

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ**

---

**А.Н.ДЕНИСЕНКО**

**ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ**

**Методические указания по выполнению  
курсовой работы  
(специальность 090106)**

**МОСКВА – 2010**

УДК 661.3.011.7

ББК 31.211

Д 33

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Московского государственного технического университета ГА

Рецензент:

ктн, доц. Д.В.Колядов.

Денисенко А.Н.

Д 33 Теория электрических цепей. Методические указания по выполнению курсовой работы. –М:МГТУ ГА, 2010.

Методические указания включают: введение, задание на курсовую работу, порядок ее выполнения и содержание, требования к оформлению отчета. Тематика и содержание курсовых работ соответствуют рабочей программе учебной дисциплины «Теория электрических цепей», читаемой студентам специальности 090106.

© А.Н.Денисенко

Подписано в печать 20.01.20010. Формат 60x90 1/16.

Усл. печ. л.2,0. Тираж 150 экз.

## ВВЕДЕНИЕ

Целью выполнения курсовой работы являются:  
закрепление и углубление теоретических знаний по курсу «Теория электрических цепей»,  
привитие навыков самостоятельной работы студентов по исследованию цепей и сигналов;  
выработка навыков оформления технической документации.

Типовые темы курсовых работ включают исследование различных видов цепей и сигналов, а также прохождения сигналов через цепи. Расчеты в рамках курсовой работы не требуют компьютера, однако предусмотрена возможность его применения с программным обеспечением лабораторных работ по дисциплине и программ компьютерной графики, заложенной в них.

### Сигналы.

Основой исследования сигналов и цепей является спектральный анализ с использованием преобразования Фурье или ряда Фурье.

Прямое и обратное преобразования Фурье устанавливают взаимно однозначное соответствие между сигналом (временной функцией, описывающей сигнал  $s(t)$ ) и его спектральной плотностью  $S(\omega)$ :

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-i\omega t} dt, \quad s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (1)$$

Функция  $S(\omega)$  в общем случае является комплексной

$$S(\omega) = \operatorname{Re} \{ S(\omega) \} + i \operatorname{Im} \{ S(\omega) \}; \quad S(\omega) = |S(\omega)| e^{i\varphi(\omega)}, \quad (2)$$

где  $\operatorname{Re}$ ,  $\operatorname{Im}$  - действительная и мнимая части комплексной величины;

$|S(\omega)|$ ,  $\varphi(\omega)$  - модуль и аргумент комплексной величины.

$$|S(\omega)| = \sqrt{\operatorname{Re}^2 \{ S(\omega) \} + \operatorname{Im}^2 \{ S(\omega) \}}; \quad \varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} \{ S(\omega) \}}{\operatorname{Re} \{ S(\omega) \}}. \quad (3)$$

Модуль спектральной плотности сигнала  $|S(\omega)|$  описывает распределение амплитуд гармонических составляющих по частоте, называется амплитудным спектром. Аргумент  $\varphi(\omega)$  дает распределение фазы по частоте, называется фазовым спектром сигнала. Амплитудный спектр является четной функцией, а фазовый спектр – нечетной функцией частоты.

Сигнал полностью описывается совокупностью амплитудного и фазового спектров.

Преобразование Фурье существует для интегрируемых функций, вследствие этого приведенные соотношения могут использоваться только для непериодических сигналов – сигналов с ограниченной энергией.

Спектральный анализ периодических сигналов основан на разложении временной функции,  $s(t)$ , описывающей сигнал с периодом  $T$  и частотой  $\omega_1 = 2\pi/T$ , по ортогональной системе тригонометрических функций  $\cos n\omega_1 t, \sin n\omega_1 t$ .

Для периодической функции  $s(t)$ , описывающей сигнал, тригонометрический ряд Фурье имеет вид

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t) \quad (4)$$

Свойства ортогональной системы тригонометрических функций позволяют достаточно просто определить коэффициенты разложения (4). Они определяются выражениями

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos n\omega_1 t dt; \quad b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin n\omega_1 t dt. \quad (5)$$

Условие возможности разложения функции в ряд Фурье накладывают определенные ограничения на функцию  $s(t)$ . Функция  $s(t)$  должна быть квадратично интегрируемой на интервале периодичности  $[-T/2, T/2]$ . Такие функции описывают периодические сигналы с ограниченной мощностью, т.е. практически все реальные сигналы

Для четной функции  $s(t)$ , как это следует из (5),

$$a_n = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} s(t) \cos n\omega_1 t dt; \quad b_n = 0, \quad (6)$$

для нечетной функции  $s(t)$ :

$$a_n = 0; \quad b_n = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} s(t) \sin n\omega_1 t dt. \quad (7)$$

Обычно при анализе сигналов используется разложение  $s(t)$  в виде

$$s(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_1 t + \varphi_n) \quad (8)$$

$$\text{где } A_0 = a_0; \quad A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}; \quad \varphi_n = -\arctg \frac{b_n}{a_n}. \quad (9)$$

Таким образом, периодический сигнал представляется в виде взвешенной суммы гармонических составляющих с амплитудами  $A_n$  и начальными фазами  $\varphi_n$ . Совокупность амплитуд  $A_n$  называется амплитудным спектром, а совокупность начальных фаз  $\varphi_n$  – фазовым спектром сигнала. Как следует из (9) сигнал полностью описывается совокупностью амплитуд и фаз.

Преобразование (8) при  $T \rightarrow \infty$ , позволяет перейти от ряда Фурье к преобразованию Фурье:

$$s(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(t) e^{i\omega t} dt, \quad (10)$$

$$S(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\omega) e^{-i\omega t} d\omega. \quad (11)$$

Выражения (10) и (11) описывают сигнал и спектр ограниченного во времени сигнала – одиночного импульса. Сравнение выражений для спектров одиночного импульса и периодической последовательности импульсов показывает, что спектральная плотность одиночного импульса при  $\tau < T$  отличается от коэффициентов ряда Фурье только множителем  $1/T$ . С учетом указанного соотношения определение спектра периодического сигнала в ряде случаев можно упростить, используя преобразование Фурье одиночного импульса:

$$A_n = 2|c_n| = \frac{2}{T} |S(\omega_n)|; \quad \varphi_n = \varphi(\omega_n). \quad (12)$$

где  $S(\omega)$  - спектральная плотность одного импульса.

Основные характеристики сигналов, описанные выше, относятся ко всем сигналам, независимо от вида и ширины их спектра. Однако применительно к широкому классу сигналов, узкополосных, использование приведенных расчетных выражений часто сопряжено со значительными трудностями. С другой стороны, особенности структуры узкополосных сигналов определили возможность особого подхода к их описанию и анализу, который упрощает операции с ними.

Узкополосный сигнал описывается выражением

$$u(t) = V(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)] = V(t) \cos \Phi(t), \quad (13)$$

где  $V(t)$ ,  $\Phi(t)$  - амплитуда и фаза сигнала;

$\omega_0$  - несущая частота.

Для описания узкополосного сигнала используется и комплексная форма записи

$$u(t) = \text{Re}[\dot{V}(t) e^{i\omega_0 t}], \quad (14)$$

где  $\dot{V}(t) = V(t) e^{i\varphi(t)}$  - комплексная огибающая сигнала.

Как следует из (14), узкополосный сигнал определяется его несущей частотой  $\omega_0$  и комплексной огибающей  $\dot{V}(t)$ .

Комплексная огибающая сигнала может быть представлена в виде

$$\dot{V}(t) = V_c(t) + iV_s(t) = V(t) \cos \varphi(t) + iV(t) \sin \varphi(t), \quad (15)$$

где  $V_c(t) \cos \varphi(t)$ ;  $V_s(t) \sin \varphi(t)$ .

