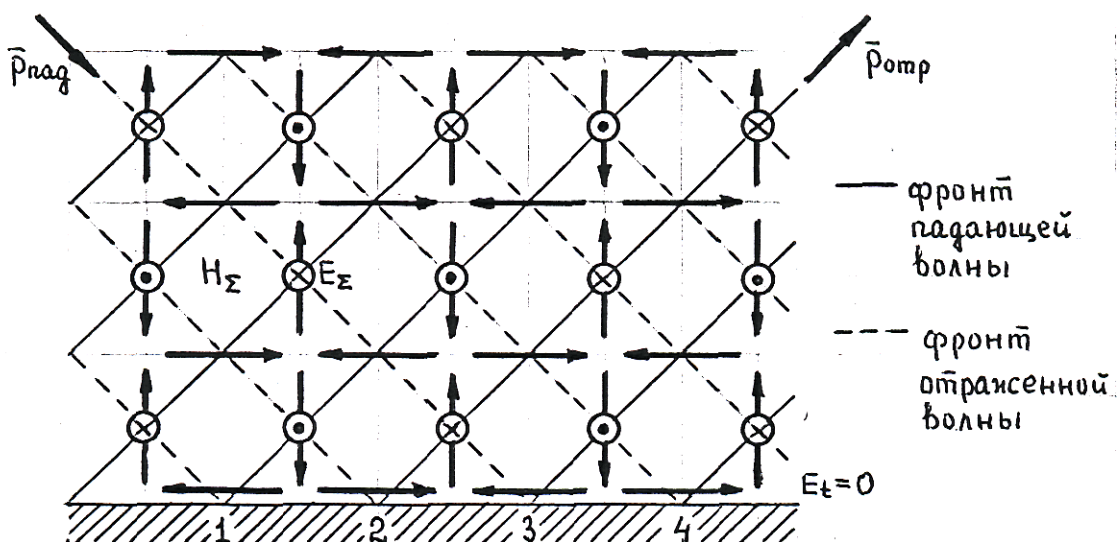


Рис.2.3. Направление суммарных векторов \bar{H}_Σ и \bar{E}_Σ (при горизонтальной поляризации)

подразумевается плоскость одинаковой фазы, будет нормален к вектору $\vec{r}_{\text{пад}}$. Обозначим следы плоскостей одной фазы сплошными линиями (рис.2.2). Условимся, что каждая линия сдвинута по отношению к соседней на расстояние, равное половине длины волны ($\lambda/2$). В пределах каждой такой линии вектор $\vec{H}_{\text{пад}}$ неизменен по величине и направлению. Задавшись направлением вектора $\vec{H}_{\text{пад}}$ в какой-либо линии фронта и зная направление вектора $\vec{r}_{\text{пад}}$, можно однозначно определить ориентацию вектора $\vec{E}_{\text{пад}}$. Падающая волна, достигнув металлической плоскости, вызывает отраженную волну, фронт которой распространяется в направлении вектора Пойнтинга отраженной волны $\vec{r}_{\text{отр}}$. При определении направления векторов $\vec{E}_{\text{отр}}$ в фронтах отраженной волны следует исходить из граничных условий у идеальной, металлической поверхности (идеального проводника), в силу которых суммарная тангенциальная составляющая поля \vec{E} у поверхности должна быть равна нулю. Если через какую-то точку на этой поверхности проходит фронт максимума падающей волны, то у отраженной волны должен проходить фронт минимума, т.е. условие

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{\text{тпа}} + \vec{E}_{\text{тоот}} = 0 \quad (2.1)$$

соблюдается на всей граничной поверхности.

Направление вектора $\vec{H}_{\text{отр}}$ определяется направлением вектора $\vec{E}_{\text{отр}}$ и ориентацией вектора Пойнтинга отраженной волны $\vec{r}_{\text{отр}}$.

На рис.2.3 на сетке фронтов падающей и отраженной волн показано направление суммарных векторов в точках пересечения фронтов. Линии вектора \vec{H}_{Σ} образуют характерные замкнутые петли. На рис.2.3 также показано направление суммарных векторов \vec{E}_{Σ} ориентированных нормально к плоскости рисунка

$$\left. \begin{aligned} \vec{H}_{\Sigma} &= \vec{H}_{\text{пад}} + \vec{H}_{\text{отр}}, \\ \vec{E}_{\Sigma} &= \vec{E}_{\text{пад}} + \vec{E}_{\text{отр}}. \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

На рис.2.4 дана общая картина распределения в полупространстве силовых линий магнитного и электрического полей при горизонтальной поляризации падающей и отраженной волн, построенная по рис.2.3. Изображенные картины движутся вдоль металлической плоскости слева направо. На рис.2.5 показано отдельно пересечение двух фронтов падающей волны с двумя фронтами отраженной волн. Из рисунка следует, что

$$\ell = \frac{\lambda}{2 \cos \theta_{\text{пад}}}; \quad d = \frac{\lambda}{2 \sin \theta_{\text{пад}}}. \quad (2.3)$$

Таким образом, масштаб картин определяется длиной волны (λ) и углом падения ($\theta_{\text{пад}}$) плоской волны на металлическую плоскость.

Из рис.2.4 видно, что поле перемещающееся вдоль границы раздела, обладает только поперечными по отношению к направлению перемещения составляющими электрического поля \vec{E} . Продольной составляющей обладает поле \vec{H} ($H_z \neq 0, E_z \equiv 0$). Такую волну называют волной магнитного типа и обозначают H .

Случай второй. Вектор \vec{E} лежит в плоскости падения (вертикальная поляризация).

Так как поляризация вертикальная, то на рис.2.2 следует поменять местами вектора $\vec{H}_{\text{пад}}$ и $\vec{E}_{\text{пад}}$, а также вектора $\vec{H}_{\text{отр}}$ и $\vec{E}_{\text{отр}}$. Далее ход рассуждений при рассмотрении второго случая аналогичен первому случаю. Отличие заключается в том, что замкнутые петли линий \vec{H} во втором случае заменяются замкнутыми петлями линий \vec{E} (рис.2.6).

Из рис.2.6 видно, что поле перемещающееся вдоль границы раздела, обладает только поперечными по отношению к направлению перемещения составляющими магнитного поля \vec{H} . Электрическое поле \vec{E} помимо поперечной обладает продольной составляющей, совпадающей по направлению с вектором фазовой скорости.

Подобную волну называют волной электрического типа и обозначают E . Таким образом, волной типа E называют такую, у

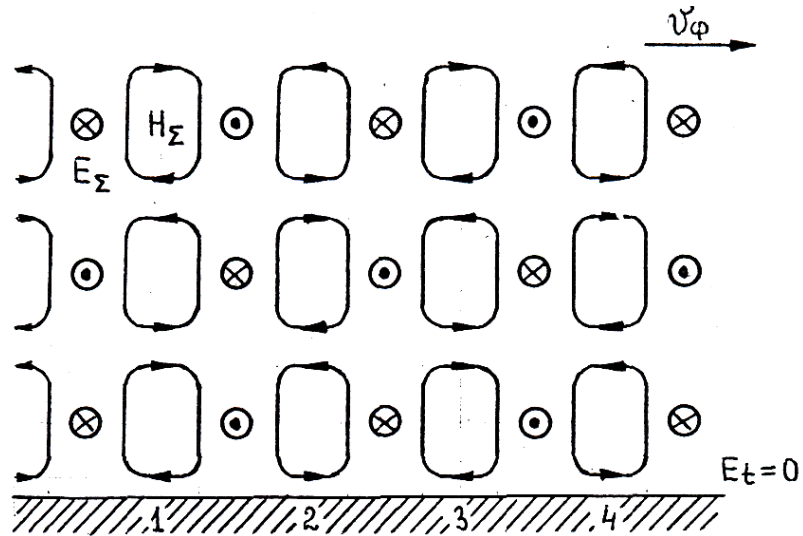


Рис.2.4. Общая картина распределения в пространстве силовых линий магнитного и электрического полей при горизонтальной поляризации

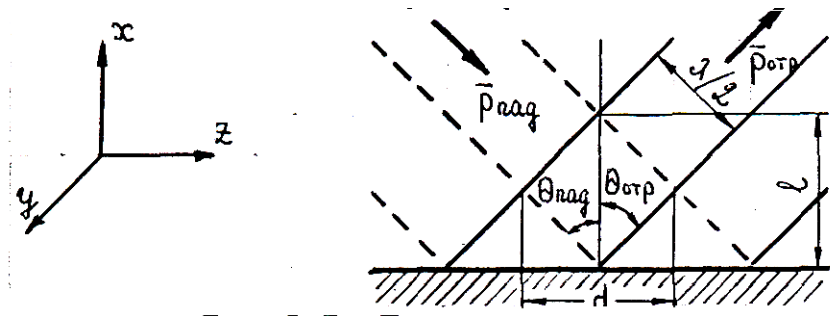


Рис.2.5. Пересечение двух фронтов падающей волны с двумя фронтами отраженной волны

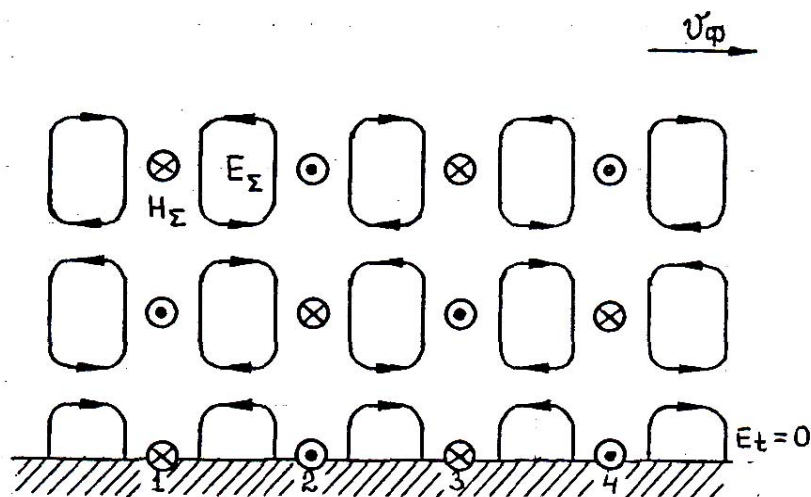


Рис.2.6. Общая картина распределения в полупространстве силовых линий электрического и магнитного полей при вертикальной поляризации

которой существует продольная составляющая вектора напряженности электрического поля и нет продольной составляющей вектора напряженности магнитного поля ($E_z \neq 0, H_z \equiv 0$).

Отметим, что поле в направлении нормали к границе раздела имеет структуру стоячей волны с узлами и пучностями поля \vec{E} и \vec{H} . Поэтому перенос энергии поля в этом направлении отсутствует, а имеет место только вдоль границы.

2.2. Двухплоскостной волновод

Поместим выше первой металлической плоскости вторую бесконечную плоскость из идеального металла таким образом, чтобы не нарушить имеющейся картины поля. Для этого вторую плоскость следует разместить на расстояниях (рис.2.7)

$$a = n\ell,$$

где $n=1,2,3,\dots$ - ряд целых чисел.

При этом поле \vec{E} будет подходить к металлическим плоскостям нормально, а поле \vec{H} - тангенциально. Граничные условия будут соблюдены и картина поля между двумя плоскостями будет такой же, как и в случае одной плоскости.

Картина поля при $n=1$ и волне типа Н показана на рис.2.7. Волна подобного типа обладает одной вариацией поля по направлению, перпендикулярному плоскостям, и называется волной типа H_1 . Картина поля при $n=1$ и волне типа Е показана на рис.2.8.

С учетом выражения (2.3), расстояния между плоскостями

$$a = n\ell = n \frac{\lambda}{2 \cos \theta_{\text{пад}}}. \quad (2.4)$$

Величина a зависит от угла падения $\theta_{\text{пад}}$. Если требуется волна более высокого типа, например $2n$ при неизменном угле $\theta_{\text{пад}}$, то для ее возникновения следует в два раза увеличить расстояние a . Минимальное расстояние, при котором возможно существование волны с $n=1$

$$a_1 = 1 \cdot \frac{\lambda}{2}. \quad (2.5)$$

Минимальное расстояние, при котором возможно существование волны с $n=2$

$$a_2 = \lambda. \quad (2.6)$$

При $\lambda/2 < a < \lambda$ (2.7)

это условие является условием единственности волны с $n=1$. Все волны с большими индексами не могут распространяться между двумя плоскостями.

При расстоянии $\lambda < a < \frac{3}{2}\lambda$ возникает волна с $n=2$ и не сможет возникнуть волна с $n=3$. Однако одновременно сможет существовать и волна с $n=1$ называемая основной. Таким образом, путем надлежащего выбора расстояния между плоскостями можно обеспечить условия одноволнового режима работы для волны основного типа и нельзя обеспечить условия одноволнового режима для волн высшего типа.

Поле в двухплоскостном волноводе можно рассматривать, как результат сложения плоских однородных волн называемых парциальными, многократно отраженных от его граничных поверхностей, т.е. допустима лучевая трактовка явлений в волноводах. Это свойство называют концепцией Бриллюэна.

Рассмотрим концепцию парциальных волн. Для чего сначала определим параметры плоской волны в двухплоскостном волноводе.

Коэффициент фазы, фазовая и групповая скорости, длина волны связаны друг с другом следующим образом:

1) вдоль направления падения волны, т.е. вдоль z_1 (рис.2.9):

$$\left. \begin{aligned} \beta &= \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}; \\ v_\phi &= \frac{\omega}{\beta} = v_0; \\ v_{гр} &= \frac{\partial \omega}{\partial \beta} = v_0; \\ \lambda &= \frac{2\pi}{\beta} = \frac{v_0}{f}, \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

где $v_0 = 1/\sqrt{\epsilon_a \mu_a} = C/\sqrt{\epsilon \mu}$ - скорость распространения волны в среде;

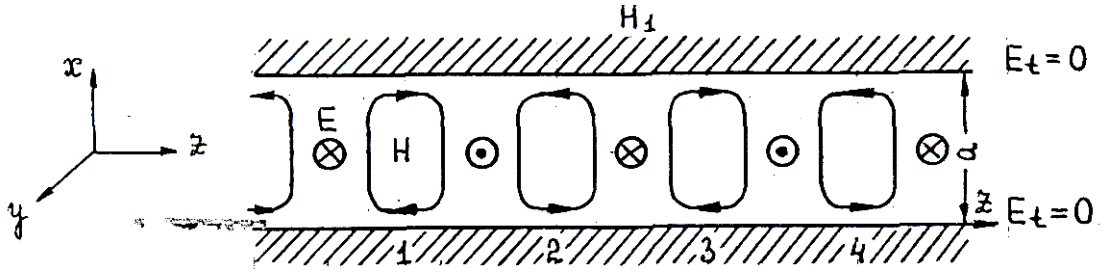


Рис.2.7. Картина поля при $n = 1$ и волне типа H

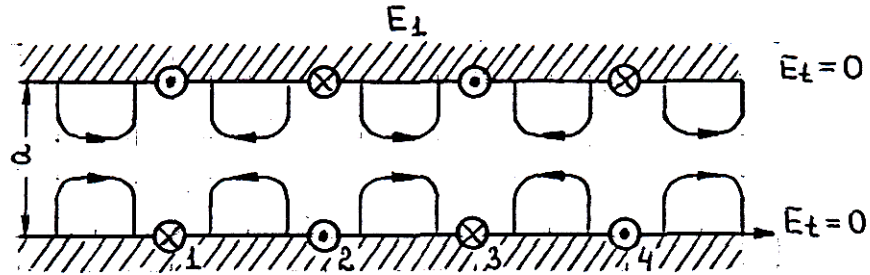


Рис.2.8. Картина поля при $n=1$ и волне типа E

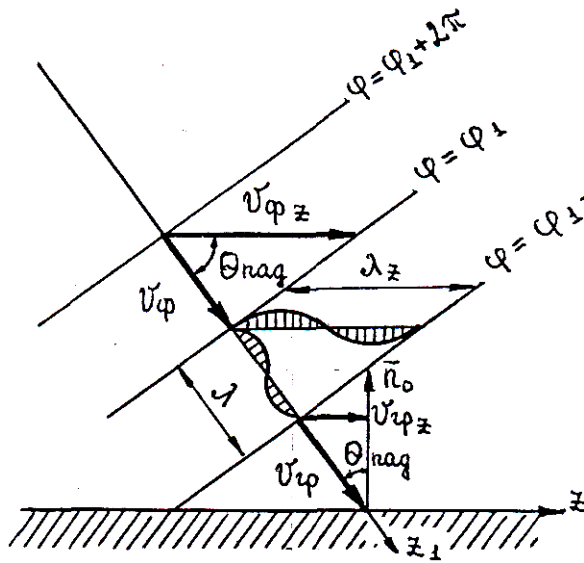


Рис.2.9. Фазовая, групповая скорости и длина волны

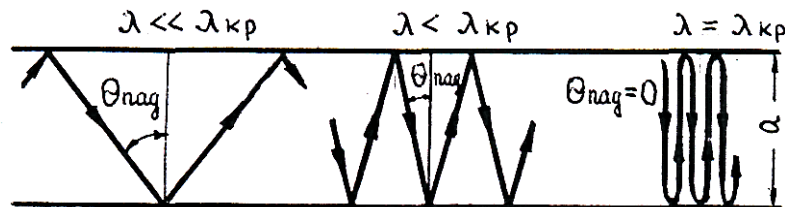


Рис.2.10. Лучевая трактовка процесса распространения волны в двухплоскостном волноводе

2) по направлению вдоль z (рис.2.9):

$$\left. \begin{aligned} \beta_z &= \beta \sin \theta_{\text{пад}}; \\ v_{\phi z} &= \frac{v_0}{\sin \theta_{\text{пад}}}; \\ v_{\text{гр}z} &= v_0 \sin \theta_{\text{пад}}; \\ \lambda_z &= \frac{\lambda}{\sin \theta_{\text{пад}}} = \frac{v_{\phi z}}{f}. \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

Исходя из приведенных выше формул следует, что параметры плоской волны в двухплоскостном волноводе определяются следующим образом:

-коэффициент фазы (для свободного пространства использовалось обозначение $\beta = 2\pi/\lambda$)

$$K_z = \beta \sin \theta_{\text{пад}}; \quad (2.10)$$

-фазовая скорость

$$v_{\phi} = \frac{\omega}{K_z} = \frac{v_0}{\sin \theta_{\text{пад}}}; \quad (2.11)$$

-групповая скорость

$$v_{\text{гр}} = \frac{\partial \omega}{\partial K_z} = v_0 \sin \theta_{\text{пад}}; \quad (2.12)$$

-длина волны

$$\lambda_{\text{в}} = \frac{2\pi}{K_z} = \frac{\lambda}{\sin \theta_{\text{пад}}}; \quad (2.13)$$

Из (2.13) следует, что длина волны в двухплоскостном волноводе $\lambda_{\text{в}}$ больше, чем в неограниченном пространстве λ при той же частоте колебаний. Из (2.11) и (2.12) следует так же, что $v_{\phi} > v_0$, а $v_{\text{гр}} < v_0$.

Выведем условие распространения волн в двухплоскостном волноводе.

При постоянных a , и n (n - число полуволн $(\lambda/2)$ укладываемых по размеру a) угол падения парциальной волны зависит от λ :

$$\cos \theta_{\text{пад}} = \omega_{\text{кр}} / \omega = \lambda_{\text{кр}} / \lambda = n\lambda / 2a. \quad (2.14)$$

Если $\lambda \ll \lambda_{\text{кр}} = 2a/n$, угол $\theta_{\text{пад}}$ близок к 90° , парциальные волны падают на стенки волновода полого (рис.2.10). По мере роста λ угол $\theta_{\text{пад}}$ уменьшается и, наконец, при $\lambda = \lambda_{\text{кр}} = 2a/n$, становится равным нулю; распространение волны прекращается. Таким образом, размер волновода ограничивает диапазон длин волн, которые способны в нем распространяться неравенством:

$$\lambda < \lambda_{\text{кр}} = 2a/n. \quad (2.15)$$

Назовем верхнюю границу диапазона, в котором волна заданного типа распространяется по волноводу, критической длиной волны $\lambda_{\text{кр}}$ (данном случае $\lambda_{\text{кр}} = 2a/n$). В волноводе могут распространяться только те колебания, у которых длина волны в свободном пространстве меньше критической:

$$\lambda < \lambda_{\text{кр}}. \quad (2.16)$$

Соответственно определяются критическая частота $f_{\text{кр}} = v_0/\lambda_{\text{кр}}$ и условие распространения

$$f > f_{\text{кр}} \quad (2.17)$$

При определении $K_z, v_{\text{ф}}, v_{\text{гр}}, \lambda_{\text{в}}$ по формулам (2.10)-(2.13) следует иметь в виду, что

$$\sin \theta_{\text{пад}} = \sqrt{1 - (\omega_{\text{кр}}/\omega)^2} = \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{\text{кр}})^2}. \quad (2.18)$$

Необходимо обратить внимание на то, что при $\lambda = \lambda_{\text{кр}}$ исходя из (2.11)-(2.13) неограниченно возрастают $\lambda_{\text{в}}$ и $v_{\text{ф}}$, а $v_{\text{гр}}$ стремиться к нулю. Это говорит о том, что при $\lambda \geq \lambda_{\text{кр}}$ волна в двухплоскостном волноводе не распространяется.

Приведенный анализ показывает, что может иметь место рас-

пространение волн вдоль оси z в прямоугольной трубе, т.е. в волноводе.

2.3. Вопросы для самопроверки

Первый уровень обученности

1. Показать, что при падении плоской волны на металлическую поверхность она будет распространяться вдоль границы раздела. 2. Поясните с помощью рисунков получение картин поля, возникающих у идеальной металлической плоскости при падении на нее плоской волны (при горизонтальной и вертикальной поляризации). 3. Какую волну называют волной магнитного типа? 4. Какую волну называют волной электрического типа? 5. Нарисуйте картины полей волн типов H_1 и E_1 . 6. Определите минимальное расстояние между плоскостями в двухплоскостном волноводе, при котором возможно существование волны с $n=1$. 7. В чем состоит концепция парциальных волн? 8. Чем отличаются параметры волны распространяющейся по направлению ее падения, от ее параметров при распространении вдоль границы раздела? 9. Показать, что длина волны в двухплоскостном волноводе больше, чем в неограниченном пространстве при той же частоте. 10. Какая длина волны называется критической?