С учетом (14) выражение для комплексной огибающей сигнала можем записать в виде:

$$\dot{V}(t) = |V(t)|e^{i\varphi(t)}, \quad (16)$$

$$\text{где } \left| \dot{V}(t) \right| = \sqrt{V_c^2(t) + V_s^2(t)} = V(t), \varphi(t) = \operatorname{arctg} \frac{V_s(t)}{V_c(t)}. \quad (17)$$

Спектральная плотность узкополосного сигнала  $u(t)$  определяется его преобразованием Фурье

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)e^{-i\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{Re}[\dot{V}(t)e^{i\omega_0 t}]e^{-i\omega t} dt. \quad (18)$$

Действительную часть комплексной величины  $z$  можно представить в виде

$$\operatorname{Re}[z] = \frac{1}{2}(z + z^*), \quad (19)$$

где  $z^*$  - комплексно-сопряженная величина.

С учетом (19) выражение (18) запишем в виде

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} [\dot{V}(t)e^{i\omega_0 t} + \dot{V}^*(t)e^{-i\omega_0 t}]e^{-i\omega t} dt = \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} [\dot{V}(t)e^{-i(\omega-\omega_0)t}] dt + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{V}^*(t)e^{-i(\omega+\omega_0)t} dt. \end{aligned} \quad (20)$$

Величина

$$U(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{V}(t)e^{-i\omega t} dt \quad (21)$$

представляет спектральную плотность комплексной огибающей сигнала.

Таким образом, спектральная плотность узкополосного сигнала определяется спектральной плотностью комплексной огибающей, соотношением, которое следует из (20)

$$S(\omega) = \frac{1}{2}U(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}U^*(-\omega - \omega_0). \quad (22)$$

### Линейные цепи.

Основными характеристиками линейной цепи являются импульсная и частотная характеристики. Использование преобразования Лапласа позволяет получить передаточную функцию цепи, которая при определенных условиях, обычно выполняемых на практике, идентична частотной характеристике.

Во временной области линейная цепь описывается импульсной характеристикой. Импульсная характеристика  $h(t)$  представляет реакцию цепи на воздействие в виде импульсной функции. Свертка импульсной характеристики и сигнала на входе цепи позволяет определить сигнал на ее выходе

$$u_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau) u_1(\tau) d\tau = h(t) \otimes u_1(t). \quad (23)$$

Прямое преобразование Фурье позволяет перейти от импульсной характеристики к частотной

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (24)$$

Обратное преобразование Фурье частотной характеристики позволяет перейти к импульсной характеристике

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (25)$$

Частотная характеристика  $H(\omega)$  определяется также как отношение комплексной амплитуды сигнала на выходе цепи к комплексной амплитуде сигнала на входе.

$$H(\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}. \quad (26)$$

В общем случае частотная характеристика является комплексной величиной и ее можно представить в виде

$$H(\omega) = |H(\omega)| e^{i\varphi(\omega)}, \quad (27)$$

Модуль  $|H(\omega)|$  представляет амплитудно-частотную характеристику (АЧХ), аргумент  $\varphi(\omega)$  фазо-частотную характеристику цепи (ФЧХ).

Частотная характеристика позволяет проводить анализ прохождения сигнала через цепь, используя только спектральную плотность сигнала.

С учетом свойств преобразования Фурье из (23) можно получить:

$$S_2(\omega) = H(\omega) S_1(\omega), \quad (28)$$

где  $S_1(\omega)$  и  $S_2(\omega)$  - спектральные плотности сигналов на входе и выходе цепи.

Простота выражения (28) обуславливает простоту спектрального метода анализа цепи.

От  $S_2(\omega)$  можно перейти к сигналу (его временной функции) на выходе цепи

$$u_2 \overleftarrow{\Psi} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_2 \overleftarrow{\Psi} \overrightarrow{e}^{i\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H \overleftarrow{\Psi} \overrightarrow{S}_1 \overleftarrow{\Psi} \overrightarrow{e}^{i\omega t} d\omega. \quad (29)$$

При описании и анализе линейных цепей вместо частотной характеристики чаще используется передаточная функция, которая определяется как преобразование Лапласа импульсной характеристики цепи

$$H(p) = \int_0^{\infty} h(t) e^{-pt} dt, \quad (30)$$

где  $p = \sigma + i\omega$  – параметр преобразования, комплексная величина.

Сравнение преобразования Лапласа (30) с преобразованием Фурье (24) показывает, что при чисто мнимой величине параметра  $p$  преобразование Лапласа переходит в преобразование Фурье, а передаточная функция эквивалентна частотной.

Подставляя в выражение для передаточной функции  $p = i\omega$ , получим частотную характеристику цепи.

Обычно передаточная функция цепи представляет дробно-рациональное выражение относительно параметра  $p$

$$H(p) = \frac{c_0 + c_1 p + \dots + c_M p^M}{d_0 + d_1 p + \dots + d_N p^N}. \quad (31)$$

Аналогично тому, как было получено соотношение (28), можно получить соотношение и для преобразований Лапласа сигналов на выходе и входе цепи с использованием передаточной функции

$$S_2 \overleftarrow{\Psi} = H \overleftarrow{\Psi} \overrightarrow{S}_1 \overleftarrow{\Psi}. \quad (32)$$

### Цифровые фильтры.

Линейная цепь в цифровом исполнении называется цифровым фильтром (ЦФ). Таким образом, ЦФ представляет программу линейного преобразования сигнала.

Аналоговая цепь обычно задается дифференциальным уравнением или передаточной функцией.

Дифференциального уравнения, описывающее прохождение сигнала через аналоговую цепь, в общем случае записывается в виде

$$\begin{aligned} d_N u_2^{(N)}(t) + d_{N-1} u_2^{(N-1)}(t) + \dots + d_1 u_2^{(1)}(t) + d_0 u_2(t) = \\ = c_M u_1^{(M)}(t) + c_{M-1} u_1^{(M-1)}(t) + \dots + c_1 u_1^{(1)}(t) + c_0 u_1(t) \end{aligned} \quad (33)$$

Взяв преобразование Лапласа от левой и правой частей уравнения (33), с учетом свойств преобразования получим



$$d_N p^N U_2^{(N)}(p) + d_{N-1} p^{N-1} U_2^{(N-1)}(p) + \dots + d_1 p U_2^{(1)}(p) + d_0 U_2(p) = \\ = c_M p^M U_1^{(M)}(p) + c_{M-1} p^{M-1} U_1^{(M-1)}(p) + \dots + c_1 p U_1^{(1)}(p) + c_0 U_1(p) \quad (34)$$

Из уравнения (34) можно получить выражение для передаточной функции в виде (31).

От дифференциального уравнения (33) можно перейти и к разностному уравнению [2]

$$u_2(nT) - b_1 u_2(nT - T) - \dots - b_N u_2(nT - NT) = \\ = a_0 u_1(nT) + a_1 u_1(nT - T) + \dots + a_M u_1(nT - MT). \quad (35)$$

где  $T$ - интервал дискретизации.

Из уравнения (35) получим алгоритм ЦФ:

$$u_2(nT) = a_0 u_1(nT) + a_1 u_1(nT - T) + \dots + a_M u_1(nT - MT) + \\ + b_1 u_2(nT - T) + \dots + b_N u_2(nT - NT). \quad (36)$$

Алгоритм ЦФ может быть представлен в виде схемы. Схема ЦФ изображена на рис.1, где использованные условные обозначения очевидны: сумматор, усилитель,  $T$ - элемент задержки.

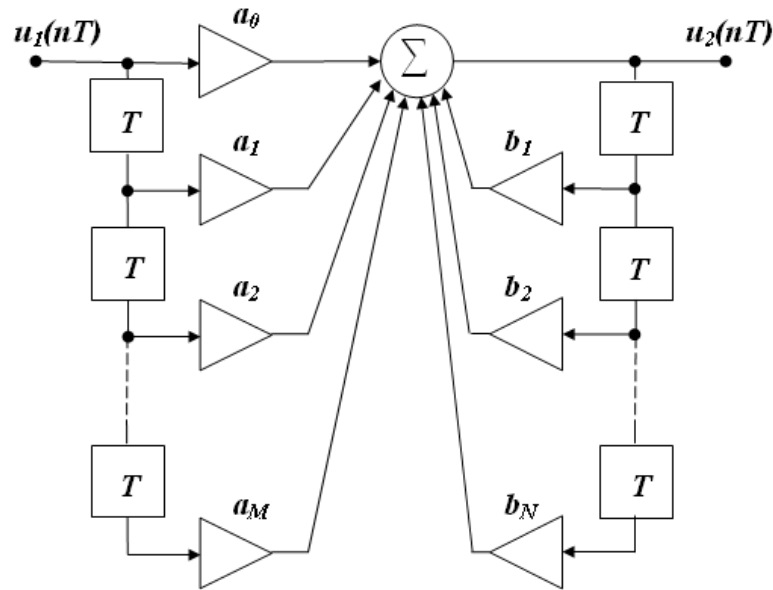


Рис.1

Схема ЦФ соответствует исходной аналоговой цепи. В общем случае это рекурсивный фильтр, в котором для определения сигнала на выходе используются значения сигнала на входе и значения сигнала на выходе в предыдущие моменты времени.

Если линейная цепь задана импульсной характеристикой  $h(t)$ , то соответствующая импульсная характеристика ЦФ будет иметь вид  $h(nT)$ . Им-

пульсная характеристика ЦФ описывает реакцию цепи (отклик цепи) на воздействие в виде единичного импульса.

Представляя дискретный сигнал на входе как взвешенную последовательность единичных импульсов, с учетом принципа суперпозиции получим

Выражение для сигнала на выходе ЦФ аналогично выражению для аналоговой цепи (23), имеет вид дискретной свертки импульсной характеристики фильтра  $h(kT)$  и сигнала на входе  $u_1(kT)$

$$u_2(nT) = \sum_{k=0}^n u_1(kT)h(nT - kT) = \sum_{k=0}^n u_1(nT - kT)h(kT), \quad (37)$$

Выражение (37) представляет алгоритм нерекурсивного ЦФ (рис.2)

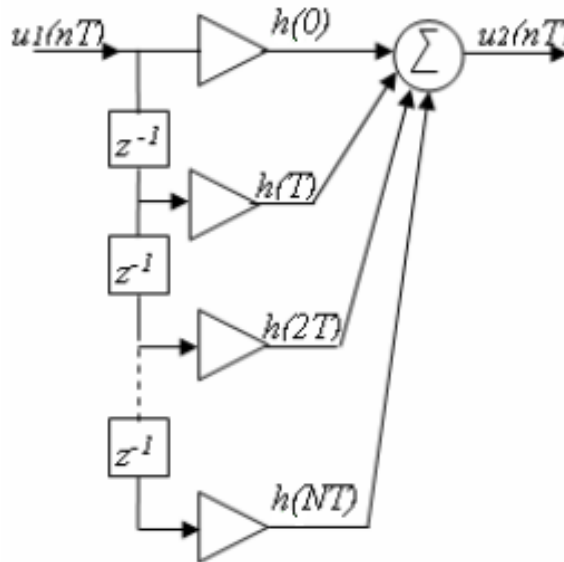


Рис.2

Часто анализ ЦФ наиболее удобно проводить в области параметра  $z$  с использованием  $z$ -преобразования импульсной характеристики.

$Z$ -преобразование импульсной характеристики ЦФ определяется выражением

$$H(z) = \sum_{n=0}^{\infty} h(nT)z^{-n}, \quad (38)$$

называется системной функцией ЦФ.

В общем случае выражение для системной функции представляет рациональную дробь относительно  $z$  или  $z^{-1}$

$$H(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_M z^{-M}}{1 - b_1 z^{-1} - b_2 z^{-2} - \dots - b_N z^{-N}}, \quad (39)$$

где  $a_k, b_k$  – постоянные коэффициенты.

Как следует из свойств  $z$ -преобразования, дискретной свертке во временной области (37) соответствует произведение  $z$ -преобразований исходных функций. Таким образом, получим соотношение, связывающее  $z$ -преобразования сигналов на входе и выходе фильтра в виде

$$U_2(z) = H(z)U_1(z), \quad (40)$$

где  $U_1(z)$ ,  $U_2(z)$  –  $z$ -преобразования сигналов на входе и выходе ЦФ.

Частотную характеристику ЦФ можно получить, если в выражении для системной функции (39) подставить  $z = e^{i\omega T}$ .

Частотная характеристика ЦФ является комплексной величиной

$$H(\omega) = |H(\omega)| e^{i\varphi(\omega)}. \quad (41)$$

Модуль частотной характеристики фильтра – АЧХ определяется как

$$|H(\omega)| = \sqrt{\frac{\sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M c_n c_m \sin \left[ (n-m)\omega T \right]}{\sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M d_n d_m \cos \left[ (n-m)\omega T \right]}}, \quad (42)$$

где  $a_k, b_k$  – коэффициенты в выражении для системной функции.

Аргумент частотной характеристики представляет ФЧХ фильтра:

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{\sum_{m=0}^M a_m \sin(m\omega T)}{\sum_{m=0}^M a_m \cos(m\omega T)} + \arctg \frac{\sum_{n=0}^N b_n \sin(n\omega T)}{\sum_{n=0}^N b_n \cos(n\omega T)}. \quad (43)$$

Рассмотренные характеристики ЦФ дают его описание в различных областях анализа – временной, частотной и области параметра  $z$ . Все они взаимосвязаны. Выбор же той или иной характеристики при описании и анализе ЦФ определяется прежде всего решаемой задачей и условиями упрощения ее решения. Структуру ЦФ наиболее очевидно определяет системная функция.

## 1. ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

Типовое задание на курсовую работу включает пункты, предусматривающие анализ сигнала и его прохождения его через заданную аналоговую цепь, выбор соответствующего ЦФ.

**Исходные данные** (выдаются преподавателем):

- аналоговая цепь – ее схема и параметры,
- видеосигнал, описываемый временной функцией.

**Задание.**

1. Определить спектральную плотность и амплитудный спектр заданного сигнала. Построить график амплитудного спектра сигнала.

2. Определить сигнал на выходе заданной аналоговой цепи и его спектральную плотность. Построить график амплитудного спектра сигнала на выходе цепи.
3. Записать выражение для импульсной характеристики ЦФ. Получить АЧХ ЦФ.
4. Получить алгоритм нерекурсивного ЦФ, соответствующего заданной аналоговой цепи. Построить график сигнала на выходе ЦФ при подаче на вход заданного сигнала.

## **2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ**

1. При анализе задания на курсовую работу рекомендуется обратиться к теоретическим положениям, изложенным в введении; при необходимости уточнить сведения теоретического характера следует обратиться к лекционному материалу или учебному пособию.

2. Последовательность выполнения работы целесообразно выбрать в соответствии с пунктами задания.

3. При выполнении работы рекомендуется использовать специальные программы лабораторных работ по учебной дисциплине.

4. По окончании решения поставленных задач курсовую работу следует оформить, скрепить и сдать на проверку преподавателю. После проверки курсовой работы студент защищает отчет по работе.

## **3. ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ**

### **Задание на курсовую работу. Вариант №.**

1. Определить частотную характеристику и АЧХ заданной аналоговой цепи. Построить графики АЧХ и импульсной характеристики цепи.

2. Определить спектральную плотность и амплитудный спектр заданного сигнала. Построить график амплитудного спектра сигнала.

3. Определить сигнал на выходе цепи и его спектральную плотность. Построить график амплитудного спектра сигнала на выходе цепи.