Второй уровень обученности

11. Чем определяется масштаб картин поля, возникающих у металлической плоскости при падении на нее плоской волны? 12. Как определяется расстояние между плоскостями в двухплоскостном волноводе? 13. Получить условие единственности волны с $n=1$. 14. Почему нельзя обеспечить одноволновый режим для волн высшего типа? 15. Почему при $\lambda \geq \lambda_{кр}$ волна в двухплоскостном волноводе не распространяется?

3. ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ДИАПАЗОНА

3.1. Общие сведения о линиях передачи

Линией передачи (фидером) называется устройство, направляющее поток электромагнитной энергии в заданном направлении. Линии передачи служат для передачи (канализации) электромагнитной энергии от источника к потребителю, например от передатчика к антенне и от антенны к приемному устройству, а также для соединения отдельных частей и узлов радиоаппаратуры. На базе отрезков линий передачи конструируются многие СВЧ-элементы и узлы радиоаппаратуры.

Согласно рекомендациям Международного консультативного комитета (МКК) по радио к диапазону сверхвысоких частот (СВЧ) относят сантиметровые волны - от 1 до 10 см (3...30 ГГц). Однако на практике принято распространять СВЧ - диапазон на более широкий участок электромагнитного спектра, включающий дециметровые (ДМВ), сантиметровые (СМВ) и миллиметровые (ММВ) волны (см.рис.3.1).

На рис.3.2. показаны поперечные сечения применяемых линий передачи. Линии передачи могут быть открытыми или закрытыми. В открытых линиях передачи электромагнитное поле сообщается с пространством окружающей линию. В закрытых линиях передачи электромагнитное поле полностью изолировано от окружающего пространства. Простейшими открытыми линиями передачи являются однопроводная, двухпроводная и полосковая линии. Двухпроводные линии практически не излучают электромагнитные волны, если расстояние между проводами D много меньше длины волны λ ($D \ll \lambda$). Однако D должно быть достаточным, чтобы пробивное напряжение было меньше допустимого при выбранном уровне передаваемой мощности. Такие линии используются в метровом (МВ) и более длинноволновых диапазонах. При более коротких волнах в двухпроводных линиях значительно увеличиваются потери на излучение, поэтому в дециметровом диапазоне применяют закрытые линии передачи (рис.3.2,д-к).

Канализация энергии сверхвысоких частот по обычным двухпроводным линиям передачи практически невозможна ввиду того, что:

1) провода линии играют роль антенн (т.к. их поперечные размеры соизмеримы с длиной волны) и вместо того, чтобы пере-

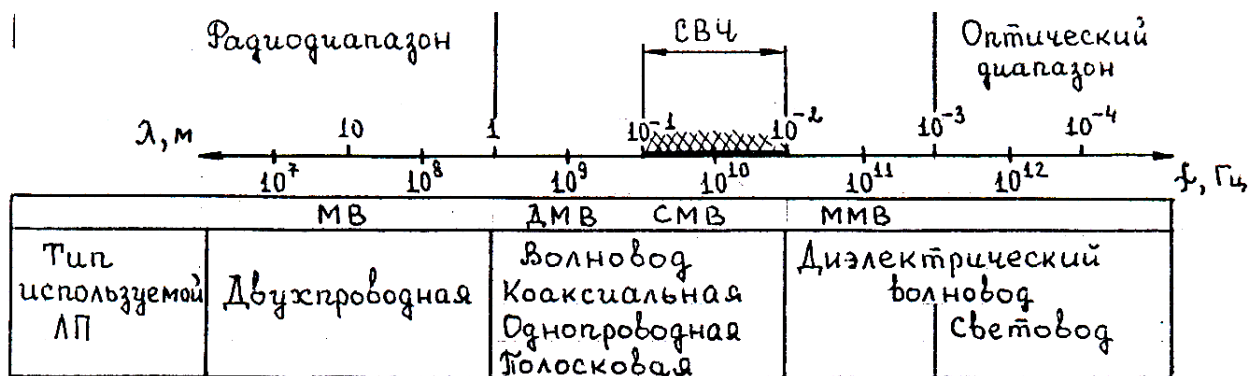


Рис.3.1. Спектр электромагнитных колебаний и типы линий передачи, применяемых на разных его участках

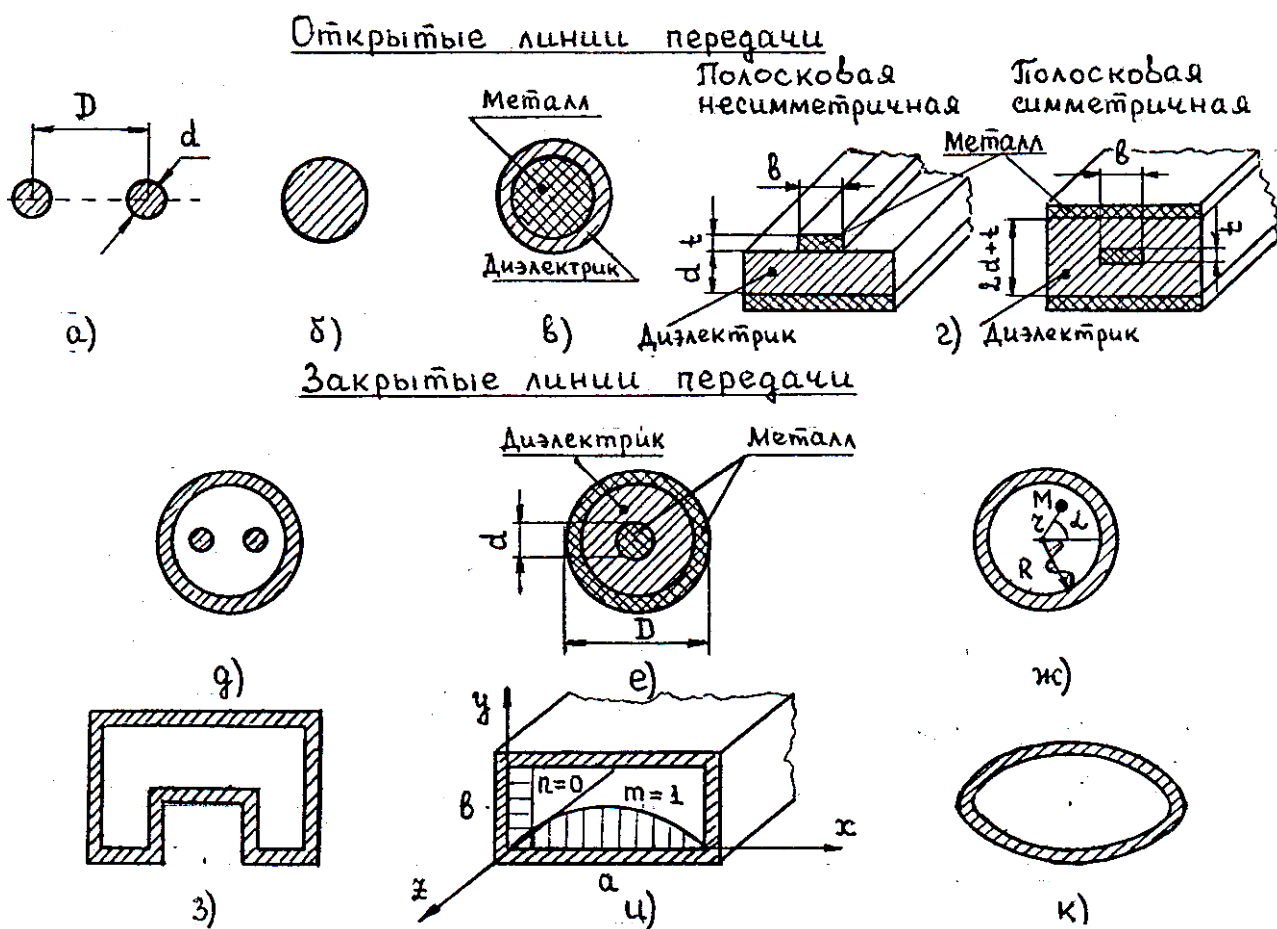


Рис.3.2. Поперечные сечения линий передачи: двухпроводной линии (а); диэлектрического волновода (б); однопроводной линии (в); полосковой линии (г); экранированной двухпроводной линии (д); коаксиальной линии (е); круглого волновода (ж); П-образного волновода (з); прямоугольного волновода (и); эллиптического волновода (к)

давать энергию потребителю, излучают ее в пространство;

2) активное сопротивление проводов линии при сверхвысоких частотах (СВЧ) в силу резко выраженного поверхностного эффекта оказывается настолько большим, что весьма значительная часть энергии затрачивается на нагрев проводов.

Полосковые линии находят широкое применение в микроэлектронике в связи с тем, что они позволяют существенно уменьшить габариты и массу фидеров, хотя при этом несколько увеличиваются потери на тепло и излучение.

В дециметровом и сантиметровом диапазонах канализация радиоволн осуществляется с помощью волноводов и коаксиальных кабелей. Волновод - полая металлическая труба постоянного поперечного сечения, заполненная идеальным диэлектриком или воздухом. Волноводы допускают передачу большой мощности с малыми потерями на излучение и тепло. Коаксиальную линию передачи (коаксиальный кабель) целесообразно применять на дециметровых и более длинных волнах. Применение коаксиального кабеля для канализации энергии сверхвысокой частоты невыгодно. Хотя в этом случае энергия в окружающее пространство не излучается (так как оболочка кабеля одновременно является и экраном), однако в кабеле велики потери энергии в жиле и диэлектрических шайбах (например, из полистирола или полиэтилена) с помощью которых жила крепится внутри кабеля.

В миллиметровом диапазоне используются диэлектрические волноводы из твердого диэлектрика, например, полистирола, без металлических стенок.

Использование волноводов на более длинных волнах нецелесообразно из-за больших поперечных размеров, так как последние всегда соизмеримы с рабочей длиной волны.

На рис.3.1 показано, какие типы линий передачи целесообразно применять на каких диапазонах.

Основные требования к линиям передачи: высокий коэффициент полезного действия, малые потери в проводнике и диэлектрике, малые отражения, достаточная для передаваемой мощности электрическая прочность, широкополосность, отсутствие заметных амплитудных и фазовых искажений в рабочем спектре частот и отсутствие

излучения в окружающее пространство. Кроме того, линия должна иметь малые габариты в сочетании с простотой конструкции и эксплуатации, а также, если это необходимо, обладать достаточной жесткостью и виброустойчивостью.

3.2. Поля различных типов волн в волноводах

На практике обычно используются прямоугольные и круглые волноводы, которые выполняются в виде труб прямоугольного и круглого сечений (рис.3.2,ж,и). Преимуществами этих волноводов являются простота и жесткость конструкции, высокая электрическая прочность и малые потери. Основными недостатками являются узкополосность (ширина полосы не более $\pm 20\%$ средней частоты) и наличие дисперсии.

Все волны распространяющиеся в волноводах, разделяются на два типа (см. подраздел 2.1):

Н-волны (магнитного типа), у которых есть продольная компонента магнитного поля H_z и равна нулю продольная компонента электрического поля E_z ($H_z \neq 0, E_z \equiv 0$);

Е-волны (электрического типа), у которых есть продольная компонента электрического поля E_z и равна нулю продольная компонента магнитного поля H_z ($E_z \neq 0, H_z \equiv 0$).

Направление оси z совпадает с продольной осью волновода (рис.3.2,и). Волны Е и Н независимы друг от друга. Некоторые из них представлены на рис.3.3. Н-волну называют также поперечно-электрической, а Е-волну поперечно-магнитной. Кроме волн Е и Н могут быть еще волны Т. Они возникают в коаксиальном кабеле (не в волноводе). В волне Т векторы \vec{E} и \vec{H} лежат в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны. Часто Е-волну обозначают ТМ, Н-волну - ТЕ, а Т-волну - ТЕМ.

В волноводе может существовать бесконечно большое число волн как типа Н, так и типа Е, отличающихся друг от друга структурой поля. Это различие отмечается в названии волны индексами m и n , которые ставятся около названия волны: H_{mn} и E_{mn} , где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ суть целые числа, включая ноль.

В прямоугольных волноводах эти индексы указывают: m - число стоячих полуволн поля, укладываемых вдоль большого поперечного размера волновода a (рис.3.2,и), индекс n - число стоячих полуволн вдоль меньшего поперечного размера волновода b .

В круглом волноводе индекс m показывает число стоячих полуволн поля укладываемых вдоль окружности поперечного сечения волновода, а индекс n - число переходов поля через нулевые значения вдоль радиуса r волновода, не считая нулевого значения при $r=0$ (рис.3.2,ж). Индекс, равный нулю означает, что поле вдоль соответствующего размера не меняется по величине (рис.3.2,и).

Процесс распространения электромагнитных волн в полости, прямоугольного волновода будем рассматривать, полагая, что его стенки выполнены из сверхпроводящего материала ($\gamma \rightarrow \infty$). При этом условии напряженность электрического поля на стенках волновода будет равна нулю (плотность тока $\bar{\delta} = \gamma \bar{E}$ конечна, поэтому при $\gamma \rightarrow \infty$ $\bar{E} \rightarrow 0$).

Полость волновода заполнена диэлектриком, диэлектрическая проницаемость которого ϵ_a . Оси координат расположим в соответствии с рис.3.2,и. Размеры полости волновода в направлении оси x обозначим буквой a , а в направлении оси y - буквой b . Длина волновода в направлении оси z неограниченна. Электромагнитное поле в волноводе описывается однородными волновыми уравнениями (уравнениями Гельмгольца)

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \dot{\bar{E}} + k^2 \dot{\bar{E}} &= 0; \\ \nabla^2 \dot{\bar{H}} + k^2 \dot{\bar{H}} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

Распространяющиеся в волноводе электромагнитные волны являются волнами, бегущими вдоль оси волновода (оси z) и стоячими в двух остальных направлениях. Стоячие волны в направлениях x и y образуются вследствие многократных отражений волн от стенок волновода (рис.2.10 и 3.4). Энергия электромагнитного поля в волноводе может быть разделена на два вида:

- 1) активную энергию, переносимую вдоль оси z ;
- 2) реактивную (запасенную) энергию, связанную с образова-

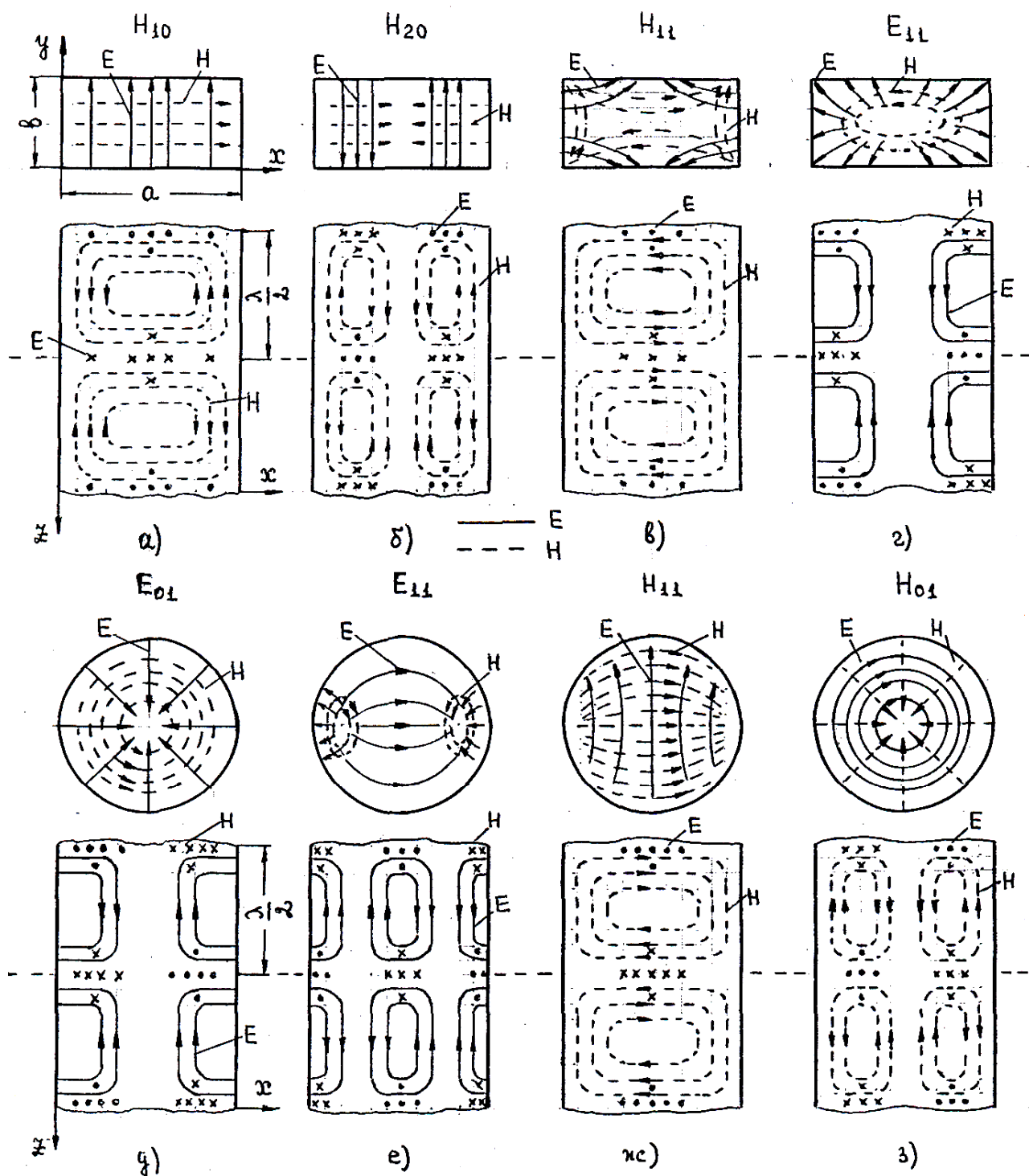


Рис.3.3. Силовые линии поля E и H в продольных и поперечных сечениях прямоугольных и круглых волноводов в докритическом режиме при различных типах волн: H_{10} , H_{20} , H_{11} , E_{11} - в прямоугольном и E_{01} , E_{11} , H_{11} , H_{01} - в круглом волноводе

нием поперечных стоячих волн вдоль осей x и y .

Анализ волн в волноводах производят посредством решения уравнений Гельмгольца (3.1) для составляющих \dot{E}_z или \dot{H}_z при равенстве нулю тангенциальной (касательной) составляющей вектора электрического поля на стенках волновода ($E_t = 0$), т.е. при использовании граничных условий на поверхности идеального проводника (металла) (2.23) [1].

Решая уравнения Гельмгольца, можно получить выражения (3.2) - (3.5) для составляющих (комплексных амплитуд) векторов напряженностей электрического и магнитного полей волн типов E_{mn} , и H_{mn} , в прямоугольном и круглом волноводах. Все эти выражения сведены в таблицы 3.1, 3.2, причем при их записи приняты следующие обозначения:

$$\dot{H}_{z0} = H_{zm} \cdot e^{j\varphi_0}, \quad \dot{E}_{z0} = E_{zm} \cdot e^{j\varphi_0}, \quad K_x = \frac{m\pi}{a}, \quad K_y = \frac{n\pi}{b}, \quad (3.6)$$

$$K^2 = K_{kp}^2 + K_z^2 = q^2 + K_z^2 = \omega^2 \varepsilon_a \mu_a, \quad K_{kp} = \omega_{kp} \sqrt{\varepsilon_a \mu_a} = \sqrt{K_x^2 + K_y^2},$$

$$K_z^2 = \omega^2 \varepsilon_a \mu_a - \sqrt{K_x^2 + K_y^2},$$

$m=0,1,2,\dots$, $n=0,1,2,\dots$ - для прямоугольного волновода с волной типа H_{mn} ;

$m=1,2,3,\dots$, $n=1,2,3,\dots$ - для прямоугольного волновода с волной типа E_{mn} ;

$$q_E = \frac{\beta_{mn}}{R}, \quad q_H = \frac{\mu_{mn}}{R}, \quad m=0,1,2,3,\dots, \quad (3.7)$$

$n=1,2,3,\dots$ - для круглого волновода;

φ_0 - начальная фаза напряженности магнитного или электрического поля, рад;

μ_a - абсолютная магнитная проницаемость, Г/м;

H_{zm} - действительная амплитуда напряженности продольного магнитного поля, А/м;

\dot{E}_{z0} - комплексная амплитуда напряженности продольной компоненты электрического поля;

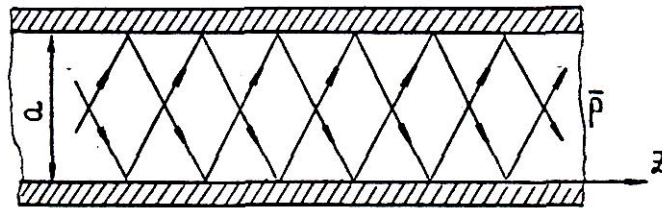


Рис.3.4. Представление волны типа H_{10} в виде совокупности плоских волн, отраженных от узких стенок волновода

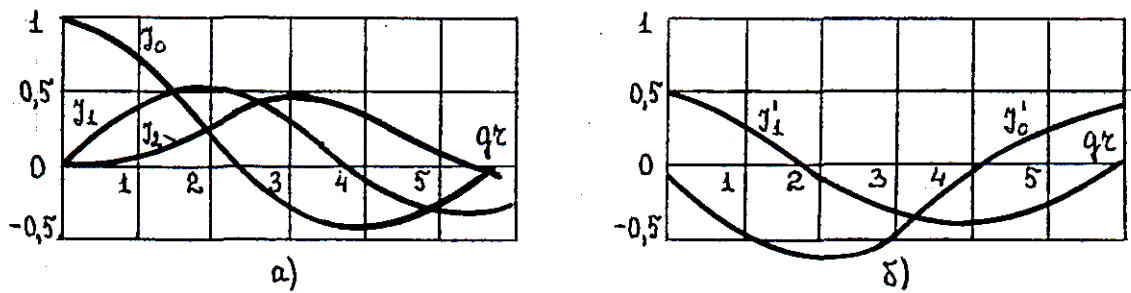


Рис.3.5. Графики функций Бесселя первого рода нулевого J_0 , первого J_1 и второго J_2 порядков (а) и их производных (б) в зависимости от аргумента qz .