4. Записать алгоритм нерекурсивного ЦФ, соответствующего заданной аналоговой цепи. Построить график импульсной характеристики и АЧХ цифрового фильтра.

5. Получить график сигнала и его спектра на выходе ЦФ при подаче на вход заданного сигнала.

**1. Аналоговая цепь, ее характеристики.**

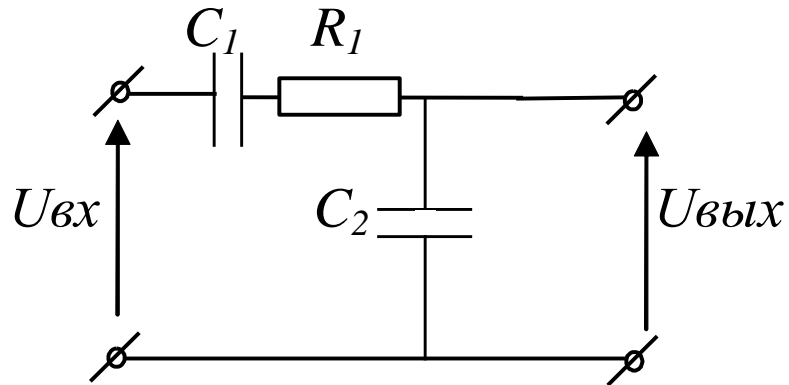


Рис.1

**Частотная характеристика цепи.**

$$H(\omega) = \frac{k i \omega}{i \omega \tau + 1},$$

где  $k = R_1 C_2$ ,  $\tau = R_1(C_1 + C_2)$ .

**Амплитудно-частотная характеристика цепи.**

$$|H(\omega)| = \frac{k \omega}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}.$$

График АЧХ – рис.2.

**Импульсная характеристика цепи**

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) e^{i\omega t} d\omega.$$

Из табл. найдем

$$h(t) = \delta(t) - \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

График импульсной характеристики – рис.2.

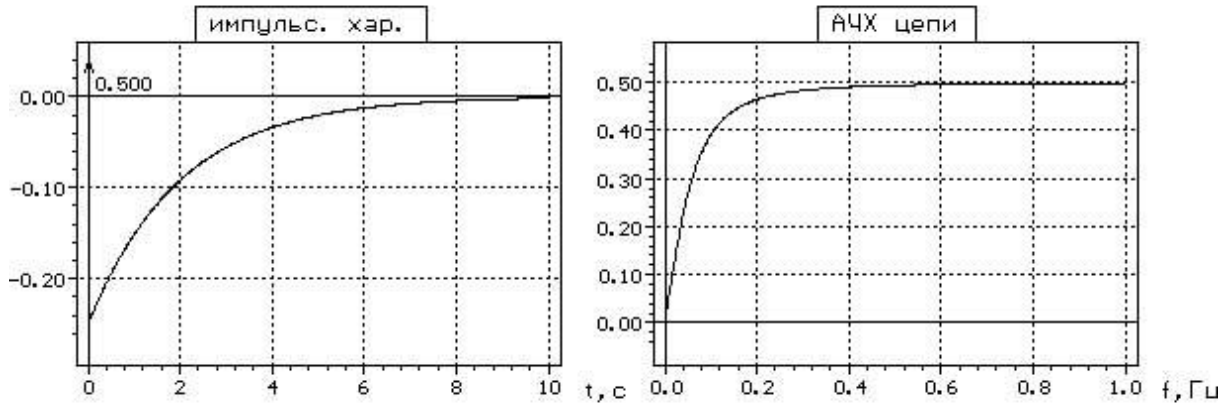


Рис.2

Сигнал на входе аналоговой цепи.

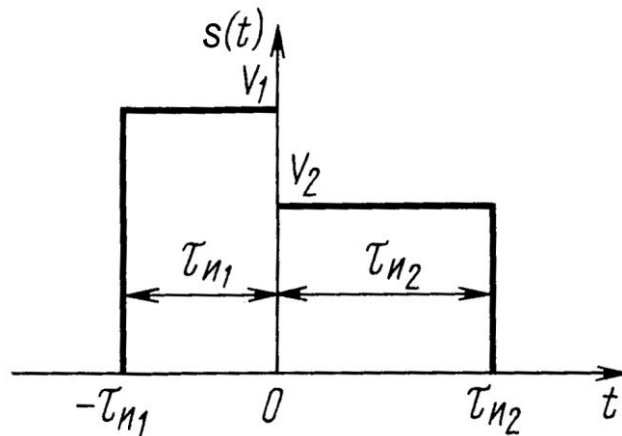


Рис. 3

Спектральная плотность прямоугольного импульса единичной амплитуды, симметричного относительно начала координат, описывается выражением

$$S(\omega) = \tau_u \operatorname{sinc} \frac{\omega \tau_u}{2},$$

где  $\tau_u$  - длительность импульса.

Заданный сигнал можно рассматривать как сумму двух прямоугольных импульсов. Используя свойство преобразования Фурье, запишем

$$S(\omega) = S_1(\omega) + S_2(\omega).$$

С учетом выражения для спектральной плотности единичного прямоугольного импульса получим

$$S(\omega) = V_1 \tau_{u1} \operatorname{sinc} \frac{\omega \tau_{u1}}{2} e^{i\omega \tau_{u1}/2} + V_2 \tau_{u2} \operatorname{sinc} \frac{\omega \tau_{u2}}{2} e^{-i\omega \tau_{u2}/2}.$$

Амплитудный спектр определяется выражением (рис.3).

$$|S(\omega)| = \sqrt{\operatorname{Re}^2 \{S(\omega)\} + \operatorname{Im}^2 \{S(\omega)\}}$$

где

$$\operatorname{Re} \{S(\omega)\} = V_1 \tau_{u1} \operatorname{sinc} \frac{\omega \tau_{u1}}{2} \cos \frac{\omega \tau_{u1}}{2} + V_2 \tau_{u2} \operatorname{sinc} \frac{\omega \tau_{u2}}{2} \cos \frac{\omega \tau_{u2}}{2},$$

$$\operatorname{Im} \{S(\omega)\} = V_1 \tau_{u1} \operatorname{sinc} \frac{\omega \tau_{u1}}{2} \sin \frac{\omega \tau_{u1}}{2} - V_2 \tau_{u2} \operatorname{sinc} \frac{\omega \tau_{u2}}{2} \sin \frac{\omega \tau_{u2}}{2}.$$

График АЧХ приведен на рис.3.

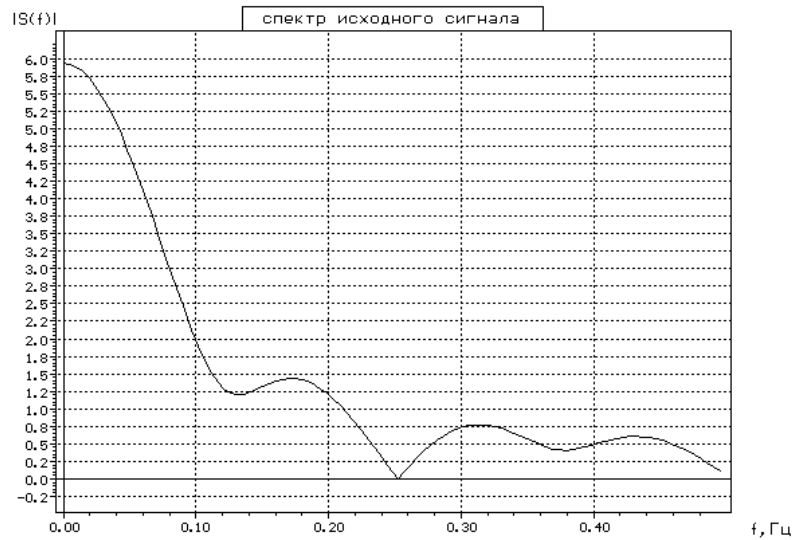


Рис.3

**Сигнал на выходе аналоговой цепи.**

$$u_2(\omega) = \int_0^{\infty} h(\omega) \underline{u}_1(\omega - x) dx = \int_0^{\infty} h(\omega - x) \underline{u}_1(\omega) dx = h(\omega) \otimes u_1(\omega).$$

График заданного сигнала и сигнала на выходе цепи – рис.4.