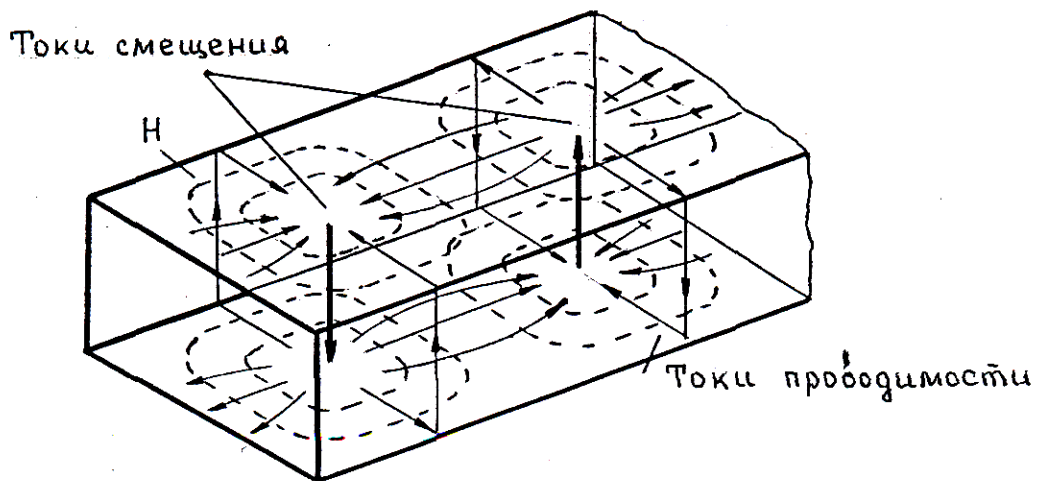


Рис.3.6. Распределение на стенках прямоугольного волновода с волной H_{10} поверхностных токов проводимости и силовых линий магнитного поля

\dot{E}_x, \dot{E}_y - комплексные амплитуды напряженности электрического поля, В/м;

R - радиус круглого волновода;

β_{mn} - корни функции Бесселя 1-го рода $J_m(qr)$;

μ_{mn} - корни производной функции Бесселя $J'_m(qr)$.

В [2] приведены таблицы (табл.П.1 и П.2) некоторых корней функции Бесселя 1-го рода β_{mn} , и корней производной функции Бесселя μ_{mn} .

В выражениях (3.2)-(3.5), приведенных в таблицах 3.1 и 3.2, тот факт, что волны являются бегущими вдоль оси z, в формально математическом отношении находит свое выражение в том, что каждая из составляющих волн при записи ее имеет множитель $e^{-K_z z}$, где K_z - коэффициент фазы в волноводе, рад/м или град/м.

Как известно, из решения краевой задачи в прямоугольном волноводе составляющие поля $E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z$ могут меняться вдоль поперечных координат x и y только по закону косинуса или синуса. Как видно из рис.3.7,а эти функции характеризуют законы изменения компонент поля вдоль этих координат. Какой закон относится к той или иной компоненте поля, зависит от граничных условий, которые должны выполняться для поля на металлических стенках волновода. Для примера на рис.3.7,а компоненты поля разнесены по эпюрам.

Как видно из (3.2) табл.3.1 у волн типа Н в прямоугольном волноводе оба индекса m и n не могут быть одновременно равны нулю, а только один из них: m или n, так как иначе все компоненты поля обратились бы тождественно в ноль. Отсюда типы волн с наименьшими значениями индексов - это волны типа H_{10} и H_{01} , структура поля волны типа H_{10} приведена на рис.3.3,а. Для того, чтобы написать поля волны типа H_{10} и H_{20} , надо в (3.2) и (3.6) подставить $m = 1$ и $n = 0$ или $m = 2$. Как видно, при этом некоторые компоненты поля обратятся в ноль.

Структура поля в волноводе и токов на стенках волновода с волной H_{20} повторяет дважды со сдвигом по фазе на π на широкой стенке "а" картину поля волны H_{10} (рис.3.3,б).

Индексы m и n у волн типа E в прямоугольном волноводе не

Выражения для составляющих векторов напряженностей электрического и магнитного полей волн типов H_{mn} , и E_{mn} , в прямоугольном волноводе

	H_{mn} (3.2)	E_{mn} (3.3)
\dot{H}_x	$j\dot{H}_{z_0} \frac{K_z K_x}{K_{кр}^2} \sin(K_x x) \cos(K_y y) e^{-jK_z z}$	$j\dot{E}_{z_0} \frac{\omega \mu_a K_y}{K_{кр}^2} \sin(K_x x) \cos(K_y y) e^{-jK_z z}$
\dot{H}_y	$j\dot{H}_{z_0} \frac{K_z K_y}{K_{кр}^2} \cos(K_x x) \sin(K_y y) e^{-jK_z z}$	$-j\dot{E}_{z_0} \frac{\omega \mu_a K_x}{K_{кр}^2} \cos(K_x x) \sin(K_y y) e^{-jK_z z}$
\dot{H}_z	$\dot{H}_{z_0} \cos(K_x x) \cos(K_y y) e^{-jK_z z}$	0
\dot{E}_x	$j\dot{H}_{z_0} \frac{\omega \mu_a K_y}{K_{кр}^2} \cos(K_x x) \sin(K_y y) e^{-jK_z z}$	$-j\dot{E}_{z_0} \frac{K_z K_x}{K_{кр}^2} \cos(K_x x) \sin(K_y y) e^{-jK_z z}$
\dot{E}_y	$-j\dot{H}_{z_0} \frac{\omega \mu_a K_x}{K_{кр}^2} \sin(K_x x) \cos(K_y y) e^{-jK_z z}$	$-j\dot{E}_{z_0} \frac{K_z K_y}{K_{кр}^2} \sin(K_x x) \cos(K_y y) e^{-jK_z z}$
\dot{E}_z	0	$\dot{E}_{z_0} \sin(K_x x) \sin(K_y y) e^{-jK_z z}$

Выражения для составляющих векторов напряженностей электрического и магнитного полей волн типов H_{mn} , и E_{mn} , в круглом волноводе

	H_{mn} (3.4)	E_{mn} (3.4)
\dot{H}_r	$-j \frac{K_z}{q_H} \dot{H}_{z_0} J'_m(q_H r) \cos(m\alpha) e^{-jK_z z}$	$-j \frac{m\omega \varepsilon_a}{r q_E^2} \dot{E}_{z_0} J_m(q_E r) \sin(m\alpha) e^{-jK_z z}$
\dot{H}_α	$j \frac{mK_z}{r q_H^2} \dot{H}_{z_0} J_m(q_H r) \sin(m\alpha) e^{-jK_z z}$	$-j \frac{\omega \varepsilon_a}{q_E} \dot{E}_{z_0} J'_m(q_E r) \cos(m\alpha) e^{-jK_z z}$
\dot{H}_z	$\dot{H}_{z_0} J_m(q_H r) \cos(m\alpha) e^{-jK_z z}$	0
\dot{E}_r	$\frac{m\omega \mu_a}{r q_H^2} \dot{H}_{z_0} J_m(q_H r) \sin(m\alpha) e^{-jK_z z}$	$-j \dot{E}_{z_0} \frac{K_z}{q_E} J'_m(q_E r) \cos(m\alpha) e^{-jK_z z}$
\dot{E}_α	$j \frac{\omega \mu_a}{q_H} \dot{H}_{z_0} J'_m(q_H r) \cos(m\alpha) e^{-jK_z z}$	$j \frac{mK_z}{r q_E^2} \dot{E}_{z_0} J_m(q_E r) \sin(m\alpha) e^{-jK_z z}$
\dot{E}_z	0	$\dot{E}_{z_0} J_m(q_E r) \cos(m\alpha) e^{-jK_z z}$

могут быть равны нулю, так как все поля тождественно обратятся в ноль, поэтому низший тип волны - это E_{11} со структурой поля, приведенной на рис.3.3,г. Поля волн E_{mn} , являются m - и n - кратным повторением картины поля волны E_{11} ; m раз вдоль размера a , и n раз вдоль размера b .

Как видно из (3.4) и (3.5) приведенных в табл.3.2, законы изменения полей вдоль азимута в круглом волноводе - косинусоидальный или синусоидальный, а вдоль радиуса r поля меняются по закону функции Бесселя первого рода $J_m(qr)$ или их производных $J'_m(qr)$. Функции эти (рис. 3.5) осциллирующие - меняющие знак, затухающие с убывающей амплитудой, непериодические и ни при каких значениях аргумента qr не обращающиеся в бесконечность. Эти функции различаются порядком $m=0,1,2,3,\dots$, который проставляется в виде индекса.

Например, функция Бесселя нулевого порядка от аргумента qr обозначается $J_0(qr)$, первого порядка - $J_1(qr)$, и т.д. Те значения аргумента функции qr , при которых функция Бесселя обращается в ноль, называются корнями этой функции и обозначаются β_{mn} . Корни производной функции Бесселя $J'(qr)$ обозначаются μ_{mn} . Число этих корней велико. Каждому корню придается свой номер $n=1,2,3,\dots$, который всегда целочислен. Нулевые значения функции Бесселя и ее производной при $r=0$ за корень не считаются.

Рассмотрим упрощенную методику построения картин поля в волноводе (в режиме бегущей волны, без учета потерь) с помощью граничных условий на поверхности идеального проводника (2.47)-(2.50) [1].

Она базируется на следующих основных положениях:

- 1) волны E типа обладают продольной составляющей электрического поля, ориентированной вдоль оси распространения; магнитное поле расположено в поперечной плоскости;
- 2) волны H типа обладают продольной составляющей магнитного поля, ориентированной вдоль оси распространения; электрическое поле расположено в поперечной плоскости;
- 3) электрические силовые линии подходят нормально к поверхности идеального металла; у поверхности металла не может

быть тангенциального (касательного) электрического поля (так как касательные составляющие поля E около стенок равны нулю $E_t = 0$);

4) электрические силовые линии могут быть замкнутыми, или, согласно граничному условию $\overline{D}_n = \delta$ ($\overline{E}_n = \delta/\epsilon_a$), начинаться или кончаться на поверхностных зарядах, расположенных с плотностью δ на стенках волновода;

5) к стенкам (к поверхности идеального металла) магнитные силовые линии подходят тангенциально, так как их нормальные составляющие равны нулю ($\overline{B}_n = 0$);

6) магнитные силовые линии представляют собой замкнутые петли, так как они не имеют истоков и стоков ($\text{div}\overline{B} = 0$).

На металлической внутренней поверхности стенок волновода касательное к ней магнитное поле \overline{H}_t всегда перпендикулярно поверхностной плотности тока $\overline{H}_t = [\overline{\delta}_s \overline{n}_0]$. Картина силовых линий поверхностной плотности тока $\overline{\delta}_s$ на внутренних стенках волновода для волны типа H_{10} показана на рис.3.6.

Как указывалось выше, граничные условия электродинамики требуют, чтобы на СВЧ в ноль обращались компоненты поля \overline{B}_n и \overline{E}_t ($\overline{B}_n = 0, \overline{E}_t = 0$). Выполнение этих граничных условий должно приводить к тому, что в прямоугольном волноводе на боковых стенках (т.е. при $x=0$ и $x=a$) в ноль должны обращаться поля E_y, H_x, E_z ; на горизонтальных стенках (т.е. при $y=0$ и $y=b$) в ноль должны обращаться поля E_x, H_y, E_z ; в круглых волноводах при $r=R$ в ноль должно обращаться поле E_α, E_z, H_r . Другие компоненты поля на этих стенках конечны и максимальны.

3.3. Режимы в волноводах

Волновод, возбуждаемый частотой ω , может находиться относительно каждого типа волны H_{mn} и E_{mn} , в одном из трех режимов: докритическом, критическом или закритическом. Какой это будет режим, определяется соотношением частоты возбуждения (частоты генератора) ω и так называемой критической частоты $\omega_{кр}$ данного типа волны.

Ранее было показано (см. подраздел 2.2), что электромагнитные волны распространяются в волноводе за счет многократного переотражения от его металлических стенок. Такой способ распространения волны приводит к тому, что в волноводе имеет место дисперсия, т.е. зависимость фазовой v_ϕ и групповой $v_{гр}$ скоростей от частоты возбуждения (рис.3.9). В свою очередь наличие дисперсии приводит к существованию в волноводе критической частоты $\omega_{кр}$.

В прямоугольном волноводе критические частоты волн типа Н и Е с одинаковыми сочетаниями индексов m и n одинаковы:

$$\omega_{кр} = v_0 \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}, \quad (3.8)$$

где $v_0 = 1/\sqrt{\epsilon_a \mu_a} = C/\sqrt{\epsilon\mu}$ - скорость света в данном диэлектрике.

Как видно, число критических частот бесконечно, а каждая из них зависит от поперечных размеров волновода a и b , от параметров диэлектрика (ϵ_a и μ_a) и, конечно, от типа волны (значений индексов m и n).

Иногда вместо критической частоты вводится понятие критической длины волны, которая связана с критической частотой через скорость света в данном диэлектрике v_0

$$\lambda_{кр} = \frac{v_0}{f_{кр}} = \frac{1}{f_{кр} \sqrt{\epsilon_a \mu_a}} = \frac{C}{f_{кр} \sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{2\pi}{K_{кр}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}, \quad (3.9)$$

где $K_{кр} = 2\pi f_{кр} \sqrt{\epsilon_a \mu_a}$.

Из (3.9) видно, что критическая длина волны не зависит от параметров диэлектрика, а зависит только от типа волны и размеров волновода.

Основной волной называют в волноводе ту волну, у которой критическая длина волны ($\lambda_{кр}$) самая большая, по сравнению с критическими длинами волн других типов. В прямоугольном волноводе (рис.3.12,а) основной волной является волна H_{10} ($\lambda_{кр} = 2a$).

Критическая длина волны совпадает с длиной волны генератора,

возбуждающей волновод в критическом режиме, только при воздушном заполнении, когда $v_0 = C$.

В круглом волноводе критические частоты и критические длины волн имеют разные значения у волн типа Н и Е даже с одинаковыми индексами.

Для волн типа E_{mn} :

$$\omega_{\text{кр}E_{mn}} = \frac{q_E}{\sqrt{\epsilon_a \mu_a}}; \quad \lambda_{\text{кр}E_{mn}} = \frac{2\pi}{q_E}, \quad \text{где} \quad q_E = \frac{\beta_{mn}}{R}. \quad (3.10)$$

Для волн типа H_{mn} :

$$\omega_{\text{кр}H_{mn}} = \frac{q_H}{\sqrt{\epsilon_a \mu_a}}; \quad \lambda_{\text{кр}H_{mn}} = \frac{2\pi}{q_H}, \quad \text{где} \quad q_H = \frac{\mu_{mn}}{R}. \quad (3.11)$$

В круглом волноводе наибольшей критической длиной волны обладает волна H_{11} , так как наименьшую величину имеет корень μ_{11} (см.табл.П.1 [2]). Это волна является основной в круглом волноводе.

К числу важнейших параметров волны в волноводе относятся: длина волны в волноводе λ_v , фазовая v_ϕ и групповая $v_{гр}$ скорости.

Исходя из (2.13),(2.18) и (3.6) следует, что длина волны в волноводе равна

$$\lambda_v = \frac{2\pi}{K_z} = \frac{2\pi}{\sqrt{K^2 - K_{\text{кр}}^2}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}} > \lambda \quad (3.12)$$

где $\lambda_0 = \lambda/\sqrt{\epsilon\mu}$, $\lambda = C/f$, $f = \omega/2\pi$ - частота возбуждения волновода.

Из (2.11),(2.12) и (2.18) можно найти фазовую скорость

$$v_\phi = \lambda_v f = \frac{C}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}} > C \quad (3.13)$$

и групповую скорость

$$v_{\text{гр}} = C \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2} > C \quad (3.14)$$

Докритический режим (основной режим). Если $\omega > \omega_{\text{кр}}$ (частота возбуждения выше критической частоты) для данного типа волны, то режим называется докритическим. В докритическом режиме работы волновода коэффициент фазы K_z величина действительная, т.е. $K_z^2 = K^2 - K_{\text{кр}}^2 > 0$. Это приводит к следующему условию возникновения, докритического режима: $K > K_{\text{кр}}$ или $\omega > \omega_{\text{кр}}$ (см.(3.6)). Коэффициент фазы показывает набег фазы в волноводе на единице его длины. Наличие набег фазы говорит о том, что электромагнитная волна распространяется по волноводу.

В докритическом режиме поперечные поля E_{\perp} и H_{\perp} (т.е. E_x, E_y, H_x, H_y - в прямоугольном и $E_r, E_{\alpha}, H_r, H_{\alpha}$ - в круглом волноводах) синфазны ($\varphi_E - \varphi_H = 0$) во времени (см. (3.2) - (3.5)) и вектор Пойнтинга усредненный за период

$$\bar{p}_{\text{ср}} = \frac{1}{2} [E_{\perp} H_{\perp}] \cos(\varphi_E - \varphi_H), \quad (3.15)$$

отличен от нуля и максимален. Следовательно, в докритическом режиме в волноводе возможно распространение энергии электромагнитной волны. Энергия и фаза волны распространяются вдоль волновода с конечными скоростями (см.(3.13) и (3.14)).

Если на конце волновода включена согласованная нагрузка, то в волноводе существует режим бегущей волны. При отсутствии потерь поле, возбуждаемое на одной частоте, монохроматично. Закон изменения мгновенных значений поля вдоль волновода гармонический с неменяющейся вдоль волновода амплитудой. При фиксированных координатах x и y усредненное во времени поле неизменно вдоль волновода. Фаза поля E и H , равная $\omega t - K_z z$, непрерывно убывает с ростом z в направлении от источника возбуждения.

Как видно из (3.12), длина волны в волноводе, заполненно

воздухом ($\varepsilon = \mu = 1$), не равна длине волны в свободном пространстве ($\lambda = c/f$) на заданной частоте, а всегда больше ее. Длина волны в волноводе зависит не только от частоты, но и от близости к критическому режиму (от отношения $\lambda_0/\lambda_{кр}$). Закон зависимости λ_B от частоты возбуждения ω показан на рис.3.9. Там же приведены зависимости фазовой и групповой скоростей от частоты ω (см.(3.13)и(3.14)). Как видно, с ростом частоты длина волны в волноводе уменьшается, фазовая скорость стремится к скорости света в данном диэлектрике v_0 и всегда больше ее, а групповая скорость с ростом частоты также стремится к скорости v_0 , но всегда меньше ее.

На рис. 3.3 приведены картины силовых линий поля волн H_{mn}, E_{mn} в прямоугольном и круглом волноводах в докритическом режиме.

Как видно, поперечные поля E_{\perp} и H_{\perp} взаимно перпендикулярны а места расположения их максимумов совпадают по длине волновода, так как именно эти составляющие поля определяют вектор Пойнтинга (см.(3.15)) направленный вдоль волновода. Моменты времени, когда эти поля проходят через свои максимальные значения, совпадают.

Критический режим. Если $\omega = \omega_{кр}$ для данного типа волновода, то режим называется критическим. В критическом режиме коэффициент фазы в волноводе K_z равен нулю.

Напомним, что коэффициент фазы показывает набег фазы на единице длины линии передачи в режиме бегущей волны. Отсутствие *набега* фазы говорит о том, что электромагнитная волна не распространяется по волноводу. В этом случае из (3.б) следует, что $K = K_{кр}$ и, следовательно, $\omega = \omega_{кр}$. Согласно (3.2)-(3.5) все компоненты поля теряют зависимость от координаты z , т.е. вдоль направления распространения волны. Во всех точках, как поле E так и поле H , имеют одинаковую фазу, не зависящую от координат x , y и z . Иначе говоря, в этом режиме ни фаза, ни амплитуда поля не зависят от продольной координаты z . При этом фазы поперечных компонент поля E и H (см. (3.2) -(3.5) при $K_z = 0$) взаимно сдвинуты на $\pi/2$ ($\varphi_E - \varphi_H = \pi/2$). Отсюда ясно, что поле носит реактивный характер, и передача

энергии вдоль волновода отсутствует: вектор Пойнтинга и скорость движения энергии поля равны нулю (см.(3.14),(3.15) и рис.3.9). Из зависимостей приведенных на рис.3.9 видно, что $\lambda_B \rightarrow \infty$ $v_{\phi} \rightarrow \infty$ и $v_{гр} = 0$. На частотах, близких к крити-ческим. затухание волн очень велико, так как при этом растет длина волны в волноводе ($\lambda_B \rightarrow \infty$), силовые линии магнитного поля вытягиваются вдоль стенок волновода (рис.3.7,6 и рис. 3.8,б,д) и токи проводимости (рис.3.б) равномерно заполняют стенки. Равномерное заполнение стенок токами приводит к большим тепловым потерям.

Закритический режим. Если $\omega < \omega_{кр}$ для данного типа волновода то режим называется закритическим.

В закритическом режиме коэффициент фазы мнимая величина, т.е. $K_z = -jK'_z$ ($K_z^2 < 0$). Отсюда из (3.6) $K^2 < K_{кр}^2$ или $\omega < \omega_{кр}$. Как видно из (3.2) - (3.5) магнитное поле во всех точках имеет одинаковую фазу так же, как и электрическое поле. Взаимно поля E и H сдвинуты по фазе на $\pi/2$ поэтому поле носит реактивный характерен передача его энергии вдоль волновода отсутствует.