**Цифровой фильтр.**

Исходя из полученного графика импульсной функции аналоговой цепи  $h(t)$ , записать требуемые значения импульсной характеристики нерекурсивного ЦФ:  $h(nT)$ . Схема нерекурсивного фильтра приведена на рис.2 введения.

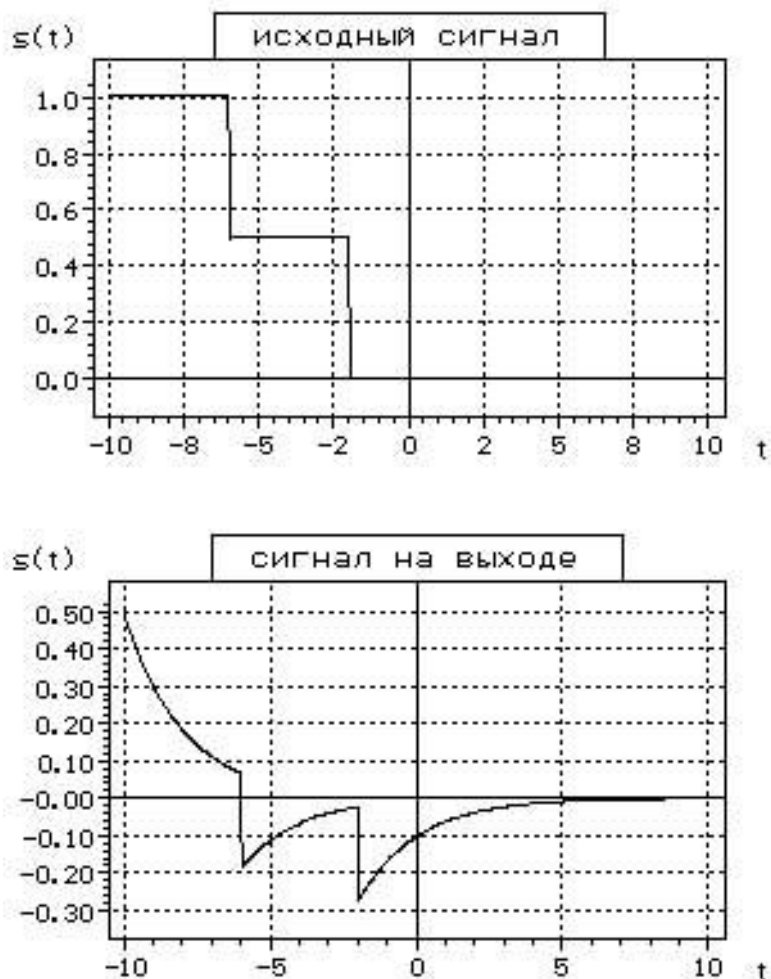


Рис.4

С использованием программы нерекурсивного фильтра, получены графики сигналов на входе и выходе ЦФ (рис.5 и 6). Их сравнение с графиками исходного сигнала и сигнала на выходе аналогового фильтра показывает их достаточно хорошее совпадение.



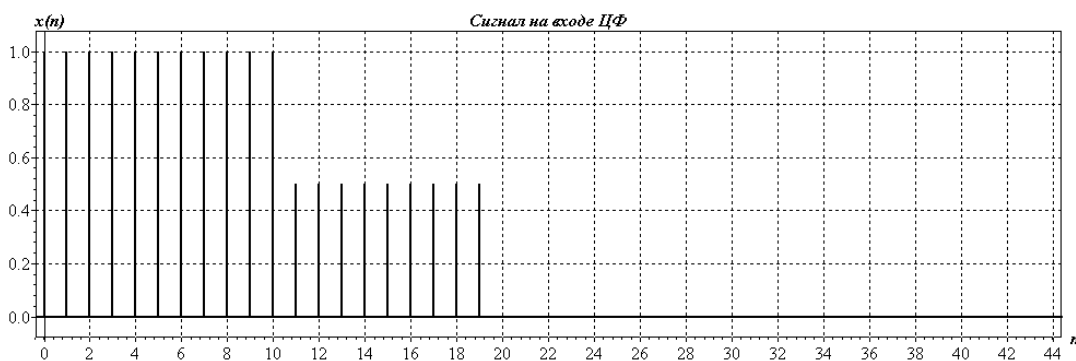


Рис.5

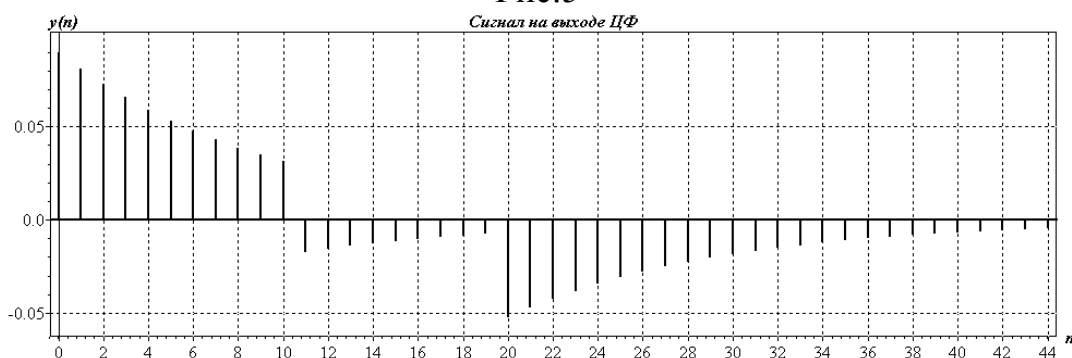


Рис.6

#### 4. ОФОРМЛЕНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

1. Курсовая работа выполняется в виде пояснительной записки на листах формата А4 рукописным или печатным способом.

2. Все листы, кроме титульного, нумеруются.

3. Рисунки, приводимые в работе, должны быть занумерованы. Если работа представляется в рукописном варианте, рисунки выполняются карандашом или тушью. Оси графиков необходимо снабдить масштабными метками и обозначить. В пояснительной записке должна присутствовать ссылка на рисунок. Допускается вынос всех рисунков на последние страницы пояснительной записки.

4. Формулы, на которые требуются ссылки при выполнении последующих пунктов работы, также необходимо нумеровать.

5. При необходимости в текст вводят ссылку на литературу, которая представляет собой помещенный в квадратные скобки номер соответствующей книги в списке литературы.

В списке литературы приводятся печатные издания в алфавитном порядке.

6. Титульный лист должен соответствовать образцу, приведенному ниже.

Московский государственный технический университет гражданской  
авиации

**Кафедра ОРТЗИ**

**Курсовая работа**

по дисциплине «Теория электрических цепей»  
вариант №

**АНАЛИЗ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ**

Выполнил: студент гр.  
Иванов И.И.

Преподаватель: Сидоров С.С.