В отличие от критического режима амплитуда поля вдоль волновода неодинакова и меняется, убывая по экспоненциальному закону

$$\dot{E} = \dot{E}_m(x, y)e^{j[\omega t - (-jK'_z z)]} = \dot{E}_m(x, y)e^{j\omega t}e^{-K'_z z}$$

Это убывание поля имеет место даже тогда, когда потери в стенках и диэлектрике отсутствуют, т.е. $\lambda = 0$. Оно обязано интерференционным явлениям, а не потерями. Картины поля в закритическом режиме показаны на рис.3.7,в - для волны, H_{10} в прямоугольном волноводе и на рис.3.8,в и рис.3.8,е - для волн H_{11} и E_{01} в круглом волноводе.

Отношение амплитуд поля в закритическом режиме, находящихся на расстоянии ΔZ_m , равно (см. рис. 3.10)

$$\frac{E(z + \Delta z)}{E(z)} = e^{-K'_z z} \quad (3.17)$$

где $K'_z = \sqrt{K_{кр}^2 - K^2} = \sqrt{\left(\frac{\omega_{кр}}{\omega}\right)^2 - 1}$

Естественно, что при мнимом коэффициенте фазы понятия длины волны в волноводе и фазовой скорости теряют смысл.

Во всех трех режимах закон изменения поля во времени остается гармоническим.

3.4. Затухание волн в волноводах

При наличии потерь в стенках и в диэлектрике в докритическом режиме, когда вектор Пойнтинга, усредненный за период, отличен от нуля, амплитуда поля, синусоидально меняющегося вдоль волновода, не остается постоянной, а убывает по экспоненциальному закону $e^{-\alpha z}$ рис.3.10, где α измеряется в Неп/м. По такому же закону уменьшается вдоль волновода поле, усредненное во времени. Быстрота убывания поля определяется величиной потерь, т.е. коэффициентом затухания α : чем он больше, тем быстрее убывает амплитуда поля. Коэффициент затухания об является модулем мнимой части комплексного коэффициента распространения

$$\dot{K}_z = K_z - j\alpha \quad (3.18)$$

Коэффициент затухания, измеренный в Неп/м, - это натуральный логарифм отношения амплитуд поля, находящихся на расстоянии 1м:

$$\alpha = \frac{\ln \frac{E_m(z)}{E_m(z + \Delta z)}}{\Delta z}, \quad \frac{\text{Неп}}{\text{м}} \quad (3.19)$$

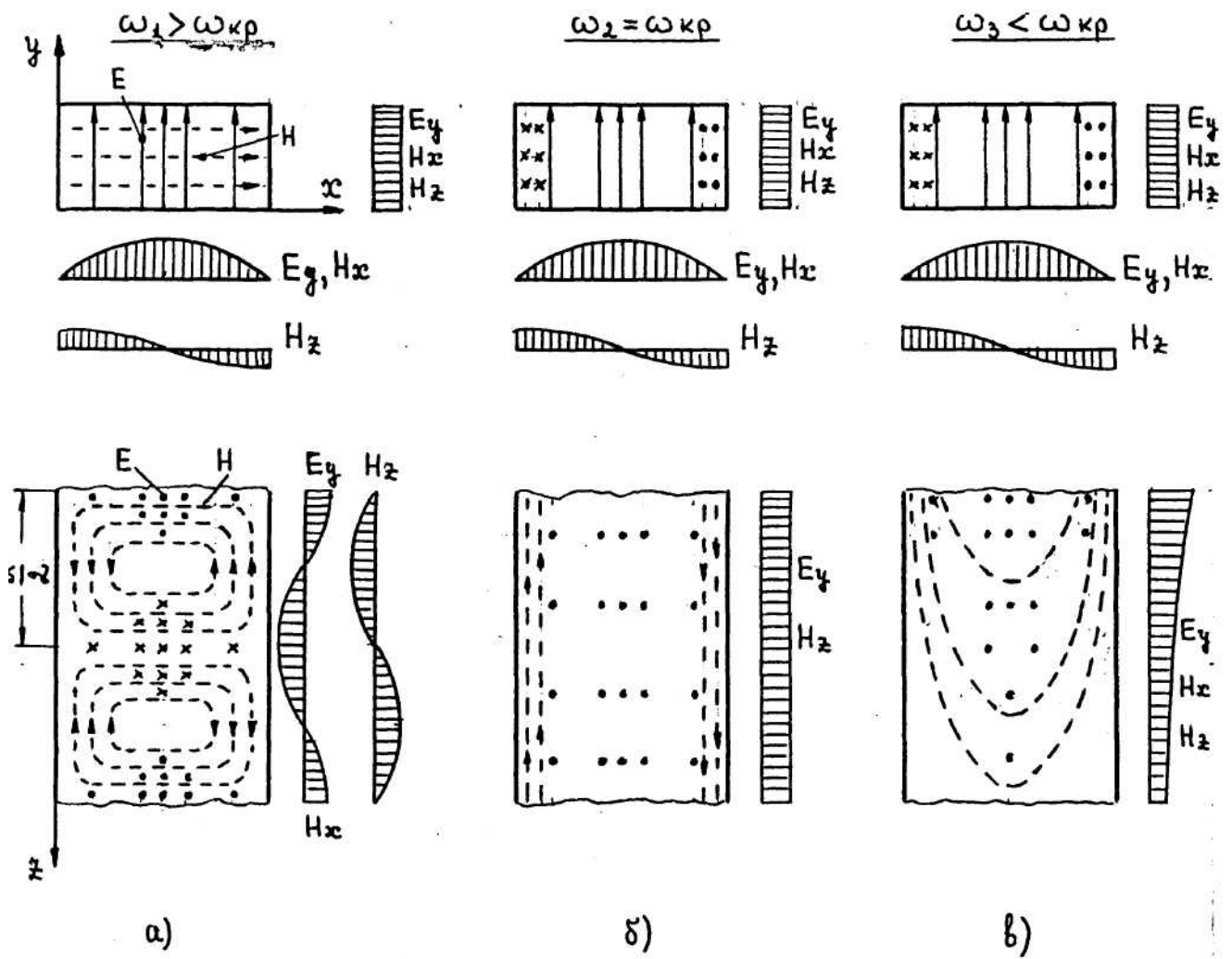


Рис. 3.7. Структура поля волны H_{10} в прямоугольном волноводе в трех режимах: а) докритическом; б) критическом; и в) закритическом

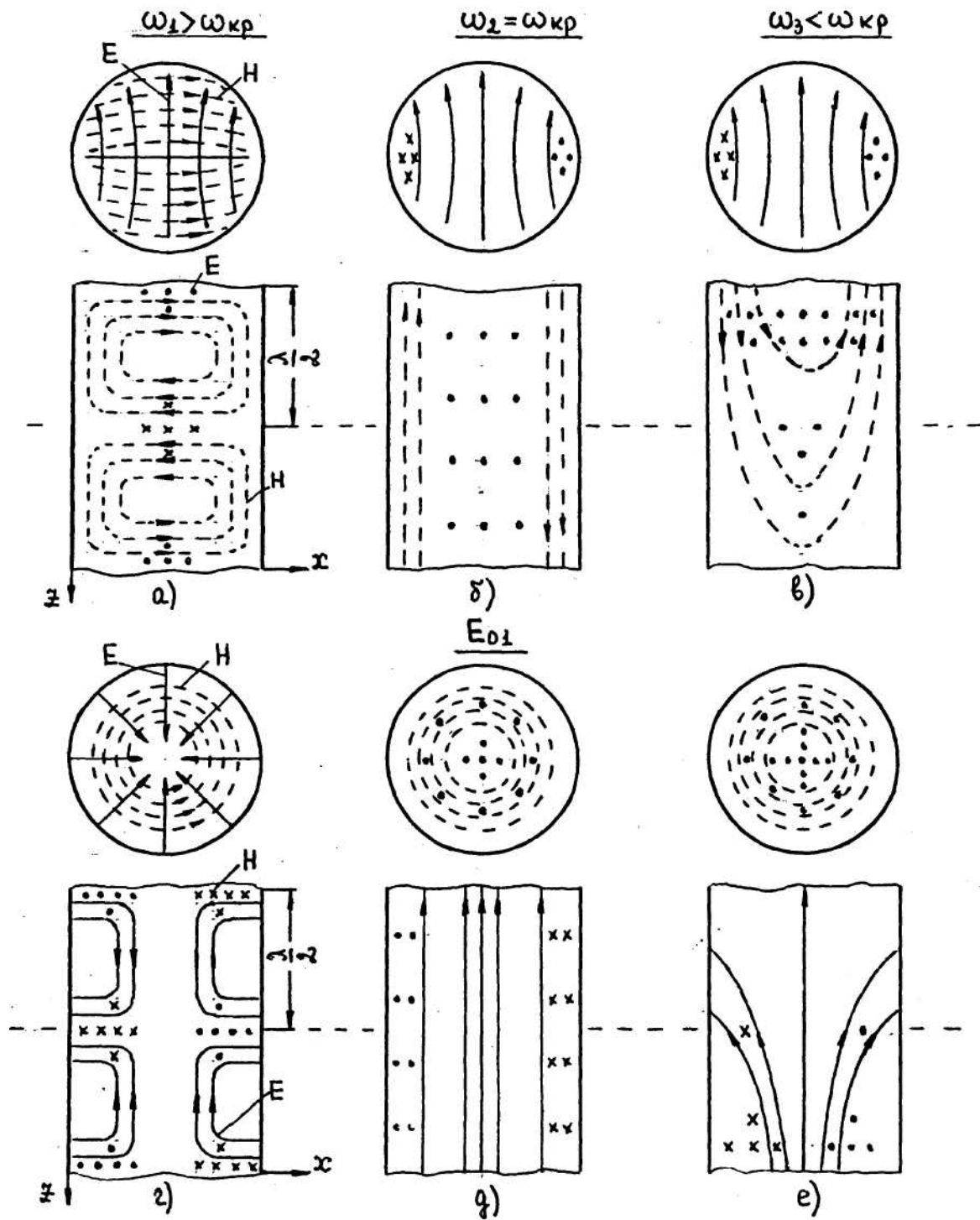


Рис. 3.8. Структура поля волн H_{11} и E_{01} в круглом волноводе в трех режимах: докритическом (а,г); критическом (б,д); закритическом (в,е)

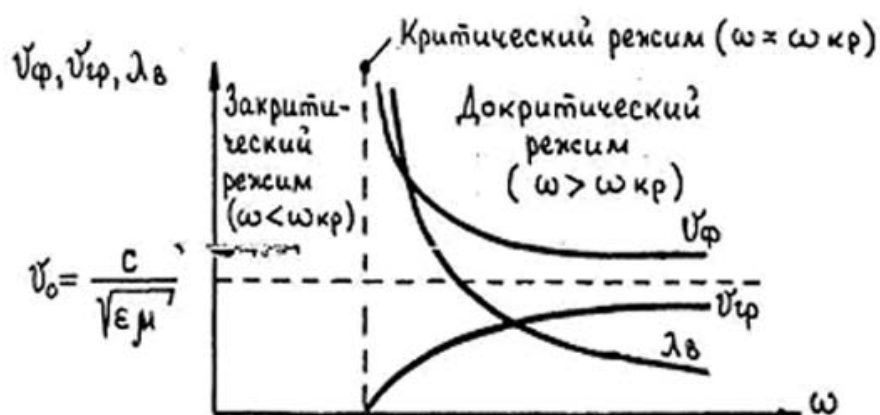


Рис.3.9. Зависимость длины волны в волноводе λ_b фазовой v_ϕ и групповой v_{gr} скоростей от частоты возбуждения ω

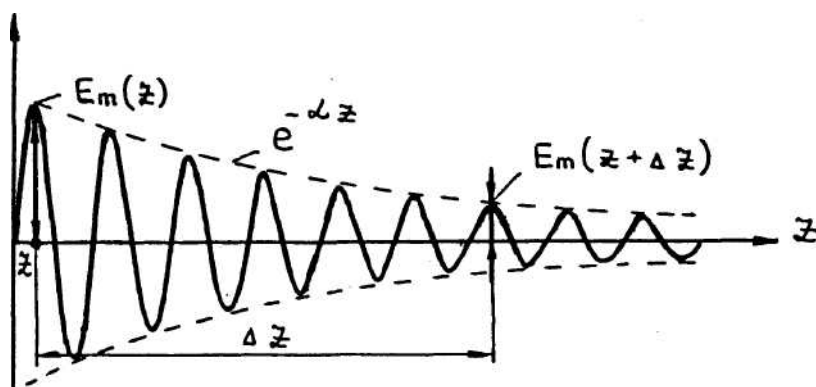


Рис.3.10. Изменение амплитуды затухающих колебаний вдоль направления распространения волны при наличии потерь

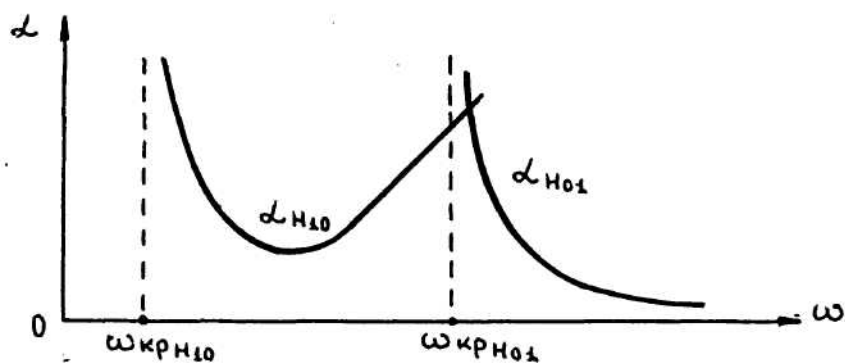


Рис.3.11. Коэффициент затухания поля в волноводе с волной H_{10} в прямоугольном и волны H_{01} в круглом волноводах

$$\alpha = \frac{20}{\Delta Z} \cdot \lg \frac{E_m(Z)}{E_m(Z + \Delta Z)} = \frac{10}{\Delta Z} \cdot \lg \frac{|\overline{p_{cp}}(Z)|}{|\overline{p_{cp}}(Z + \Delta Z)|}, \frac{\text{дБ}}{\text{м}}$$

или в дБ/м

(3.20)

Если надо перевести отсчет в Неп из дБ, или наоборот, то следует знать, что

$$\alpha, \frac{\text{дБ}}{\text{м}} = 8,69 \alpha, \frac{\text{Неп}}{\text{м}}$$
(3.21)

Коэффициент затухания за счет потерь в проводниках у волн различных типов неодинаков, так как он зависит от формы силовых линий поверхностной плотности токов на стенках волноводов, которая различна у разных типов волн (рис.3.6).

Коэффициент затухания волн типа H_{10} и H_{20} прямоугольном волноводе при воздушном заполнении равен

$$\alpha = \frac{0.023 \cdot R_s \left[\frac{1}{b} + \frac{2}{a} \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}} \right)^2 \right]}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}} \right)^2}}, \frac{\text{дБ}}{\text{м}}$$
(3.22)

где a и b внутренние размеры волновода, м;

R_s - удельное поверхностное сопротивление, Ом.

Коэффициенты затухания в круглом волноводе равны у волны H_{11}

$$\alpha = \frac{0.023 R_s \left[\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}} \right)^2 + 0.416 \right]}{R \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}} \right)^2}}, \frac{\text{дБ}}{\text{м}}$$
(3.23)

у волны E_{01}

$$\alpha = \frac{0.023R_s}{R\sqrt{1-\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}}, \frac{\text{дБ}}{\text{м}} \quad (3.24)$$

где R - внутренний радиус волновода.

На рис.3.11 представлены графики, показывающие характер зависимости затухания от частоты. При частотах, близких к критическим, затухание очень велико, так как при этом растет длина волны в волноводе (см.(3.12) и рис 3.9;3.7,б;3.8,б,д) и токи проводимости равномерно заполняют стенки. Равномерное заполнение стенок токами приводит к большим тепловым потерям. Увеличение затухания с ростом частоты объясняется поверхностным эффектом.

На рис.3.11 представлен график $\alpha(\omega)$ для уникальной волны H_{01} в круглом волноводе: только у этой волны с ростом частоты затухание монотонно убывает, что делает целесообразным ее использование в качестве рабочей волны в миллиметровом диапазоне волн [3].

Для уменьшения потерь в стенках надо использовать немагнитные материалы с высокой проводимостью, например, латунь, медь, алюминий, а также наносить покрытия из особо хорошо проводящих материалов слабо подверженных коррозии. Толщина покрытий должна быть равной нескольким глубинам проникновения и, следовательно, должна зависеть от рабочей частоты. Кроме того, следует использовать высокий класс чистоты обработки поверхности, например, $\nabla 7 - \nabla 9$ (электрополировка) в сантиметровом диапазоне волн. При эксплуатации волноводов следует помнить, что поверхность внутренних стенок должна быть чистой: свободной от пыли, хорошо полированной и не покрытой пленками плохо проводящих окислов.

К очень большим затуханиям амплитуды поля может приводить выпавшая при конденсации на внутренних стенках влага. Так, в трехсантиметровом диапазоне пленка толщиной 0,9 мм приводит к тому, что сигнал почти полностью поглощается. Поэтому волноводы, работающие в бортовой аппаратуре, в условиях низких температур, обычно герметизируются и заполняются осушенным воздухом.

3.5 Отражения в линиях передачи и необходимость их согласования

В любой линии передачи, особенно, на СВЧ, когда ее электрическая длина l/λ значительно больше единицы необходимо стремиться к тому, чтобы линия была согласована с нагрузкой. Это означает, что нагрузка линии должна быть активной, с проводимостью равной волновой проводимости линии. При этом в линии отсутствует отраженная от нагрузки волна и устанавливается режим бегущей волны, при котором, если нет потерь, усредненное во времени значение поля вдоль линии неизменно.

При несогласованной линии появляются отражения. Если амплитуда отраженной волны равна амплитуде волны падающей, т.е. модуль коэффициента отражения $|\dot{\Gamma}| = 1$ (см.(1.37)) устанавливается режим стоячей волны, при котором усредненное во времени поле вдоль волновода меняется так, что максимумы поля, называемые пучностями, чередуются с нулевыми значениями, называемыми узлами. Узлы и пучности поля во времени неподвижны. От узла до узла фаза поля не меняется; при переходе через узел фаза поля меняется скачком на π . Передача энергии вдоль волновода отсутствует, хотя частота возбуждения выше критической.

Если амплитуда отраженной волны меньше амплитуды волны падающей $|\dot{\Gamma}| < 1$, устанавливается режим смешанной волны, при котором максимумы поля чередуются с минимумами, в которых поле не падает до нуля, а фаза меняется плавно.

Для характеристики степени согласования линии передачи используются три величины, связанные между собой: коэффициент отражения (Γ -гамма), равный отношению комплексных амплитуд отраженной и падающей волн, или коэффициент стоячей волны (КСВ), равный отношению усредненных во времени максимального и минимального значений поля, измеренных в соответствующих сечениях линии ($КСВ \geq 1$). Обратная КСВ величина называется коэффициентом бегущей волны ($КБВ \leq 1$). Связь между ними следующая:

$$КСВ = \frac{1 + |\dot{\Gamma}|}{1 - |\dot{\Gamma}|} = \frac{1}{КБВ} \quad (3.25)$$

Таблица 3.3

Значения величин характеризующих степень согласования линии передачи при различных режимах ее работы

Режим	Величины характеризующие степень согласования		
	Г	КСВ	КБВ
Бегущей волны	0	1	1
Стоячей волны	1	$\rightarrow \infty$	0
Смешанной волны	<1	>1	<1

Отражения в линии передачи могут возникать не только от нагрузки, но и от любых неоднородностей тракта.

Рассогласование линии приводит к уменьшению мощности в нагрузке и падению максимально допустимой передаваемой в нагрузку мощности из-за опасности пробоя в пучностях электрического поля. При этом возрастают потери и понижается коэффициент полезного действия линии. В некоторых случаях рассогласование приводит к падению устойчивости частоты (явление затягивания) и мощности возбуждающего линию генератора, если не приняты специальные меры. Таким образом, согласование линии и установление режима, близкого к режиму бегущей волны в большей части длины линии передачи, имеет большое практическое значение.

Для согласования в линии передачи вводятся специальные согласующие элементы. В СВЧ линиях передачи значение КСВ = (1,1 ... 1,3) считается достаточно хорошим. Отраженную волну можно убрать путем поглощения ее вентилем.

3.6. Выбор размеров волновода по заданному диапазону рабочих частот и типу волны

Если возбудить в волноводе волну H_{10} так, чтобы она была в докритическом режиме, т.е. $\lambda < \lambda_{кр}$ эта волна будет переносить энергию сигнала. В случае, если для других, высших типов волн будет соблюдаться условие, что $\lambda > \lambda_{кр}$, то они будут находиться в закритическом режиме и, следовательно, не будут участвовать в передаче энергии сигнала к нагрузке. Такой режим работы, когда устанавливается режим передачи энергии сигнала только одним типом волны называется одноволновым режимом. В случае возбуждения поля высшей волны, у которой критическая длина волны $\lambda_{кр.в.в.}$ меньше $\lambda_{кр.осн.}$ основной волны, то совместно с ее полем может возникнуть в докритическом режиме поле основной волны. Такой режим называют многоволновым и его избегают.

Основным преимуществом работы с основной волной является то, что при правильном выборе поперечных размеров волновода так, чтобы

$$\lambda_{кр.в.в.} < \lambda < \lambda_{кр.осн.}$$

можно без специальной фильтрации обеспечить одноволновый режим.

Этот режим хорош тем, что при нем можно обеспечить хорошее согласование волноводной линии передачи с нагрузкой. Дело в том, что у разных типов волн волновые сопротивления различны, а потому при многоволновом режиме одновременно на всех типах волн нельзя обеспечить согласование. При этом энергия поля несогласованных типов волн рассеивается в стенках.

Если расположить в порядке убывания критические длины волн разных типов волн в прямоугольном волноводе, то при $a > b$ эта последовательность будет иметь вид, указанный на рис.3.12,а. Здесь мы ограничились пятью типами волн, остальные $\lambda_{кр}$ не указаны.

Для получения наиболее широкой полосы пропускания при работе с волной H_{10} размер $a = \lambda_{кр.H_{20}}$ должен быть больше, чем

$2b = \lambda_{кр.Н_{01}}$. Тогда $\lambda_{кр.Е_{11}} = \lambda_{кр.Н_{11}} = 2ab / \sqrt{a^2 + b^2}$ всегда будет меньше не только $2a = \lambda_{кр.Н_{10}}$, но и $2b = \lambda_{кр.Н_{01}}$.

Таким образом, условием выбора размеров a и b прямоугольного волновода для работы в одноволновом режиме с основной волной будет (см.рис.3.12,а)

$$\lambda_{макс} < 2a; \quad \lambda_{мин} > a$$

или

$$\lambda_{мин} > a > \frac{\lambda_{макс}}{2}; \quad b \leq \frac{a}{2}.$$

Условия работы с малыми потерями (см.рис.3.11) требуют, чтобы эти неравенства выполнялись с некоторым запасом (отстройка от критического режима), т.е.

$$0.9\lambda_{мин} \geq a \geq 0.6\lambda_{макс} \quad (3.26)$$

Радиус круглого волновода для работы с основной волной H_{11} в одноволновом режиме (рис.3.12,б) выбирается так

$$\lambda_{макс} < 3.4R; \quad \lambda_{мин} > 2.6R$$

или

$$\begin{aligned} 0.385\lambda_{мин} \geq R \geq 0.294\lambda_{макс} \\ R \approx (0.34...0.36)\lambda_{ср} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Выбор радиуса круглого волновода для работы с волной E_{01}

$$\lambda_{макс} < 2.6R; \quad \lambda_{мин} > 2.08R \quad (3.28)$$

$$0.48\lambda_{мин} > R > 0.38\lambda_{макс}$$

Из (3.26)-(3.28) видно, что обеспечить одноволновый режим в круглом волноводе с волной H_{11} можно при значительно более узкой полосе рабочих длин волн, чем в прямоугольном волноводе. Так, если в прямоугольном волноводе относительная полоса в процентах составляет

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{ср}} 100\% = \frac{2a - a}{1.5a} 100\% = 66\%,$$

то в круглом - она меньше

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{\text{ср}}} 100\% = \frac{(3.4 - 2.6)R}{3R} 100\% = 27\%.$$

На самом деле практически реальная полоса как для прямо - угольного так и для круглого волноводов меньше за счет необходимости отстройки от критического режима и составляет около 45% для прямоугольного; и 20%- для круглого волноводов.

Поперечные размеры волновода при работе с основной волной всегда соизмеримы с рабочей длиной волны. При работе с высшими волнами поперечные размеры всегда больше, чем при работе с основной волной. Например, для волны $H_{20} \therefore \lambda_{\text{макс}} < a, \lambda_{\text{мин}} > 2b$.

Применение круглых волноводов как правило ограничивается использованием их как базы для различных функциональных узлов (как, например, вращающихся сочленений волноводов, поляризационных вентилях и др.), но не как линий передачи. Это связано с тем, что основная волна H_{11} имеет неустойчивую поляризацию поля (рис.3.13) при возникновении непредсказуемой эллиптичности сечения волновода, что может привести к непостоянству коэффициента передачи линии.

3.7. Предельная и допустимая мощности в волноводе

В докритическом режиме вдоль волновода передается мощность электромагнитного поля. Если задана полоса рабочих частот, то можно ограничиться расчетом предельной мощности на минимальной частоте диапазона, так как на максимальной частоте она будет больше. Для расчета мощности, проходящей через поперечное сечение волновода, надо проинтегрировать удельную мощность (т. е. вектор Пойнтинга) по площади поперечного сечения волновода

$$P = \int_s |\bar{p}_{\text{ср}}| ds, \quad (3.29)$$

где $\bar{p}_{\text{ср}} = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\dot{\vec{E}}_{\perp} \vec{H}_{\perp}^* \right]$.

В результате подстановки поперечных полей типов H_{\perp} , E_{\perp}

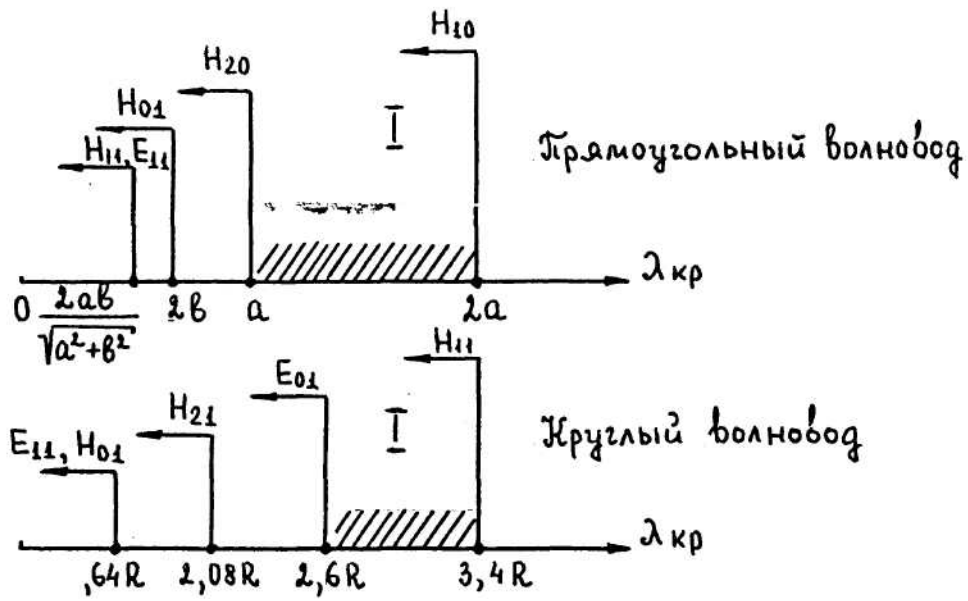


Рис.3.12. Взаимное расположение критических длин волн

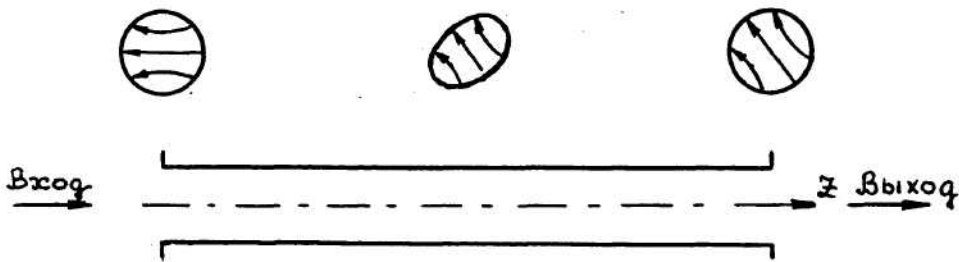


Рис.3.13. Поворот плоскости поляризации основной волны H_{11} в круглом волноводе при возникновении эллиптичности его поперечного сечения

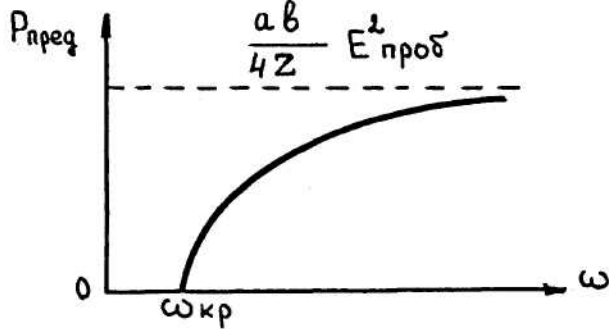


Рис.3.14. Зависимость предельной мощности от частоты возбуждения прямоугольного волновода с волной H_{10}

волн можно получить мощность, проходящую через сечение волновода при заданной напряженности электрического поля E . Например, для волн типа H_{10} и H_{20} в прямоугольном волноводе для волны H_{1A} в круглом волноводе

$$P = 6.36 \cdot 10^{-4} a \cdot b \cdot E_m^2 \sqrt{1 - (\lambda_0 / \lambda_{кр})^2}, \text{Вт} \quad (3.30)$$

для волны H_{11} в круглом волноводе

$$P = 1.99 \cdot 10^{-3} R^2 \cdot E_m^2 \sqrt{1 - (\lambda_0 / \lambda_{кр})^2}, \text{Вт} \quad (3.31)$$

и для волны E_{01} в круглом волноводе

$$P = 1.125 \cdot 10^{-3} R^2 \cdot E_m^2 \sqrt{(\lambda_0 / \lambda_{кр})^2 - 1}, \text{Вт} \quad (3.32)$$

где размеры в м, а напряженность электрического поля в В/м.

В зависимости от того, какое значение напряженности электрического поля подставляется в (3.29)-(3.32) получается: при пробивном значении поля $E = E_{проб}$ - предельная мощность $P_{пред}$, при которой наступает пробой; напряженность поля берется допустимой $E = E_{доп}$, то это допустимая мощность $P_{доп}$; если берется заданное рабочее значение поля, то это будет та мощность, которая проходит по волноводу, т.е. рабочая мощность $P_{раб}$.

Ввиду того, что при $KCB > 1$ пробой наступает при меньшем значении проходящей по волноводу мощности из-за перенапряжений в максимумах, эта мощность называется пробивной; она будет меньше предельной

$$P_{проб} = \frac{P_{пред}}{KCB}. \quad (3.33)$$

При передаче по волноводу высоких уровней мощности его пропускная способность чаще всего ограничивается электрической прочностью изоляции около элементов нерегулярности с резко выраженным неоднородным полем, аналитический расчет которого затруднен. Этими элементами обычно являются штыри, согласующие диафрагмы, уголкового перехода и др. элементы. Обычно в волноводах линиях передачи считается допустимым KCB 1,2 ... 1,3.

С учетом этого вводится коэффициент запаса по электрической прочности $K_{\text{зап}} = 3 \dots 5$. Тогда

$$P_{\text{доп}} = \frac{P_{\text{пред}}}{K_{\text{зап}}}, \quad (3.34)$$

При использовании волноводов в бортовой аппаратуре из-за увеличения степени ионизации и уменьшения давления воздуха с высотой пробивная напряженность сильно снижается. Предельная мощность $P_{\text{пред}}$ (%) с высотой h (км) изменяется соответственно: $h = 0; 3; 6; 9; 12; 15$; $P_{\text{пред}} = 100; 50; 27; 13; 5; 2$,

Для повышения электрической прочности волноводов их герметизируют и заполняют под избыточным давлением $0,5 \dots 1$ избыточных атмосфер осушенным воздухом или специальными газами (фреоном, элегазом) с повышенным значением $E_{\text{проб}}$.

Для вычисления мощности, проходящей по волноводу, когда $E = E_{\text{раб}}$ в (3.29)-(3.32) надо подставлять амплитуду максимального значения электрического поля: для прямоугольного волновода и H_{10} - это поле E_y при $X = a/2$; для волны H_{20} - это поле E_y при $X = a/4$; для круглого волновода с волной H_{11} - это поле E_r при $r = 0$ и $\sin \alpha = 1$; для волны E_{01} - поле E_z при $r = 0$. Обычно задаются именно эти максимальные значения поля.

Характер зависимости предельной мощности от степени близости к критическому режиму показан на рис.3.14.

3.8. Коэффициент полезного действия линии передачи

В линиях передачи большое практическое значение имеет их коэффициент полезного действия, под которым понимается отношение активной мощности в нагрузке к полной активной мощности на входе линии. Если можно считать, что в линии имеют место отражения только от нагрузки, то при наличии потерь коэффициент полезного действия (КПД) вычисляется так:

$$\text{КПД} = (1 - |\dot{\Gamma}|^2) e^{-2\alpha \ell}, \quad (3.35)$$

где $|\dot{\Gamma}|$ - модуль коэффициента отражения;

α - коэффициент затухания, Неп/м;

ℓ - длина линии, м.

Отсюда видно, что для увеличения КПД линии необходимо по возможности уменьшить ее длину, свести к минимуму отражения и снизить потери в стенках волновода и в диэлектрике.

При наличии отражений не только от нагрузки, а также от всех элементов нерегулярностей, которые имеются в любой реальной линии передачи, поля отраженных волн на входе линии складываются векторно, т.е. с учетом фаз. Коэффициенты отражения на входе каждой неоднородности зависят не только от парциального коэффициента отражения данной неоднородности, но и от парциальных коэффициентов отражения других неоднородностей, включенных за ней, расстояния между ними и величины потерь в линии. Поскольку расстояния между неоднородностями- случайные величины, то для прогнозирования, результирующего коэффициента отражения на входе линии с большим числом неоднородностей (практически больше пяти) удобно использовать приближенный статистический подход, согласно которому максимальный коэффициент отражения $\Gamma_{\text{макс}}$, значение которого не будет превышать с определенной степенью вероятности, например, 0,8 — 0,9, равен

$$\Gamma_{\text{макс}} = (1.26 \dots 1.52) \sqrt{\sum_{i=1}^n |\Gamma_i|^2} \quad (3.36)$$

где $|\Gamma_i|$ - парциальные коэффициенты отражения;

n- число неоднородности.

Тогда $|\dot{\Gamma}_{\text{вх}}| \leq |\dot{\Gamma}_{\text{макс}}|$ будет получаться в (80-90)% случаев.

3.9. Максимально допустимая длина волноводной линии передачи

Из-за того, что в волноводах имеет место дисперсия- зависимость фазовой и групповой скоростей от частоты - то у широкополосных сигналов при определенной длине волноводной линии могут появиться искажения их формы за счет различного группового запаздывания разных частот. Изменение фазы на 180° между крайними частотами спектра считается верхним допустимым пределом. Если задана полоса частот сигнала, то можно определить

максимально допустимую длину линии, при которой искажения еще не велики

$$L_{\text{макс}} \leq 1.5 \cdot 10^8 \frac{\left[1 - \left(\frac{f_{\text{кр}}}{f} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{f \left(\frac{\Delta f}{f} \right)^2 \cdot \left(\frac{f_{\text{кр}}}{f} \right)^2}, \text{ м} \quad (3.37)$$

где f - средняя частота, Гц

Δf - разность двух крайних частот спектра, Гц.

Если длина линии задана, то можно, наоборот, найти максимально допустимую ширину полосы частот сигнала Δf . Например, при работе с высокочастотными импульсами длительностью τ полная полоса частот сигнала равна

$$\Delta f = \frac{2}{\tau}, \text{ Гц} \quad (3.38)$$

Отсюда можно определить минимально допустимую длительность импульса.

3.10. Методы возбуждения поля в волноводах

Поле нужного типа волны может возбуждаться или выводиться из волновода в случае выполнения определенных правил, которые относятся также и к возбуждению резонаторов.

Поля в волноводах могут возбуждаться с помощью антенных или возбуждающих устройств следующих типов:

- 1) штыревого;
- 2) рамочного или петлевого;
- 3) щелевого.

Общие принципы размещения возбуждающих устройств состоят в следующем:

1) при возбуждении поля устройством штыревого типа штырь (или штыри) следует располагать в месте, где напряженность электрического поля в волноводе максимальна. Ось штыря должна совпадать с полем E ;

2) при возбуждении поля устройством рамочного или петлевого типа петлю необходимо располагать в месте, где напряженность магнитного поля в волноводе максимальна. Плоскость петли должна быть перпендикулярна полю H ;

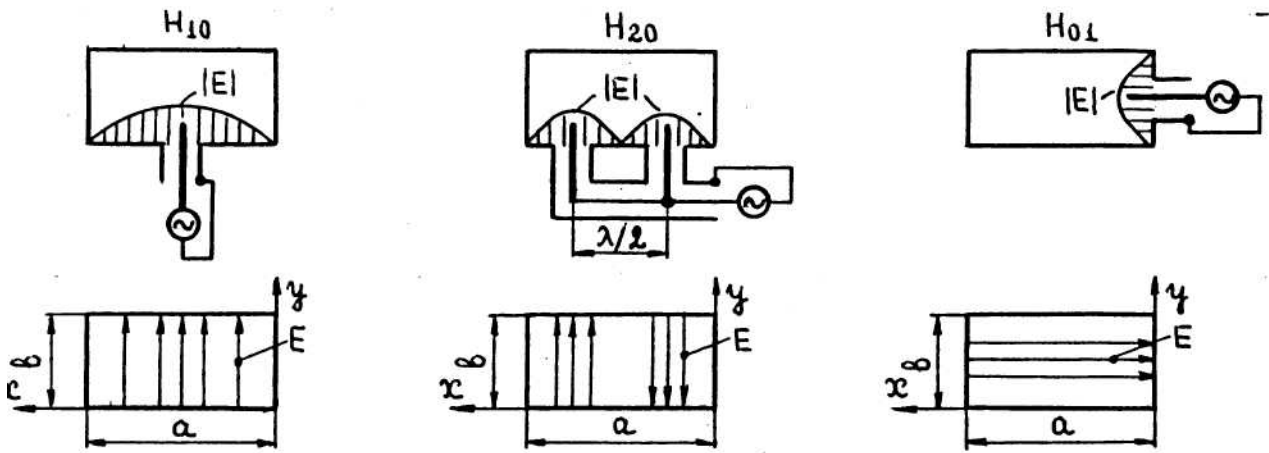


Рис.3.15. Способы возбуждения штыревыми антеннами полей различного типа в волноводе

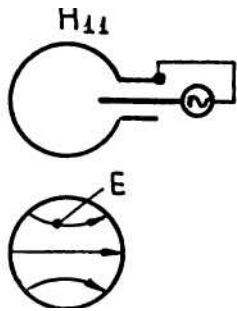


Рис.3.16. Способ возбуждения штыревой антенной волны типа H_{11} в круглом волноводе

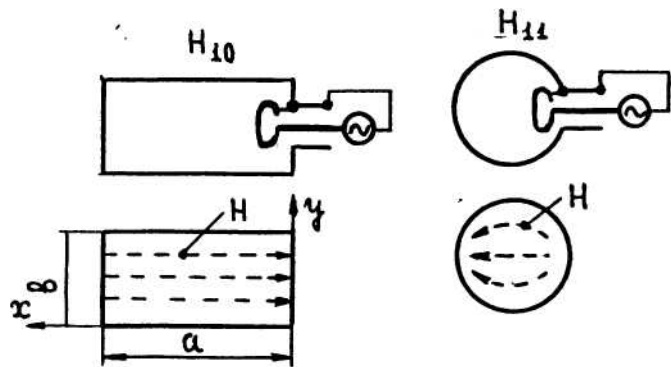


Рис.3.17. Пример возбуждения волны типа H_{10} в прямоугольном волноводе и волны типа H_{11} в круглом

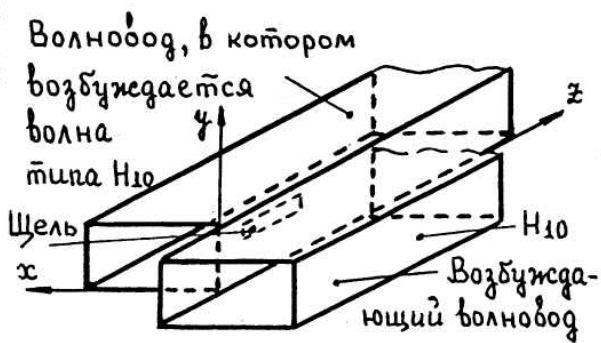


Рис.3.18. Возбуждение волны типа H_{10} в прямоугольном волноводе с помощью щели

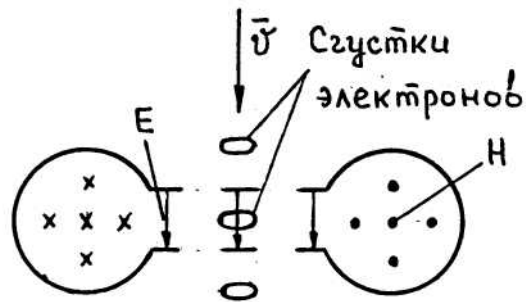


Рис.3.19. Возбуждение тороидального резонатора при помощи сгустков электронов

3) при возбуждении поля антенной щелевого типа щель следует располагать так, чтобы она пересекала линии тока в стенках волновода.

На рис.3.15 показаны схематично способы возбуждения штыревыми антеннами полей различного типа в прямоугольном волноводе. На рис.3.16 приведен пример возбуждения штыревой антенной волны типа H_{11} круглом волноводе, а на рис.3.17 - примеры возбуждения волны типа H_{10} в прямоугольном волноводе и волны типа в круглом волноводе с помощью петлевой или рамочной антенны. На рис.3.18 схематично показано возбуждение волны типа H_{10} в прямоугольном волноводе с помощью щели и второго волновода, в котором распространяется эта волна.

Существует еще способ возбуждения поля сгустками электронного потока, проходящими сквозь волновод или резонатор вдоль силовых линий электрического поля с частотой возбуждения, как это имеет место, например, в выходных резонаторах клистрона (рис. 3.19).

3.11. Линии передачи с волной Т

Для волны Т (ТЕМ) характерно отсутствие продольных составляющих как электрического, так и магнитного векторов ($E_z \equiv 0, H_z \equiv 0$). Волны подобного типа принято называть поперечными электромагнитными волнами или волнами типа Т.

Комплексные амплитуды полей волны типа Т в поперечной плоскости удовлетворяют векторным уравнениям Лапласа:

$$\nabla_{\perp}^2 \bar{E} = 0, \quad \nabla_{\perp}^2 \bar{H}_0 = 0 \quad (3.39)$$

Распределение электрического и магнитного полей вдоль продольной оси 2 можно записать в виде бегущей волны. Для линий с потерями

$$\dot{\bar{E}} = \bar{E}_0 e^{-jk_z z}, \quad \dot{\bar{H}} = \bar{H}_0 e^{-jk_z z} \quad (3.40)$$

где $\dot{k} = \beta - j\alpha$ - комплексный коэффициент распространения;

\bar{E}_0 и \bar{H}_0 определяются уравнениями (3.39).