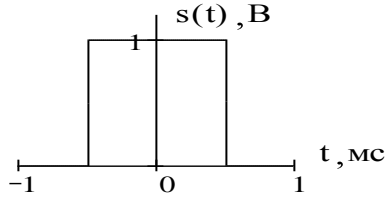
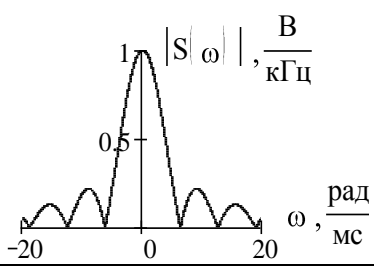
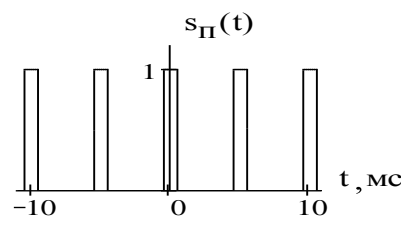
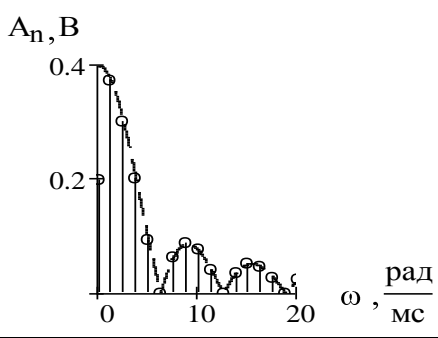
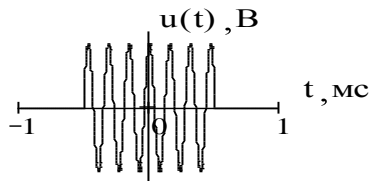
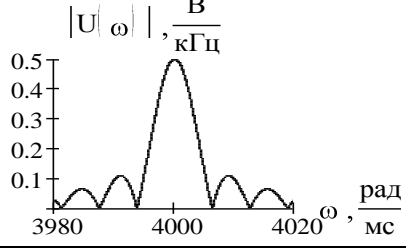
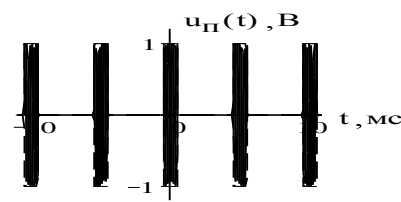
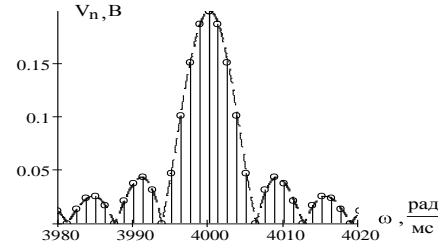
Москва 200

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1.

Табл.1. Свойства преобразования Фурье.

№ п/п	$s(t)$	$S(\omega)$
1	$k_1s_1(t) + k_2s_2(t), k_{1,2} = const$	$k_1S_1(\omega) + k_2S_2(\omega)$
2	$s(t \pm t_0), t_0 > 0$	$S(\omega)e^{\pm i\omega t_0}$
3	$\frac{d^n s(t)}{dt^n}, n \geq 0$	$(i\omega)^n S(\omega)$
4	$t^n s(t)$	$i^n \frac{d^n S(\omega)}{d\omega^n}$
5	$s(-t)$	$S^*(\omega) = S(-\omega)$
6	$s(at), a > 0$	$\frac{1}{ a } \tilde{s}(\omega/a)$
7	$s(t) \cdot \text{sign}(t), s(t) _{t<0} = 0$	$2 \text{Re } S(\omega)$
8	$s(t) \cdot \text{sign}(t), s(t) _{t<0} = 0$	$2i \text{Im } S(\omega)$

Табл.2. Спектры сигналов.

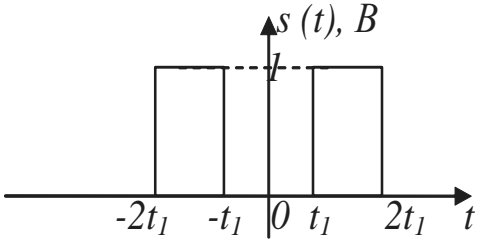
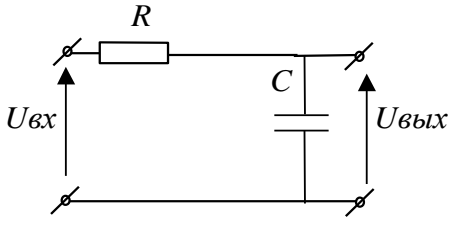
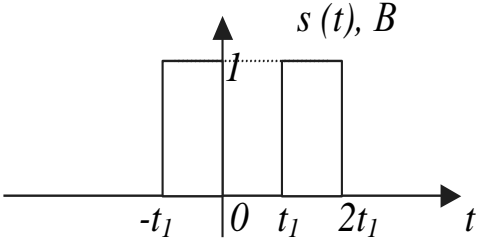
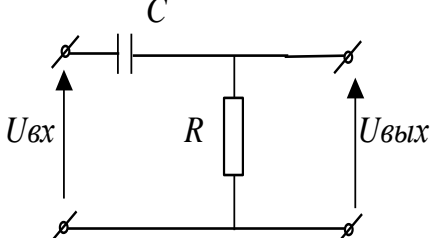
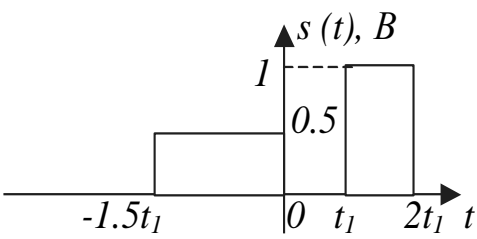
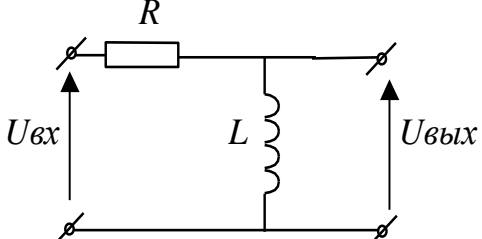
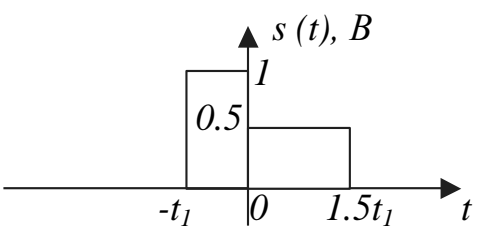
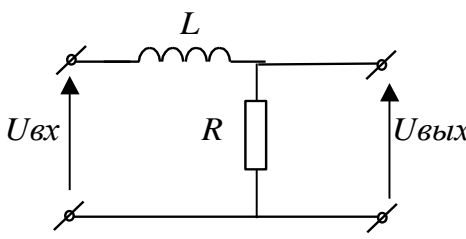
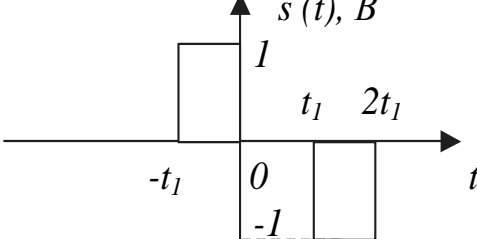
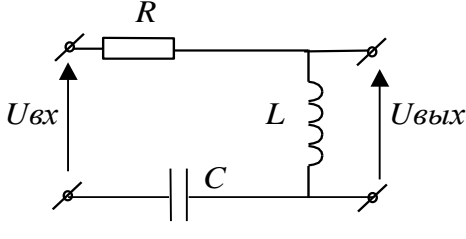
	Сигнал и его спектральное представление.	Спектр сигнала.
Одиночный Видеосигнал	$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) e^{i\omega t} d\omega$ 	$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-i\omega t} dt$ 
Периодический Видеосигнал	$s_{\Pi}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s(t-nT)$  $s_{\Pi}(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(\omega_1 t + \varphi_n)$	$A_n = \frac{2}{T}  S(n\omega_1) ; \varphi_n = \arg S(n\omega_1)$ 
Одиночный радиопульс	$u(t) = s(t) \cos(\omega_0 t)$  $u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} U(\omega) e^{i\omega t} d\omega$	$U(\omega) = \begin{cases} S(\omega - \omega_0), & \omega > 0 \\ S(\omega + \omega_0), & \omega < 0 \end{cases}$ 
Периодический Радиосигнал	$u_{\Pi}(t) = s_{\Pi}(t) \cos(\omega_0 t)$  $u_{\Pi}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} V_n \cos((\omega_0 + n\omega_1)t + \psi_n)$	$V_n = \frac{A_{ n }}{2}; \psi_n = \varphi_{ n } \text{sign}(n)$ 