Из уравнений (3.39) видно, что электрические и магнитные поля волны типа Т в плоскости поперечного сечения линии передачи по структуре будут такими же, как и постоянные во времени электрические и магнитные поля, существующие в системе при тех же граничных условиях. Это означает, что распространение волны типа Т возможно лишь в линиях, которые могут быть использованы для передачи постоянного тока (двухпроводные и многопроводные). Эти волны не могут возникать в волноводах, где нет двух (или больше) изолированных друг от друга проводников. К числу двухпроводных линий относятся, например, двухпроводные открытые (рис.3.2,а) и экранированные (рис.3.2,д) коаксиальные линии (рис.3.3,е), полосковые линии (рис.3.2,г).

Следует отметить, что в однородной среде, где отсутствуют заряды $\rho = 0$ уравнению Лапласа в электростатическом поле подчиняется не только потенциал φ (см. (3.12) [1]), но и вектор E (см.(3.39)).

Итак, в любой линии передачи с волнами Т картина силовых линий электрического поля в поперечной плоскости аналогична статической картине, т.е. картине силовых линий поля в заряженном конденсаторе с расположением обкладок, повторяющим конфигурацию поперечного сечения линии передачи.

В отличие от электростатического поля, которое не зависит от времени и продольной координаты z , векторы бегущей волны Т характеризуются множителем $\cos(\omega t \pm kz)$, вследствие чего в каждом поперечном сечении они изменяются во времени по закону $\cos(\omega t)$, а в фиксированный момент времени изменяются от сечения к сечению по закону $\cos(kz)$.

Уравнения электродинамики (Максвелла) для линии с волной Т сводятся к-известным из теории цепей телеграфным уравнениям:

$$\frac{d\dot{U}}{dz} = -j\omega L\dot{J}, \quad \frac{d\dot{J}}{dz} = -j\omega C\dot{U}$$

где L - погонная индуктивность;

C - погонная емкость.

Отсюда следует, что методы теории цепей дают правильные

результаты для линии без потерь и с пренебрежимо малыми потерями. От уравнений (3.41) легко перейти к одномерному волновому уравнению:

$$\frac{d^2 \dot{U}}{dz^2} - k_0^2 \cdot \dot{U} = 0, \quad (3.42)$$

где $k_0 = -\omega^2 LC$

Уравнение (3.42) совершенно аналогично уравнению (3.1) для напряженностей полей.

Отсюда найдем решение для прямой волны в линии:

$$\dot{U} = U_0 e^{-jk_0 z}, \quad (3.43)$$

Статический характер поперечного распределения электрического поля позволяет определить разность потенциалов между проводниками линии (рис.3.20)

$$\dot{U} = \int_{L(P,Q)} \dot{E} d\bar{l}, \quad (3.44)$$

Важно подчеркнуть, что данная разность потенциалов не зависит от выбора точек P и Q, а также от выбора пути интегрирования L в поперечной плоскости (поле потенциально). Ток вдоль проводников:

$$\dot{J} = \int_1 \dot{\delta}_s d\bar{l}, \quad (3.45)$$

находят интегрированием вектора $\dot{\delta}_s$ плотности поверхностного электрического тока по контуру сечения проводника l.

Линии передачи с волной типа T характеризуются характеристическим сопротивлением Z_c равным отношению комплексных амплитуд напряжения и тока в режиме бегущих волн и выражающимся через погонные индуктивность L и емкость C линии следующим образом:

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (3.46)$$

Фазовая скорость в линии с волной типа Т

$$v_{\phi} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_a \mu_a}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}} = v_0 \quad (3.47)$$

т.е. фазовая скорость не зависит от частоты (механизм распространения волны типа Т не связан с явлениями многократных отражений от стенок, поэтому отсутствует дисперсия) и она равна скорости света в заполняющем линию диэлектрике v_0 .

Волновое сопротивление волны типа Т в линии без потерь, обозначаемое Z_B и равное отношению поперечных составляющих E_{\perp} и H_{\perp} бегущей волны, совпадает с аналогичной величиной, вычисленной для однородной плоской волны в неограниченном пространстве (1.2), т.е. $Z_B = \sqrt{\mu_a / \epsilon_a}$

Мощность, переносимая волной по линии передачи (см.(3.29)),

$$P = \frac{1}{2} \int_S \operatorname{Re} [\dot{\vec{E}}_{\perp} \dot{\vec{H}}_{\perp}] d\vec{S}, \quad (3.48)$$

или

$$P = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_a}{\mu_a}} \int_S |\dot{\vec{E}}_{\perp}|^2 d\vec{S}, \quad (3.49)$$

где интегрирование ведется по поперечному сечению линии.

Коэффициент ослабления α волны в линии передачи складывается из коэффициента α_D , учитывающего потери в диэлектрике, и коэффициента α_M , описывающего потери в металле:

$$\alpha = \alpha_D + \alpha_M, \quad (3.50)$$

Здесь

$$\alpha_D = \frac{1}{2} \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a} \operatorname{tg}(\varphi_e), \quad (3.51)$$

$$\alpha_M = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_s \int |\dot{\vec{H}}_t|^2 d\vec{l}}{\int_S \operatorname{Re} [\dot{\vec{E}} \cdot \dot{\vec{H}}^*] d\vec{S}}, \quad (3.52)$$

где R_s - удельное поверхностное сопротивление металла.

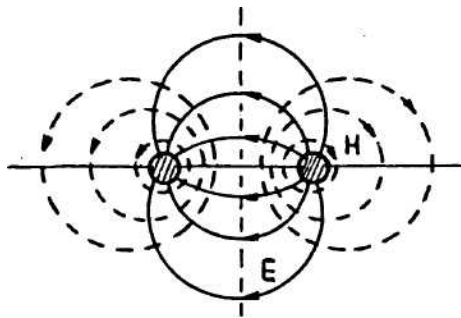


Рис.3.20 Картина силовых линий электромагнитного поля Т волны в симметричной двухпроводной линии передачи

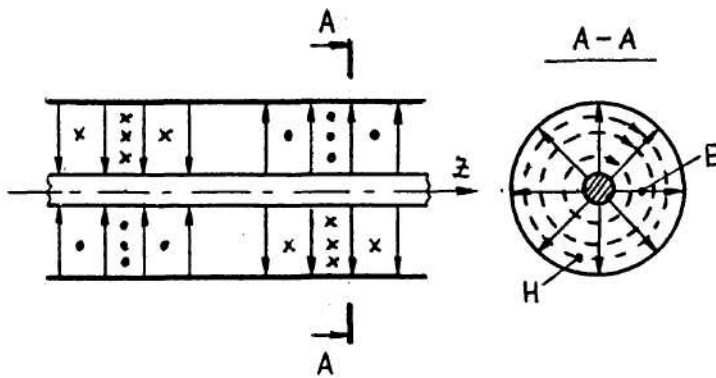


Рис.3.21. Структура электромагнитного поля волны типа Т в коаксиальной линии передачи

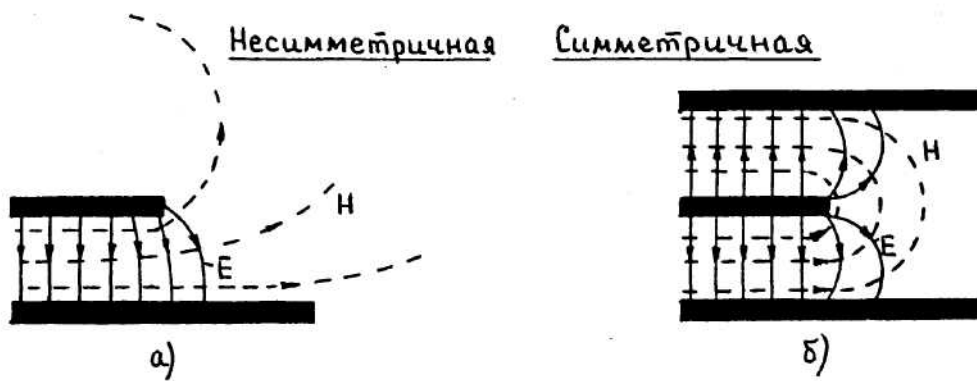


Рис.3.22 Структура электромагнитного поля в полосковых линиях передачи

(см.(1-25)).

Интегрирование в числителе ведется по контуру сечения линии, в знаменателе - по поперечному сечению линии.

К числу достоинств линий передачи с волной Т следует отнести то, что эта волна не имеет критических частот (т.к. дисперсия отсутствует) и поэтому линии передачи с этой волной весьма широкополосны: от $\omega = 0$ до частоты, при которой могут возникать высшие волны волноводного типа. Для коаксиальных линий этой максимальной частотой является та, длина волны которой равна среднему диаметру линии. Поперечные размеры линии не обязательно должны быть соизмеримы с длиной волны. Они могут быть значительно меньше. Действительно, например, стандартные коаксиальные кабели могут передавать сигналы сколь угодно низких частот. Мало искажают форму даже весьма широкополосных сигналов, так как не обладают дисперсией. При этом длина линии передачи даже при широкополосных сигналах может быть весьма протяженной.

К числу недостатков этих линий относится то, что они пропускают малую мощность, так как радиусы кривизны их проводников малы и около них образуется сгущение силовых линий поля Е, что приводит к возможности пробоя. Эти линии передачи обладают значительными потерями в проводниках из-за малых их периметров и потерями в твердых диэлектриках, которые приходится использовать для крепления проводников. Поскольку некоторые типы линий открытые, то при соизмеримости их размеров с длиной волны они могут излучать, что также приводит к потерям.

Как правило, линии передачи с волной Т используются на низких, средних и высоких частотах. Полосковые линии нашли применение в дециметровом и в сантиметровом диапазонах.

Полосковые линии имеют меньшие габариты по сравнению с волноводами и коаксиальными кабелями. Однако они обладают большими потерями и отличаются худшей экранировкой.

Двухпроводные линии передачи. Двухпроводная линия образована системой из двух параллельных проводников, окруженных диэлектриком с параметрами ϵ_a и μ_a . (обычно воздухом).

На рис.3.2,а показана симметричная двухпроводная линия пе-

редачи из одинаковых проводников круглого сечения. Заданное расстояние D между осями проводников поддерживается с помощью периодически расположенных тонких диэлектрических расщепов, не оказывающих существенного влияния на процесс распространения низших типов волн. • ^

Картина силовых линий электромагнитного поля T -волны в этой линии показана на рис.3.20.

Погонные параметры двухпроводной линии передачи

$$L \approx \frac{\mu_a}{\pi} \ln\left(\frac{2D-d}{d}\right), \frac{\text{Гн}}{\text{м}} \quad C \approx \pi\epsilon_a \frac{1}{\ln\left(\frac{2D-d}{d}\right)}, \frac{\text{Ф}}{\text{м}}. \quad (3.53)$$

Мощность, переносимая волной T в двухпроводной линии передачи,

$$P = \frac{U^2}{2Z_c}, \text{Вт} \quad (3.55)$$

Диэлектрик способен выдержать без электрического пробоя некоторое предельное значение напряженности электрического поля $E_{\text{пред}}$, которое и определяет предельную переносимую мощность.

Коэффициент ослабления волны за счет потерь в диэлектрике определяется формулой (3.51). Коэффициент ослабления, обусловленный сопротивлением проводников,

$$\alpha_M = \frac{R_s}{\pi d Z_c \sqrt{1 - (d/D)^2}}, \text{м}^{-1}. \quad (3.55)$$

Канализация электромагнитной энергии вдоль симметричной двухпроводной линии возможна лишь при условии

$$\lambda \gg D. \quad (3.56)$$

Действительно, соответствующие друг другу небольшие участки двух проводов линии, по которым протекают равные по величине и противоположные по фазе токи частоты ω , можно рассматривать как противофазные электрические излучатели. Если расстояние D между этими излучателями удовлетворяет условию (3.56), то создаваемые ими сферические электромагнитные волны

окажутся почти в противофазе во всех точках пространства и потому почти полностью погасят друг друга. Результирующее поле излучения линии при этом практически отсутствует. Если же условие (3.56) не выполняется, то возникают очень большие потери энергии на излучение линией в окружающее пространство.

Достоинствами симметричной линии передачи являются простота конструкции и низкая стоимость. Недостатком является отсутствие экранировки направляемой линией электромагнитной волны, вследствие чего симметричная линия подвержена влиянию внешних помех и метеорологических условий и имеет сравнительно большие потери энергии в расположенных вблизи нее металлических предметах.

Симметричные двухпроводные линии используются в качестве антенных фидеров на передающих и приемных радиостанциях до частот 30..50 МГц. Скручивание двух проводов с отдельной изоляцией (такая линия обладает очень высокой гибкостью) уменьшает излучение линии и протяженность внешнего поля, поэтому такая линия может применяться до частот порядка сотен мегагерц. Возможность излучения энергии в окружающее пространство ограничивает использование двухпроводных линий передачи в СВЧ диапазоне.

Коаксиальная линия передачи. Из числа линий передачи с волнами Т в технике СВЧ чаще всего используется коаксиальная линия передачи, которая представляет собой систему из двух соосных металлических цилиндров с диаметрами d и D , разделенных слоем диэлектрика с проницаемостями ϵ_a и μ_a (рис.3.2,е).

Анализировать структуру поля в данном устройстве целесообразно в цилиндрической системе координат (r, α, z) .

Поскольку распределение электрического поля в поперечной плоскости коаксиальной линии передачи, работающей на волне типа Т, должно повторять структуру поля в цилиндрическом конденсаторе (рис.3.21), приходим к выводу, что единственной составляющей вектора \vec{E} здесь служит составляющая \vec{E}_r :

$$\vec{E}_r = \frac{U}{\ln\left(\frac{D}{d}\right)} \cdot \frac{1}{r}, \quad (3.57)$$

где U - напряжение (разность потенциалов) между внутренним и внешним проводниками в сечении $z=0$. Комплексная амплитуда вектора \vec{E} бегущей волны запишется следующим образом (см.(3.40)):

$$\dot{\vec{E}} = \vec{E}_r e^{-jkz} = \frac{\dot{U}}{\ln(D/d)} \cdot \frac{1}{r} e^{-jkz}, \quad (3.58)$$

где \dot{U} - комплексная амплитуда напряжения U .

Принципиальной особенностью коаксиальной линии передачи является то, что ток в ней, идущий от генератора к нагрузке по внутреннему цилиндру, возвращается в генератор по наружному проводнику. В силу этого нетрудно понять, что силовые линии магнитного вектора в пространстве между цилиндрами имеют такой же вид, как и в случае протекания тока по одиночному цилиндрическому проводнику, т.е. представляют собой концентрические окружности; в цилиндрической системе координат вектор $\dot{\vec{H}}$ имеет при этом единственную составляющую (рис.3.21). Амплитудное значение напряженности магнитного поля легко может быть найдено через волновое сопротивление волны T :

$$\dot{H}_\varphi = \frac{\dot{E}}{Z_B}, \quad (3.59)$$

где $Z_B = 120\pi\sqrt{\mu/\epsilon}$.

Погонные параметры коаксиальной линии передачи:

$$L = \mu_a / (2\pi) \ln\left(\frac{D}{d}\right), \frac{\Gamma_H}{\text{м}}; \quad C = \frac{2\pi\epsilon_a}{\ln(D/d)}, \frac{\Phi}{\text{м}} \quad (3.60)$$

Переносимая мощность

$$P = \frac{U^2}{120} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu} \cdot \frac{1}{\ln(D/d)}}, \text{Вт} \quad (3.61)$$

где

$$U = E_{\text{макс}} \frac{d}{2} \ln(D/d), \text{В.}$$

Коэффициент ослабления волны типа T в коаксиальной линии передачи, учитывающий потери в диэлектрике, определяется фор-

мулой (3.51). Коэффициент ослабления, обусловленный потерями в металле,

$$\alpha_M = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot \frac{R_{s1}/d + R_{s2}/D}{120\pi \ln(D/d)}, \text{ м}^{-1}, \quad (3.62)$$

где R_{s1} и R_{s2} поверхностные сопротивления металла внутреннего и внешнего цилиндров соответственно.

В коаксиальной линии передачи волны Н и Е типов являются высшими типами волн. Обычно они не используются для передачи, но могут возникать как паразитные. Для подавления волн высших типов достаточно, чтобы частота колебаний удовлетворяла неравенству

$$\omega \leq \frac{4}{\sqrt{\mu_a \varepsilon_a} \cdot (d + D)}. \quad (3.63)$$

Основными достоинствами коаксиальной линии передачи являются широкополосность, отсутствие паразитного излучения и возможность изготовления в виде гибких коаксиальных кабелей. К числу основных недостатков относятся большое затухание, малая электрическая прочность и сложность конструкции. Коаксиальные линии передачи чаще всего применяются в виде коаксиальных кабелей для соединения узлов и блоков радиоаппаратуры. Жесткие конструкции коаксиальных линий передачи применяются для передачи больших мощностей в метровом диапазоне волн, где они могут иметь достаточно большие размеры поперечного сечения и обеспечивать необходимую электрическую прочность. Коаксиальные линии передачи и элементы коаксиального типа используются на частотах не выше 20 ГГц. В некоторых специальных случаях они могут применяться и на более высоких частотах, при этом обычно используются только короткие отрезки коаксиального кабеля из-за большого затухания (более 1 дБ/м). Коаксиальные кабели заполняются гибким диэлектриком (полиэтиленом, фторопластом-4, полиизобутиленом и др.), внешний проводник выполняется из оплетки,] изготовленной из i медной проволоки, а внутренний проводник из медной проволоки ;или нескольких сплетенных проволок. В жестких конструкциях

внешний и внутренний проводники изготавливаются из латуни и биметалла (стальная трубка или проволока, покрытые слоем меди).

Коаксиальное расположение внутреннего и внешнего проводников фиксируется изолирующими шайбами.

Минимальному значению затухания в коаксиальной линии соответствует $D/d. = 3,6$, при этом $Z_c = 77$ Ом.

Оптимальные параметры коаксиальных линий передачи находятся вблизи характеристического сопротивления $Z_c = 50$ Ом, которое принято государственным стандартом. Кроме того широко используются коаксиальные кабели с характеристическим сопротивлением 75 Ом, что объясняется применением в антенных устройствах симметричных полуволновых вибраторов, имеющих входное сопротивление 75 Ом. При питании вибраторов через 75-омный коаксиальный кабель не требуются дополнительные согласующие устройства.

Полосковые линии передачи. В технике СВЧ широко применяются направляющие системы, называемые полосковыми (или ленточными) линиями передачи, которые особенно удобны в печатных и интегральных схемах СВЧ. На рис.3.2,г изображены полосковые линии передачи несимметричного и симметричного типов. Эти линии либо заполнены воздухом, либо имеют основание из твердого диэлектрика.

Строгая теория полосковых линий довольно сложна. Так называемая квази-Т волна в этих линиях может существовать, если ширина токонесущего проводника и расстояние между ним и заземленной пластиной меньше половины длины волны в линии передачи. При этом электрическое и магнитное поля сосредоточены в основном в пространстве между проводником и заземленной пластиной. Электрическое поле в поперечной плоскости может быть описано уравнением Лапласа (3.39). В силу этого электрическое поле весьма близко к статическому полю в плоском конденсаторе.

В полосковых линиях передачи с диэлектрическим основанием волны типа Т не могут распространяться в чистом виде из-за неоднородности диэлектрика. Однако теория и опыт показывают, что поля и поток мощности сосредотачиваются главным образом в диэлектрике между токонесущим проводником и заземленной пластиной. Поэтому можно

принять допущение об однородности диэлектрика, заполняющего всю линию передачи.

Картины силовых линий электромагнитного поля в полосковых линиях передачи приведены на рис.3.22,а и б.

К недостаткам полосковых линий относятся сравнительно большое затухание и малые значения пропускаемой мощности.

Несимметричная линия конструктивно наиболее проста, однако имеет существенный недостаток: часть волны распространяется в воздухе и вызывает нежелательные связи с другими элементами схемы. Симметричная линия - практически полностью экранирована.

Коэффициент затухания линии со сплошным диэлектриком определяется в основном потерями в диэлектрике.

Предельная мощность симметричной полосковой линии, определяемая пробоем, в 1,5..2 раза меньше, чем у прямоугольного волновода с теми же поперечными размерами. Предельная мощность ограничивается условиями пробоя и допустимым нагревом диэлектрика. Если пробой диэлектрика определяет предел мощности в импульсе, то нагрев ограничивает передаваемую мощность при непрерывной работе или среднюю мощность в импульсном режиме. Симметричная линия может пропустить мощность, в 1,5 раза большую чем несимметричная или коаксиальная линии.

Полосковые линии используются преимущественно в диапазоне 3..10 ГГц для передачи небольших мощностей. Их преимущество по сравнению с полыми волноводами состоит в простоте изготовления, компактности и малой стоимости. Короткие отрезки линий можно построить и для более высоких частот, если приемлем коэффициент затухания порядка нескольких децибел на метр.

Особенно велики преимущества полосковых линий, изготавливаемых методом печатных схем, при построении малогабаритных функциональных узлов на СВЧ.

В миниатюрных интегральных схемах СВЧ используются как более технологичные несимметричные микрополосковые линии.