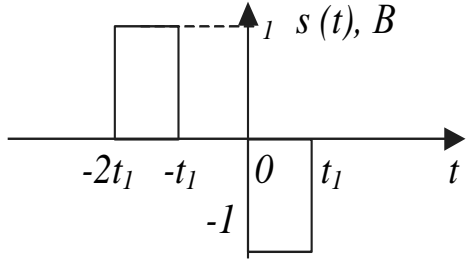
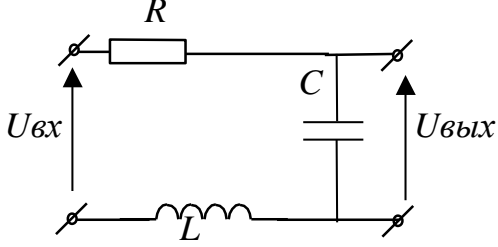
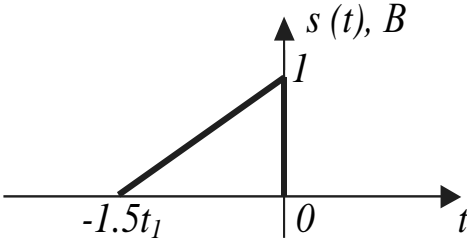
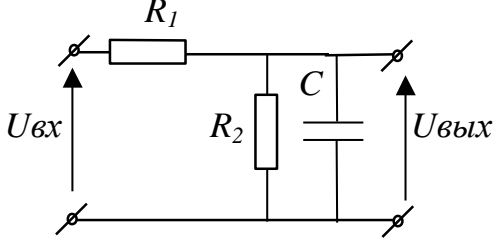
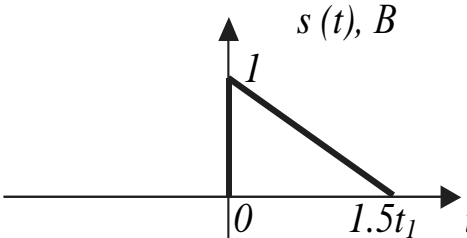
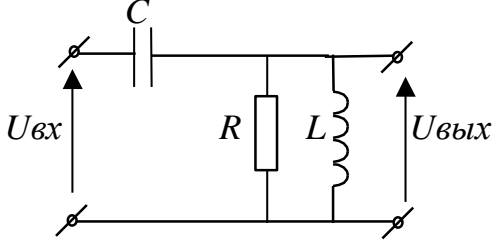
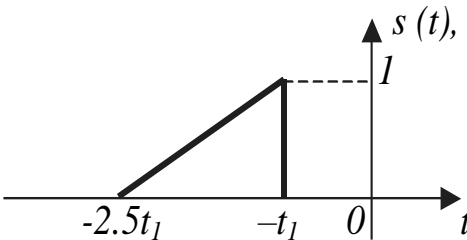
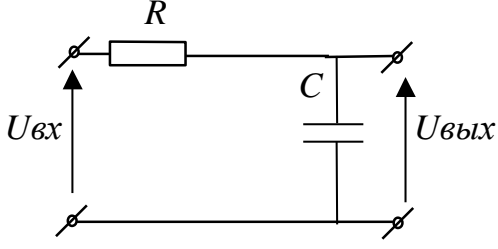
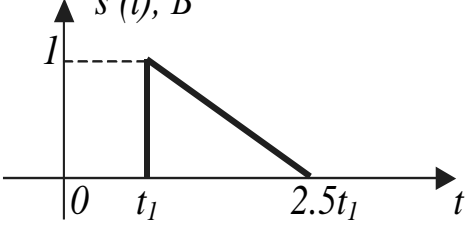
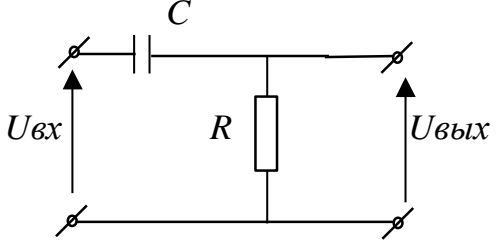
**Табл.3. Разрывные функции.**

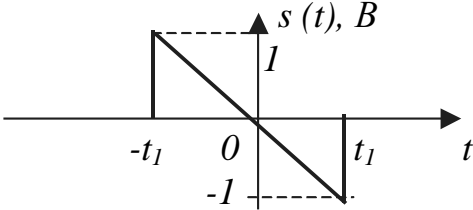
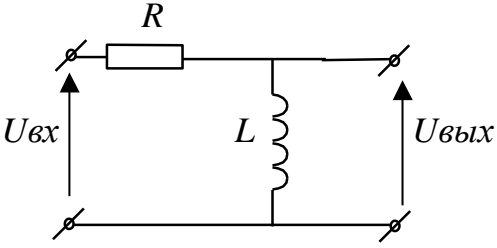
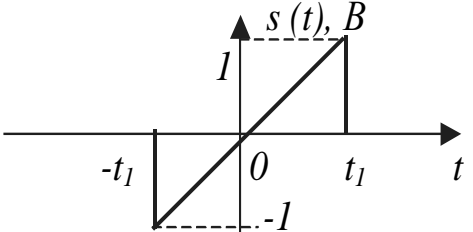
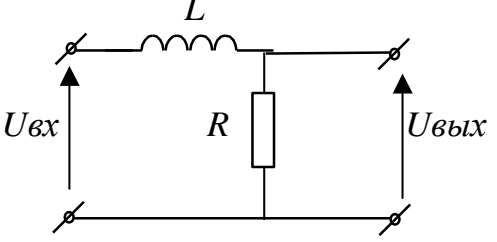
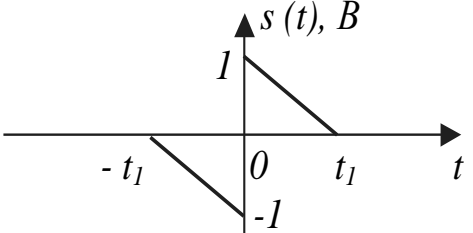
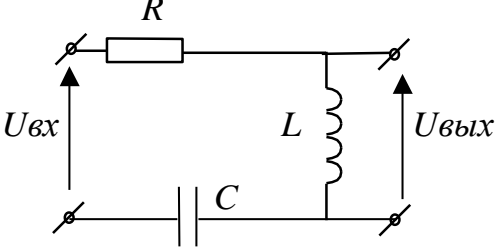
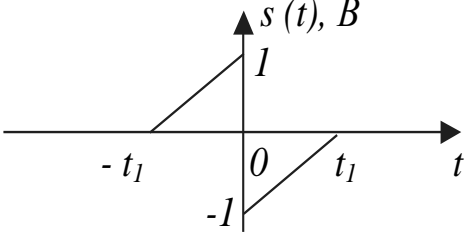
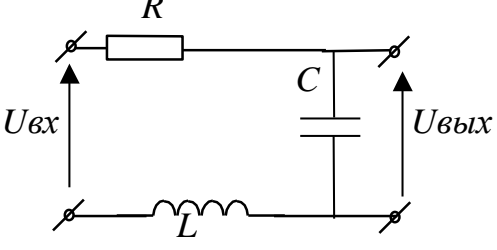
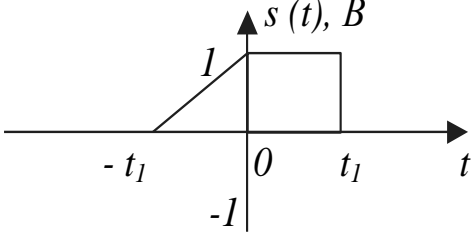
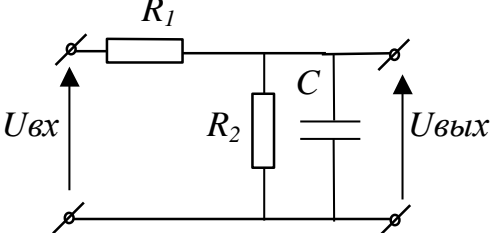
определение	график	спектр	примечание
<p>Ступенчатая функция</p> $\sigma(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0.5, & t = 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$		$S_{\sigma}(\omega) = 0.5\delta(\omega) + \frac{1}{i\omega}$	$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t \delta(x) dx$
<p>Импульсная функция (дельта - функция)</p> $\delta(t) = \frac{d\sigma(t)}{dt}$		$S_{\delta}(\omega) = 1$	$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$ $\int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \delta(t - t_0) dt = s(t_0)$
<p>Знаковая функция</p> $\text{sign}(t) = \begin{cases} -1, & t < 0 \\ 0, & t = 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$		$S_{\text{sign}}(\omega) = \frac{2}{i\omega}$	$\text{sign}(t) = \sigma(t) - \sigma(-t)$
<p>Прямоугольный импульс</p> $\text{rect}\left(\frac{t}{\tau_u}\right) = \begin{cases} 1, &  t  < 0.5\tau_u \\ 0.5, &  t  = 0.5\tau_u \\ 0, &  t  > 0.5\tau_u \end{cases}$		$S_0(\omega) = \tau_u \text{sinc}\left(\frac{\omega \tau_u}{2}\right)$	$\text{rect}\left(\frac{t}{\tau_u}\right) = \sigma\left(t + \frac{\tau_u}{2}\right) - \sigma\left(t - \frac{\tau_u}{2}\right)$