3.12. Вопросы для самопроверки

Первый уровень обученности

1. Какие линии передачи относятся к открытым, а какие к закрытым? Нарисовать их поперечные сечения. 2. Почему энергию СВЧ невыгодно передавать по обыкновенным открытым линиям и коаксиальному кабелю? 3. В каких диапазонах волн используются следующие линии передачи: двухпроводные, полосковые, коаксиальные, волноводные? 4. Перечислите основные требования к линиям передачи? 5. На какие два типа разделяются все волны распространяющиеся в волноводах? Дайте их определения, б. Что показывают индексы в названии типа волны (прямоугольного и круглого волноводов)? 7. Какими уравнениями описывается поле в волноводе и при каких условиях? 8. На какие два вида может быть разделена энергия электромагнитного поля в волноводе? 9. В чем заключается упрощенная методика построения картин поля в волноводе? 10. Нарисуйте картины полей основных типов волн в прямоугольном и круглом волноводах. 11. Нарисуйте картину распределения на стенках прямоугольного волновода с волной H_{10} поверхностных токов проводимости и силовых линий магнитного поля. 12. Какие существуют режимы в волноводе? Сформулируйте условия, при которых они возникают. 13. Какое явление в волноводе называется дисперсией и к чему оно приводит? 14. Какие причины приводят к существованию в волноводе критической частоты? Что понимается под критической частотой? 15. Какой тип волны в волноводе называется основным и в чем преимущество работы с основной волной? 16. Как определяются основные параметры волны в волноводе? 17. Какой режим в волноводе называется докритическим? Дайте его подробную характеристику. 18. Какой режим в волноводе называется критическим? Дайте его подробную характеристику. 19. Какой режим в волноводе называется закритическим? Дайте его подробную характеристику. 20. Нарисовать ' график зависимости фазовой и групповой скоростей и длины волны в волноводе от частоты возбуждения 21. Нарисовать структуру поля волны H_{10} в прямоугольном волноводе в трех режимах. 22. Покажите, что коэффициент затухания является модулем мнимой части комплексного коэффициента распространения. 23. Как определяется коэффициент затухания в Неп/м, дБ/м? 24. Нарисуйте график частотной зависи-

мости затухания для волноводов различных типов. Поясните приведенные зависимости. 25. Какие меры следует принять для того, чтобы обеспечить минимальные потери (затухание) при эксплуатации волноводов? 26. В каком случае линию передачи можно считать согласованной с нагрузкой? 27. Какие величины используются для характеристики степени согласования линии передачи с нагрузкой? 28. Дайте характеристику режимов бегущей волны, стоячей волны и смешанного. Чему равны Γ , КСВ, КБВ в этих режимах? 29. К чему приводит рассогласование линии передачи с нагрузкой? 30. Какой режим работы волновода выгоднее - одноволновый или многоволновый? 31. Чем руководствуются при выборе размеров поперечного сечения волноводов? 32. Чем ограничено применение круглых волноводов в качестве линий передачи? 33. Как определяется предельная, допустимая и рабочая мощности в волноводе? Какие меры следует принять для повышения электрической прочности волноводов? 34. Привести зависимость $R_{\text{пред}}$ от частоты. Поясните ее. 35. От каких причин зависит КПД линии передачи и что следует сделать, чтобы он был возможно выше? 36. Какое физическое явление и при каких условиях ограничивает длину волноводной линии передачи? 37. Какие существуют типы устройств, возбуждающих волновод? Сформулируйте общие принципы размещения возбуждающих устройств в волноводе (приведите примеры). 38. Поясните особенности строения поля волны типа Т. Приведите примеры линий передачи, в которых могут существовать волны типа Т. 39. Поясните, почему невозможно распространение волны типа Т в волноводах. 40. Какими уравнениями описывается поле в линиях передачи с волной типа Т? 41. Какие параметры характеризуют линии передачи с волной типа Т? 42. Почему в линиях передачи с волной типа Т отсутствует дисперсия и к чему это приводит? 43. Какими достоинствами и недостатками обладают линии передачи с волной типа Т? 44. Нарисуйте картину поля в двухпроводной линии передачи. Какими параметрами характеризуются двухпроводные линии передачи? 45. Перечислите основные достоинства и недостатки двухпроводных линий передачи. 46. Нарисуйте картину поля в коаксиальной линии передачи. Поясните особенности этого поля. 47. Какими параметрами характеризуется

коаксиальная линия? Перечислите достоинства и недостатки этой линии передачи. 48. Приведите картины силовых линий электромагнитного поля в полосковых линиях. Укажите особенности этого поля. 49. Какими достоинствами и недостатками обладают полосковые линии передачи. Дайте характеристику основных параметров полосковых линий.

Второй уровень обученности

50. Почему коэффициент затухания за счет потерь в проводниках у волн различных типов неодинаков? 51. Поясните, почему только у волны H_{01} в круглом волноводе с ростом частоты затухание убывает? 52. Показать, что одноволновый режим в круглом волноводе с волной H_{11} можно обеспечить при значительно более узкой полосе рабочих длин волн, чем в прямоугольном волноводе. 53. В каком случае для описания поля в линии передачи с волной типа Т используются уравнения Лапласа, а в каком волновые уравнения? 54. Чем объяснить, что канализация электромагнитной энергии вдоль симметричной двухпроводной линии возможна лишь при условии, что $\lambda \gg D$? 55. Какие меры следует принять, чтобы исключить распространение в коаксиальной линии передачи волн высших типов? 56. Докажите, что значение $Z_c = 50 \text{ Ом}$ является для коаксиальных линий оптимальным.

4. ОБЪЕМНЫЕ РЕЗОНАТОРЫ 4.1. Назначение резонаторов

В колебательной системе в которой используется LC - контур с сосредоточенными параметрами, энергия электрического поля сосредоточена в конденсаторе, а энергия магнитного поля - в катушке - индуктивности. Конденсатор и катушка индуктивности разнесены в пространстве, поэтому переход энергии электрического поля в энергию магнитного поля и обратный переход сопровождаются распространением электромагнитного поля. Размеры элементов и соединительных проводов LC - контура в диапазонах

километровых (1-10 км), гектометровых (100-1000 м) и декаметровых (10-100 м) волн очень малы по сравнению с длиной волны. При этом излучение электромагнитного поля элементами LC-контура ничтожно мало и добротность контура определяется только потерями в катушках индуктивности и соединительных проводах и в диэлектрике конденсаторов.

Создание в диапазоне СВЧ (1М0 см) резонансных контуров с высокой добротностью $Q = \rho / r_{\text{пот}}$ от и состоящих из катушки индуктивности и конденсатора практически невозможно благодаря резкому увеличению потерь $r_{\text{пот}}$ с одной стороны, и уменьшению характеристического сопротивления контура ρ - с другой.

Характеристическое сопротивление контура $\rho = \sqrt{LC}$ не удается получить достаточной величины потому, что увеличение резонансной частоты $\omega_{\text{рез}} = 1/\sqrt{LC}$ (формула Томсона) требует уменьшения произведения LC, а снижению емкости ставится предел паразитной емкостью элементов контура. С ростом частоты растут три вида потерь:

1) в твердых диэлектриках крепления катушки и конденсатора;

2) в проводнике катушки или витка индуктивности за счет поверхностного эффекта и, так как периметр проводника мал, то эти потери делаются значительными;

3) растут потери на излучение в связи с тем, что размеры элементов контура становятся соизмеримыми с длиной волны, а это обстоятельство соизмеримость размеров с длиной волны является одним из определяющих условий излучения с токонесущей поверхности.

Экранирование контура не всегда приводит к уменьшению потерь так как экран, убирая излучение, увеличивает потери за счет наведенных в нем токов и кроме того, уменьшает согласно закону Ленца индуктивность контура, т.е. снижает L и ρ .

На СВЧ вместо колебательных резонансных контуров используются объемные резонаторы, в которых удается все виды потерь свести до минимума.

Объемным резонатором называется часть пространства, ограниченная замкнутой металлической оболочкой, в которую с помощью элементов связи (штырь, петля, щель) вводится (а также и выво-

дится) электромагнитная энергия. В таком объеме могут происходить электромагнитные колебания, поэтому на сверхвысоких частотах он имеет свойства колебательного контура с высокой добротностью.

4.2. Различные виды резонаторов

Переход от контура (рис.4.1,а) к тороидальному резонатору (рис.4.1,г) может быть произведен по схеме рис.4.1 путем уменьшения индуктивности (рис.4.1,б и в).

Пусть контур (рис.4.1,б) рассчитан на весьма высокую частоту и имеет всего один виток. Включение параллельно ему еще нескольких витков (рис.4.1,в) увеличивает частоту колебаний этой системы и уменьшает вредное излучение в пространство. Объединение всех витков в сплошную поверхность вращения (рис.4.1,г) приводит к полностью экранированному тороидальному резонатору с еще более высокой частотой колебаний.

Основными видами резонаторов являются: полые металлические резонаторы, реализованные на базе отрезков полых металлических волноводов или коаксиальной линии, путем закорачивания их на концах металлическими стенками (рис.4.2). Эти резонаторы используются обычно в сантиметровом и, реже, в дециметровом диапазоне волн.

В миллиметровом диапазоне используются диэлектрические резонаторы, реализованные на базе диэлектрических волноводов. Поле этих резонаторов не излучается во внешнее пространство, но существует в окружающей резонатор воздушной среде в виде реактивного поля поверхностных волн, амплитуда которого по мере удаления от резонатора быстро убывает.

В оптическом диапазоне используются открытые резонаторы (рис.4.3). У открытых резонаторов размеры значительно превышают длину волны, а поле не экранировано целиком металлической оболочкой. В простейшем варианте они состоят из двух зеркал вогнутых (рис.4.3,а) или плоских (рис.4.3,б), отражающих друг к другу пучок лучей. Зеркала выполняются из металла или нескольких чередующихся четвертей волновых слоев диэлектрика с

большими и малыми значениями α , так, что их коэффициент $|\dot{\Gamma}| \leq 0,99$.

На более длинных дециметровых волнах, когда размеры полых металлических резонаторов на базе линий передачи становятся большими, чаще используются квазистационарные резонаторы в виде, например, тороидального (рис.4.1,г) резонатора.

Все эти виды резонаторов объединяет одно общее свойство -а именно то, что параметры L , C , и R у них распределены, а число резонансов всегда больше одного.

Исключением являются тороидальные резонаторы. В тороидальных и других квазистационарных резонаторах имеются области (рис.4.1,г), выполняющие функции конденсатора и индуктивности (т.е. область с преимущественно электрическим полем и область с преимущественно магнитным полем), следовательно, параметры L и C в этом случае сосредоточены (т.к. поля E и H в пространстве разделены).

Потери в таких резонаторах весьма малы. Излучение сведено к минимуму экранирующим свойством металлической оболочки благодаря поверхностному эффекту (в полых металлических резонаторах) или за счет явления полного отражения или интерференционного гашения на границе двух резко различных по величине ε диэлектриков (диэлектрические резонаторы); потери в металле невелики, так как ширина проводника - периметр $2\pi R$ - (рис.4.1,г), по которому протекает ток, значительно больше, чем у провода катушки, а потери в воздушном диэлектрике ничтожно малы. Благодаря этому добротности ненагруженных резонаторов могут достигать нескольких десятков тысяч.

4.3. Поля различных типов колебаний в резонаторах

Резонаторы могут быть, как уже говорилось, различной формы, но наиболее часто используются резонаторы в виде цилиндра (рис.4.2,б), прямоугольного параллелепипеда (рис.4.2,а) и коаксиального цилиндра (рис.4.2,в).

Поскольку прямоугольный и круглый цилиндрический резонаторы представляют собой закороченные отрезки волноводов, постоль

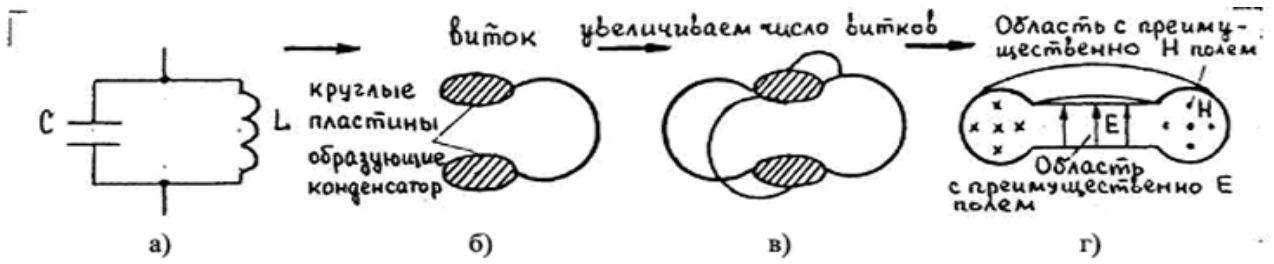


Рис.4.1.Предельный переход от контура к резонатору

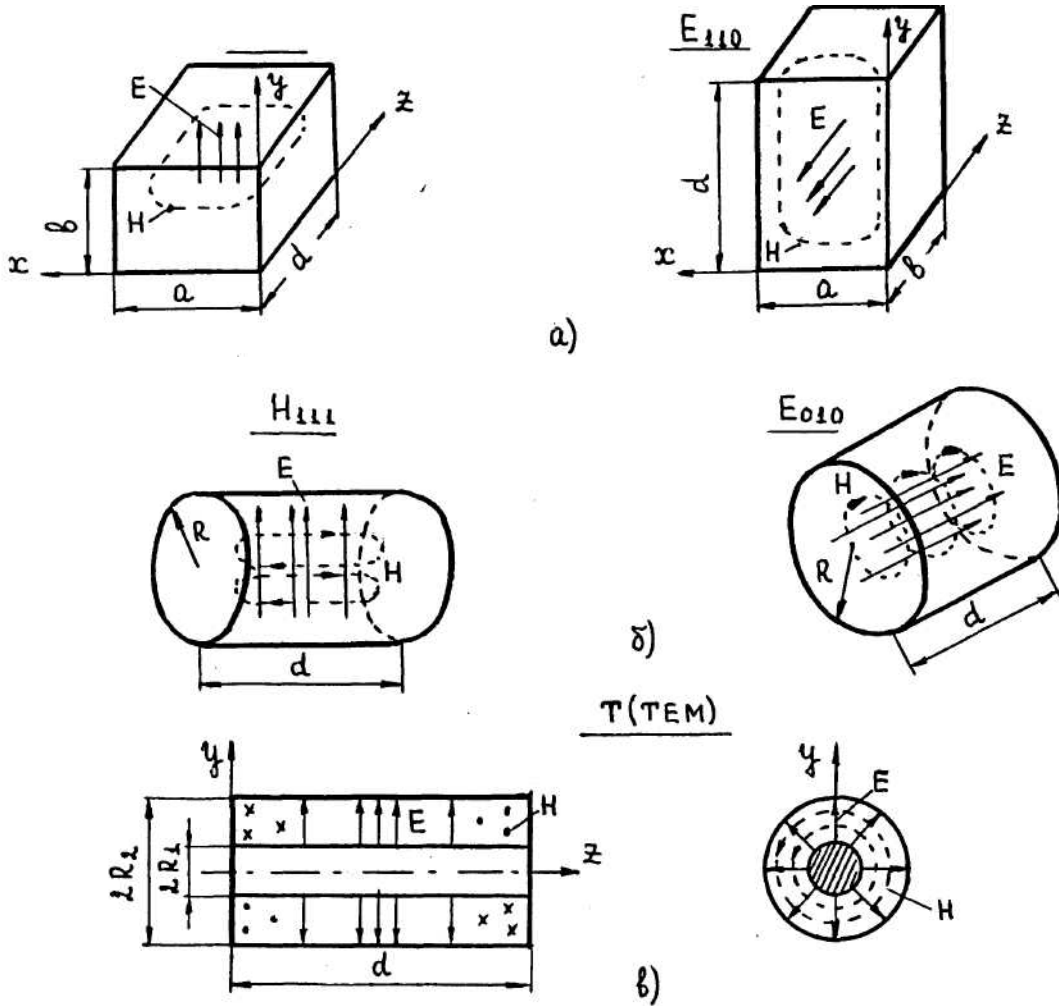


Рис.4.2. Полые металлические резонаторы:

- а) прямоугольные с колебаниями H_{101} и E_{110} ;
- б) цилиндрические с колебаниями E_{010} и H_{111} ;
- в) коаксиальный с $T(TEM)$ - колебаниями

ку их поле можно представить как сумму падающей и отраженной волны в волноводе при коэффициенте отражения по модулю равным единице (поле имеет характер стоячей волны). По фазе отраженное поле может быть синфазным с падающим ($\dot{\Gamma} = 1y^{j0} = 1$) или противофазным ($\dot{\Gamma} = 1e^{-j\pi} = -1$) в зависимости от того, какое поле рассматривается и каким граничным условиям оно должно удовлетворять на металлической торцевой стенке. В результате получается

$$\begin{aligned} \dot{P}_{\Sigma} &= \dot{P}_{\text{пад}} + \dot{P}_{\text{отр}} = \dot{P}_{\perp} e^{jK_z Z} \pm \dot{P}_{\perp} e^{-jK_z Z} = \\ &= 2\dot{P}_{\perp} \begin{cases} \cos(K_z Z) - \text{для полей } H_x, H_y \text{ и } E_z \\ -j\sin(K_z Z) - \text{для полей } E_x, E_y \text{ и } H_z \end{cases} \end{aligned} \quad (4.1)$$

где \dot{P}_{Σ} - комплексная амплитуда любой из компонент поля E или H ;
 \dot{P}_{\perp} - комплексная амплитуда любой компонентны поля как функция поперечных координат исходного волновода;
 H_x, E_y , или E_x, E_y - касательные к торцевой стенке поля;
 E_z б H_z нормальные к торцевой стенке поля.

В результате сложения падающей и отраженной от стенки волн получается поле резонатора, как функция поперечных координат $P_{\perp}(xy)$ (как видно она не видоизменилась по сравнению с полем в волноводе) и функция продольной координаты z . Очевидно, что закону $\cos(K_z Z)$ отвечают те поля, которые отражаются в фазе - это E_z, H_x, H_y - в прямоугольном; или H_{Γ}, H_{α} - в круглом цилиндрическом (круглом) резонаторе. Закону $\sin(K_z Z)$ отвечают те поля, которые отражаются в противофазе (для них граничные условия накладывают требование равенства нулю на металлической стенке). Это поля H_z, E_x, E_y - в прямоугольном, и E_{Γ}, E_{α} - в круглом резонаторе.

Ввиду того, что граничные условия ($\bar{E}_t = 0$) должны выполняться на обеих торцевых стенках при $z = 0$ и $z = d$ (рис.4.2), то

$$\sin(K_z d) = 0, \quad \text{т.е.} \quad K_z d = p\pi \quad \text{при} \quad p=0,1,3,4,\dots \quad (4.2)$$

т.е.

$$K_z = \frac{p\pi}{d} = \frac{2\pi}{\lambda_z} \quad \text{или} \quad d = p \frac{\lambda_z}{2}$$

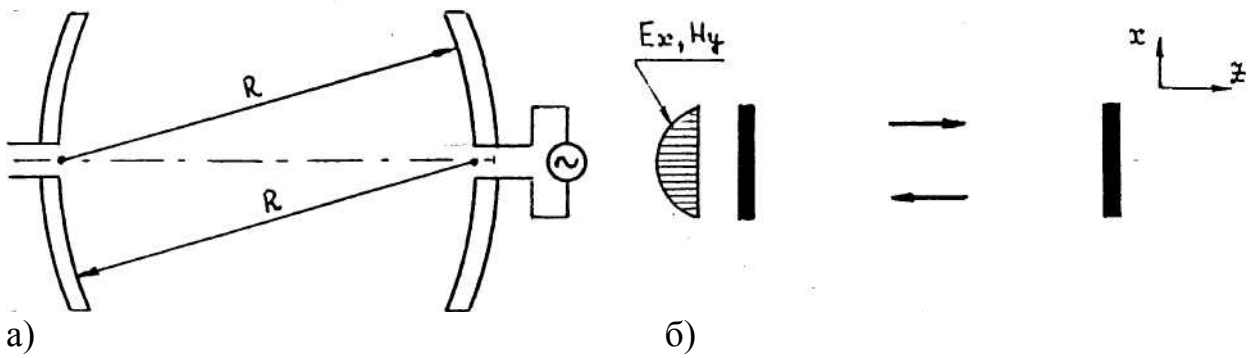


Рис. 4.3. Открытые резонаторы: а) со сферическими; б) с плоскими зеркалами

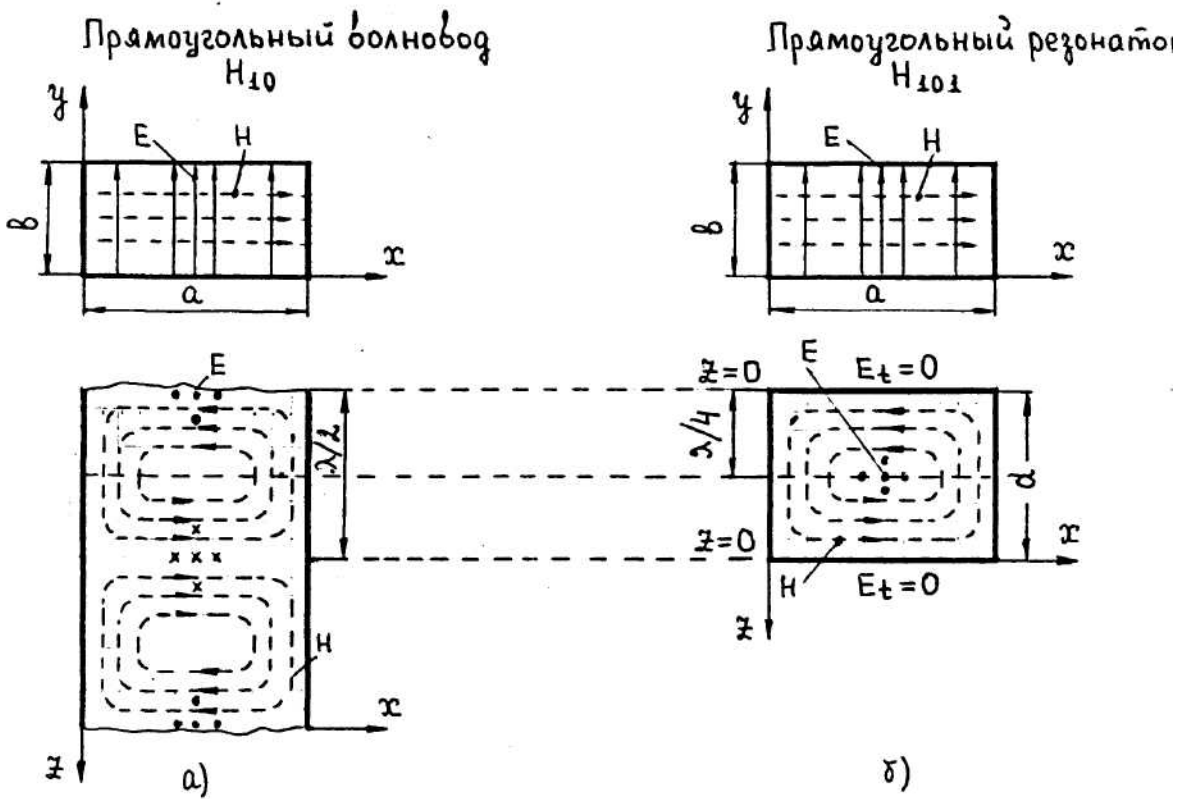


Рис. 4.4. К пояснению правила графического изображения поля резонатора

Таким образом, вдоль размера длины d , закороченного с двух сторон отрезка волновода, должно укладываться p стоячих полу волн поля.

Отсюда, согласно (3.2)-(3.7) и (4.1),(4.2) получаются выражения для компонент поля в резонаторах. Все эти выражения сведены в таблицы 4.1,4.2 причем при их записи приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \dot{H}_{z_0} &= H_{z_m} e^{j(\omega t + \varphi_0)}; & \dot{E}_{z_0} &= E_{z_m} e^{j(\omega t + \varphi_0)}; \\ K_x &= \frac{m\pi}{a}; & K_y &= \frac{n\pi}{b}; & K_z &= \frac{p\pi}{d}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Примеры картин поля приведены на рис.4.2,а и б.

У коаксиального резонатора с волной T составляющие поля для $p = 1$ равны:

$$\begin{aligned} \dot{E}_r &= \dot{E}_{r_0} \frac{R_1}{r} \sin\left(\frac{\pi}{d} r\right), \\ \dot{H}_\alpha &= j\dot{E}_{r_0} \frac{R_1}{r} \sqrt{\frac{\epsilon_a}{\mu_a}} \cos\left(\frac{\pi}{d} r\right). \end{aligned} \quad (4.8)$$

4.4. Правила графического изображения поля резонатора

Сравнивая соотношения (3.2),(3.3) для составляющих поля в прямоугольном волноводе с выражениями (4.3),(4.4) для составляющих поля в прямоугольном объемном резонаторе, можно заметить, что законы изменения поля вдоль осей x , y в волноводе и резонаторе одинаковы. Разница заключается в характере изменения поля вдоль оси z . В волноводе поле представляет собой бегущую волну, в объемном резонаторе - стоячую волну.

Таким образом, в плоскости поперечного сечения, в координатах x , y картины поля в волноводе и объемном резонаторе будут иметь сходный характер. При рассмотрении картины поля вдоль оси z должны быть соблюдены граничные условия у поверхности идеального металла, согласно которым у поперечных стенок резонатора, расположенных в плоскостях $z = 0$ и $z = d$ (рис.4.4,6), должны существовать тангенциальные к стенкам составляющие маг-

Таблица 4.1 Выращения для составляющих полей колебаний типов H_{mnp} и в прямоугольном резонаторе

	H_{mnp} (4.3)	E_{mnp} (4.4)
\dot{H}_x	$j\dot{H}_{z_0} \frac{K_z K_x}{K_{кр}^2} \cos(K_x x) \cos(K_y y) \cos(K_z z)$	0
\dot{H}_y	$j\dot{H}_{z_0} \frac{K_z K_y}{K_{кр}^2} \cos(K_x x) \sin(K_y y) \cos(K_z z)$	$-j\dot{E}_{z_0} \frac{\omega \varepsilon_a K_x}{K_{кр}^2} \cos(K_x x) \sin(K_y y) \cos(K_z z)$
\dot{H}_z	$\dot{H}_{z_0} \cos(K_x x) \cos(K_y y) \sin(K_z z)$	0
\dot{E}_x	$\dot{H}_{z_0} \frac{\omega \mu_a K_y}{K_{кр}^2} \cos(K_x x) \sin(K_y y) \sin(K_z z)$	$-j\dot{E}_{z_0} \frac{K_z K_x}{K_{кр}^2} \cos(K_x x) \sin(K_y y) \sin(K_z z)$
\dot{E}_y	$-\dot{H}_{z_0} \frac{\omega \mu_a K_y}{K_{кр}^2} \cos(K_x x) \sin(K_y y) \sin(K_z z)$	$-j\dot{E}_{z_0} \frac{K_z K_x}{K_{кр}^2} \sin(K_x x) \cos(K_y y) \sin(K_z z)$
\dot{E}_z	0	$-j\dot{E}_{z_0} \sin(K_x x) \sin(K_y y) \cos(K_z z)$

Таблица 4.2 Выращения для составляющих полей колебаний типов H_{011} и E_{010} в цилиндрическом (круглом) резонаторе

	H_{011} (4.5)	E_{010} (4.6)
\dot{H}_r	$\dot{H}_{z_0} \frac{\pi}{d} \cdot \frac{R}{\mu_{01}} J_0' \left(\frac{\mu_{01}}{R} r \right) \cos \left(\frac{\pi}{d} z \right)$	0
	0	$-j \sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_a}} \dot{E}_{z_0} J_1 \left(\frac{\beta_{01}}{R} r \right)$
	$\dot{H}_{z_0} J_0 \left(\frac{\mu_{01}}{R} r \right) \sin \left(\frac{\pi}{d} z \right)$	0
	0	0
	$j\dot{H}_{z_0} \frac{\omega \mu_a}{\mu_{01}} R J_0 \left(\frac{\mu_{01}}{R} r \right) \sin \left(\frac{\pi}{d} z \right)$	0
	0	$\dot{E}_{z_0} J_c \left(\frac{\beta_{01}}{R} r \right)$

нитного поля и не может быть тангенциальных составляющих электрического поля ($\bar{E}_t = 0$). Это приводит к сдвигу картин электрического и магнитного полей в объемном резонаторе на четверть длины волны вдоль оси z по сравнению с мгновенными картинами поля в волноводе (рис .4.4).

Сравнивая выражения (3.4),(3.5) для составляющих поля в круглом цилиндрическом волноводе с выражениями (4.5), (4.6) для составляющих поля в резонаторе, можно установить, что характер' изменения поля вдоль координат r и α в резонаторе такой же, как и в волноводе. Аналогично прямоугольным резонаторам необходимость соблюдения граничных условий приводит к тому, что электрическое и магнитное поля, в объемном резонаторе смещаются относительно друг друга на четверть длины волны по сравнению с положением полей в волноводе. Поэтому картину поля в объемном резонаторе нетрудно построить по известной картине поля в волноводе с индексами тип, соответствующими волнам в резонаторе.

Правила возбуждения резонаторов и вывода энергии электромагнитного поля из них аналогичны, соответствующим правилам для волноводов.

4.5. Собственные и резонансные частоты резонаторов

Основными электромагнитными параметрами резонаторов являются:

1) собственные - или почти им равные - резонансные частоты, число которых велико в отличие от контура из катушки индуктивности и конденсатора, которые имеют одну резонансную частоту;

2) добротности на этих частотах.

Собственные частоты резонаторов ω_0 - это частоты свободных колебаний, которые возникают при скачкообразном изменении какого-либо параметра колебательной системы или стороннего поля. При этом происходит периодический обмен энергией между полями E и H внутри изолированной системы. Никакого внешнего источника, постоянно подключенного к резонатору нет. Энергия

при свободных колебаниях тратится на потери и постепенно уменьшается по закону

$$W = W_0 e^{-\frac{\omega_0 t}{Q}} = W_0 e^{-\frac{2t}{\tau_0}}, \quad \tau_0 = \frac{2Q}{\omega_0}, \quad (4.9)$$

где W_0 - начальный запас энергии в резонаторе при $t = 0$;

ω_0 - собственная частота резонатора;

τ_0 - постоянная времени.

За время τ_0 амплитуда поля при свободных колебаниях уменьшается в "е" раз, а энергия в "е²" раз. Постоянная времени тем больше, чем выше добротность Q и ниже частота. Чем Q больше, тем дольше длится процесс как нарастания, так и затухания колебаний.

Для поддержания незатухающих колебаний в резонатор вводят постоянно действующие сторонние, источники, восполняющие потери, например, щелевую, штыревую или петлевую антенны, возбуждаемые от генератора. При этом резонатор работает в режиме вынужденных колебаний, а не свободных.

Резонансные частоты - это частоты вынужденных колебаний, на которых взаимный обмен энергией между источником вынужденных колебаний и резонатором отсутствует. Энергия поступает только от источника в резонатор на компенсацию потерь. Поле при резонансе достигает максимального значения, также как и запасенная энергия поля, а входное сопротивление резонатора, как нагрузки для источника возбуждения, активно и максимально. Также как и в резонансном контуре между полем E и H сдвиг по фазе составляет 90° , поэтому, когда максимально электрическое поле, магнитное поле равно нулю и наоборот.

Собственная частота ω_0 и резонансная частота $\omega_{рез}$ связаны друг с другом через добротность Q , так, что

$$\omega_0 = \omega_{рез} \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}}. \quad (4.10)$$

Как видно, при больших добротностях $Q \geq 10$ в инженерных расчетах этой разницей в величинах резонансной и собственной частоты можно пренебречь и считать $\omega_0 = \omega_{рез}$.

Из решения краевой задачи в волноводе получается, что

$$K^2 = \omega^2 \varepsilon_a \mu_a = g^2 + K_z^2, \quad (4.11)$$

где g в прямоугольном волноводе определяется согласно (3.6);

g_E, g_H - в круглом - согласно (3.7),

K_z - по (4.7).

Колебания в резонаторах называются колебаниями типа E_{mnp} или H_{mnp} с тремя индексами m, n, p , указывающими, например, в прямоугольном резонаторе, число стоячих полуволн поля вдоль размеров a, b, d .

Из (4.11) можно получить значения резонансных частот в прямоугольном резонаторе для колебаний типа H_{mnp} и E_{mnp} , которые не отличаются друг от друга

$$\omega_{рез_{E,H}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{d}\right)^2}}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}} \quad (4.12)$$

Для типа колебаний H_{mnp} индексы n, p и p могут принимать значения: $m=0, 1, 2, 3, \dots$, $n=0, 1, 2, 3, \dots$, $p=1, 2, 3, \dots$ (при m и $n \neq 0$), а для типа колебаний E_{mnp} : $m=1, 2, 3, \dots$, $n=1, 2, 3, \dots$, $p=0, 1, 2, 3, \dots$. Если индексы m, n и p у колебаний E и H в прямоугольном резонаторе одинаковы, например, H_{111} и E_{111} , то у них одинаковы и резонансные частоты, хотя структуры полей у них разные. Такие колебания называются вырожденными.

Резонансные частоты цилиндрических круглых резонаторов с колебаниями типа E_{mnp}

$$\omega_{рез_E} = \frac{\sqrt{\left(\frac{\beta_{mn}}{R}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{d}\right)^2}}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}}, \quad (4.13)$$

где $m=0, 1, 2, 3, \dots$, $n=1, 2, 3, \dots$, $p=0, 1, 2, 3, \dots$;

R - радиус цилиндра;

d - длина вдоль оси z ;

β_{mn} - n -ый корень функции Бесселя первого рода m -го порядка. Резонансные частоты колебаний типа

$$H_{mnp} \omega_{рез_H} = \frac{\sqrt{\left(\frac{\mu_{mn}}{R}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{d}\right)^2}}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}}$$

где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$, $n = 1, 2, 3, \dots$, $p = 1, 2, 3, \dots$;

μ_{mn} - n -ый корень производной функции Бесселя 1-го рода m -го порядка.

Корни функции Бесселя 1-го рода и ее производных приведены в табл. П.1 и П.2 [2]. Как видно, в круглых цилиндрических резонаторах при одинаковых индексах m , n , и p резонансные частоты колебаний E_{mnp} и H_{mnp} различны.

Индексы у цилиндрических резонаторов указывают следующее: индекс p - число стоячих полуволн вдоль длины d ; m - число стоячих волн, укладываемых вдоль окружности по азимуту α . поперечного сечения исходного волновода, n - число переходов продольного поля через ноль вдоль радиуса. Вырожденными колебаниями в цилиндрических резонаторах будут колебания E_{1np} и H_{0np} так как корни β_{1n} и μ_{0n} равны (см. табл. П.1 и П.2 [2]).

Резонансная частота коаксиального резонатора с колебанием типа Т

$$\omega_{\text{рез}} = \frac{p\pi c}{d\sqrt{\epsilon}}, \quad c = 3 \cdot 10^8, \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad (4.15)$$

Как видно из (4.12)-(4.15), резонансные частоты зависят от размеров a , b , d , R и формы резонаторов, от типа колебания, которое в нем возбуждено (m , n и p) и параметров ϵ_a и μ_a , заполняющего его диэлектрика.

Следует обратить внимание, что чем больше размеры резонатора, тем при прочих равных условиях (том же виде колебаний, параметрах диэлектрика, форме резонатора) ниже резонансная частота. Увеличение значения индексов m , n и p повышает резонансную частоту. При этом разность между соседними резонансными частотами становится все меньше. Отсюда спектр резонансных частот высших типов очень плотный так, что резонансные кривые этих частот могут даже перекрываться. Увеличение проницаемости диэлектрика приводит к возможности уменьшения размеров резонатора для работы его на той же частоте и с тем же типом колебания. Отсюда резонансную частоту резонатора можно понижать путем введения, например, стержня из диэлектрика с $\epsilon > 1$ в область максимума электрического поля или из феррита в область, где

максимально магнитное поле.

Размеры резонатора на низших типах колебаний всегда соизмеримы с резонансной длиной волны.

Основным (низшим) типом колебаний в прямоугольном резонаторе, имеющим минимальную резонансную частоту, в зависимости от соотношения размеров a , b и d могут быть H_{101} , H_{011} или E_{110} (рис.4.2,а). Основным колебанием типа H в цилиндрическом резонаторе является H_{111} , а типа E - E_{010} (рис.4.2,б).

4.6. Запасенная в резонаторе электромагнитная энергия

Электромагнитная энергия в резонаторе при резонансе вычисляется путем интегрирования по объему резонатора удельной энергии электрического и магнитного поля или одного из них в момент, когда соответствующее поле принимает максимальное значение. Напомним, что поля электрические и магнитные сдвинуты по фазе на $\pi/2$. Если в резонаторе нет тепловых потерь и нет излучения, то при резонансе энергия электрического поля периодически преобразовывается в энергию магнитного поля и обратно. Средние за период значения энергии электрического и магнитного полей равны

$$W_{\text{ср.Е}} = \frac{\epsilon_a}{2} \int_V |E_{\text{эф}}|^2 dV = W_{\text{ср.Н}} = \frac{\mu_a}{2} \int_V |H_{\text{эф}}|^2 dV. \quad (4.16)$$

Этот процесс протекает без участия сторонних источников. Их реактивная мощность равна нулю. Если потери есть, то при резонансе мощность сторонних источников чисто активна. При $\omega \neq \omega_{\text{рез}}$ преобразование энергии из электрической в магнитную и обратно возможно только при участии сторонних источников, реактивная мощность которых будет отлична от нуля. Равенство $W_{\text{Есс}} = W_{\text{Нсс}}$ МОЖНО рассматривать как аналог известного равенства при резонансе колебательного контура, когда потери не учитываются

$$LJ_{\text{эф}}^2 = CU_{\text{эф}}^2$$

На основании (4.3)-(4.3),(4.16) можно получить формулы для расчета запасенной в резонаторе электромагнитной энергии для

типа H_{mnp} и E_{mnp} , то можно найти магнитное поле рассматриваемого типа колебаний на стенках резонатора (например, при $x=0, x=a, y=0, y=a, z=0, z=d$) и заменить его равным ему значением поверхностной плотности тока, направленной перпендикулярно касательному к стенке резонатора магнитному полю.

Средняя мощность потерь в каждой стенке резонатора находится путем интегрирования по ее поверхности удельных потерь $0.5\delta_{sm}^2 R_s$, где R_s удельное поверхностное сопротивление

$$P_{cp.nom} = \frac{1}{2} \int_S \delta_{sm}^2 R_s dS. \quad (4.21)$$

Полная мощность потерь в стенках равна сумме потерь во всех стенках.

Общие потери в резонаторе равны сумме потерь в металле стенок, потерь на излучение через щели и отверстия, потерь в диэлектрике. Если часть энергии из резонатора передается через элемент связи в нагрузку (в линию передачи, связанную, например, с антенной), то это будут полезные потери. Добротность, рассчитанная с учетом еще и этих потерь, называется нагруженной, а без них - собственной или ненагруженной добротностью.

Если диэлектрик, заполняющий резонатор, не идеальный, а также обладает потерями, т.е. имеет комплексную величину диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon}_a = \epsilon_a - j\epsilon_a \text{tg}\varphi_e$, то средняя мощность потерь в объеме диэлектрика может быть найдена как

$$P_{nom} = \frac{\omega}{2} \int_V \epsilon_a \text{tg}\varphi_e |E_m|^2 dV = \omega W_{\max} \text{tg}\varphi_e, \quad (4.22)$$

где тангенс угла диэлектрических потерь.

4.8. Добротность резонаторов

Добротность - одна из общих характеристик, присущих любым колебательным системам независимо от физической природы. Добротность определяет степень электромагнитной "инерционности" колебательной системы, потому что чем добротность больше, тем дольше нарастают колебания и дольше длится их затухание (см.(4.9)). Добротность определяет также относительную полосу

пропускания - чем добротность больше, тем относительная полоса пропускания $2\Delta f / f$, меньше.

Добротность - безразмерный параметр, равный отношению электромагнитной энергии, запасенной колебательной системой при резонансе, к энергии потерь за период T , умноженный на 2π

$$Q = 2\pi \frac{W_{\text{ср}}}{P_{\text{пот.ср}}} = \omega_0 \frac{W_{\text{макс}}}{P_{\text{пот.ср}}} \approx \frac{f_{\text{рез}}}{2\Delta f} \quad (4.23)$$

где $W_{\text{ср}} = W_{\text{ср.Е}} + W_{\text{ср.Н}} = W_{\text{макс.Е}} = W_{\text{макс.Н}}$;

$2\Delta f$ - полоса пропускания на уровне 0,7 по полю.

Ниже приводятся формулы, полученные на основании (4.16) (4.21), (4.23) для расчета добротности при различных типах колебаний: в прямоугольном резонаторе с колебаниями H_{101} и E_{110}

$$Q_{H_{101}} = \frac{adb(a^2 + d^2)}{ad(a^2 + d^2) + ab(a^3 + d^3)} \cdot \frac{1}{\Delta^\circ}; \quad (4.24)$$

$$Q_{H_{110}} = \frac{abd(a^2 + d^2)}{ab(a^2 + d^2) + ad(a^3 + d^3)} \cdot \frac{1}{\Delta^\circ}; \quad (4.25)$$

в коаксиальном резонаторе с колебанием T при $p = 1$

$$Q_T = \frac{2d \ln(R_2 / R_1)}{4 \ln(R_2 / R_1) + d(1/R_1 + 1/R_2)} \cdot \frac{1}{\Delta^\circ} \quad (4.26)$$

и в цилиндрическом резонаторе с колебанием E_{010}

$$Q_{E_{010}} = \frac{dR}{d + R} \cdot \frac{1}{\Delta^\circ}, \quad (4.27)$$

где Δ° - глубина проникновения в материал стенок, определяемая согласно (1.24).

В формулах (4.24) -(4.27) учитываются лишь потери в металлических стенках резонаторов. Если резонатор заполнен диэлектриком с потерями, то результирующая добротность

$$Q = \frac{1}{1/Q_m + \text{tg}\varphi_e}, \quad (4.28)$$

где Q_M добротность резонатора, обладающего лишь потерями в металлических стенках;
 $\operatorname{tg}\varphi_e$ - тангенс угла диэлектрических потерь диэлектрика заполняющего резонатор.

4.9. Вопросы для самопроверки Первый уровень обученности

1. Почему в диапазоне СВЧ нельзя использовать колебательный контур, состоящий из катушки индуктивности и конденсатора? 2. Какие виды потерь растут с увеличением частоты в колебательном контуре? 3. Рассмотрите основные конструкции объемных резонаторов. Назовите общие свойства резонаторов. 4. В чем заключается особенность тороидального резонатора? 5. Почему добротность объемных резонаторов может достигать достаточно больших значений? 6. Поясните, как получаются выражения для компонент поля в резонаторе. 7. В чем заключается правила графического изображения поля в резонаторе? 8. Дайте определение собственной и резонансной частот резонатора. 9. Какой тип колебаний в резонаторе называется основным (низшим)? 10. Что показывают индексы в обозначении типа колебания резонатора? 11. На скольких частотах может возникнуть резонанс в резонаторе? 12. Как определяется запасенная в резонаторе электромагнитная энергия? 13. Поясните методику расчета потерь в резонаторе. 14. Что называют добротностью резонансной системы? Что определяет добротность в резонаторе? Как она определяется?

Второй уровень обученности

15. Показать, что вдоль размера длины d резонатора должно укладываться p стоячих полуволн поля. 16. Почему, когда в резонаторе максимально электрическое поле, магнитное поле равно нулю и наоборот? 17. Какой вид потерь учитывается при рас-

согласования	63
3.6. Выбор размеров волновода по заданному диапазону рабочих частот и типу волны	65
3.7. Предельная и допустимая мощности в волноводе	67
3.8. Коэффициент полезного действия линии передачи ...	70
3.9. Максимально допустимая длина волноводной линии передачи	71
3.10. Методы возбуждения поля в волноводах	72
3.11. Линии передачи с волной Т	73
3.12. Вопросы для самопроверки	85
4. ОБЪЕМНЫЕ РЕЗОНАТОРЫ.....	88
4.1. Назначение резонаторов	88
4.2. Различные виды резонаторов	90
4.3. Поля различных типов колебаний в резонаторах	91
4.4. Правила графического изображения поля резонатора	95
4.5. Собственные и резонансные частоты резонаторов ...	97
4.6. Запасенная в резонаторе электромагнитная энергия	101
4.7. Расчет потерь в резонаторе	102
4.8. Добротность резонаторов	103
4.9. Вопросы для самопроверки	105
ЛИТЕРАТУРА	106