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2.

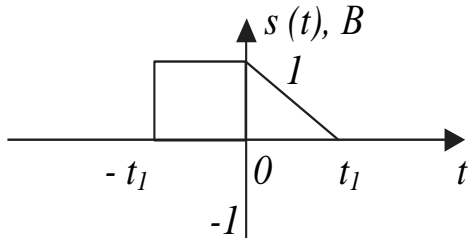
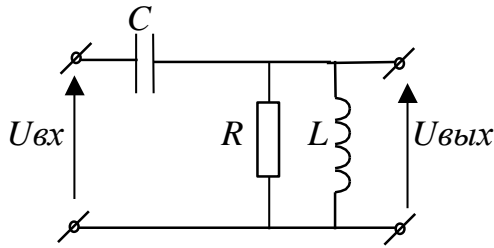
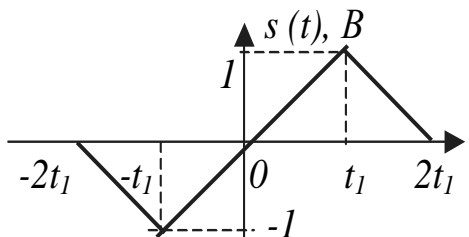
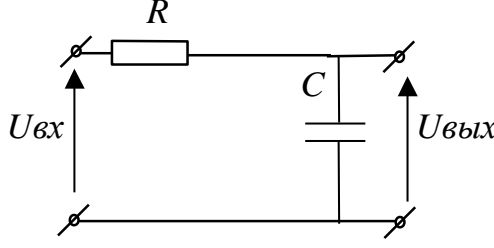
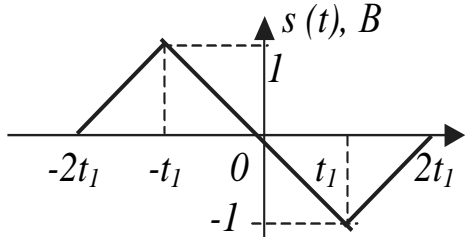
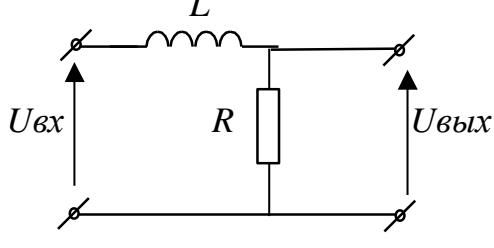
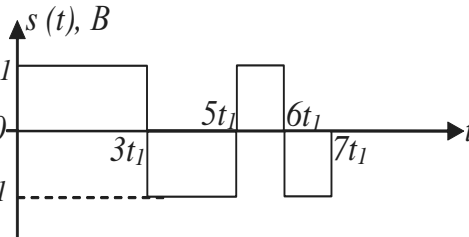
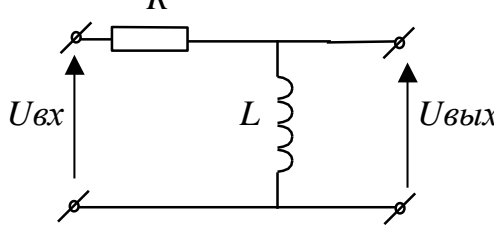
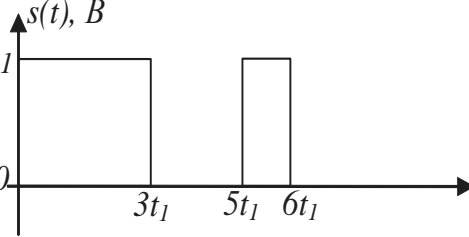
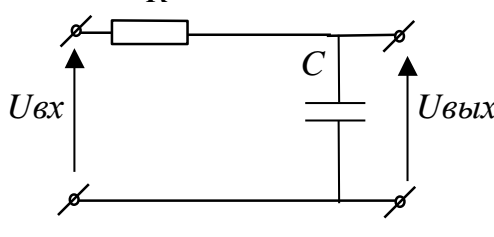
Таблица 4. Сигналы и цепи для заданий.

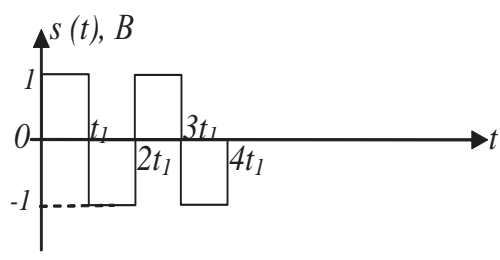
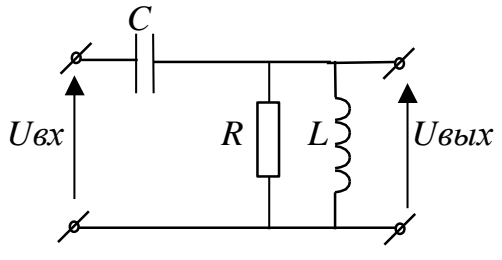
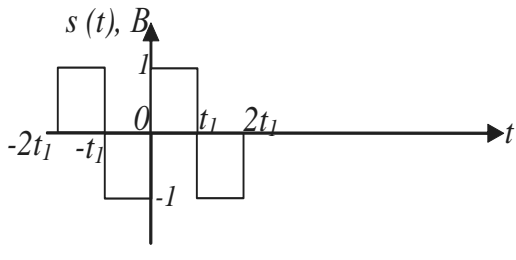
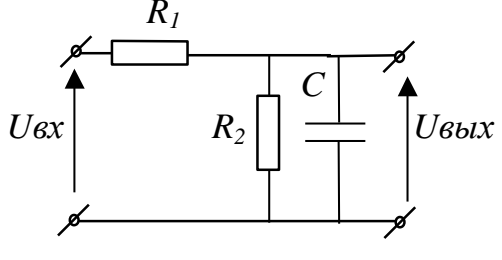
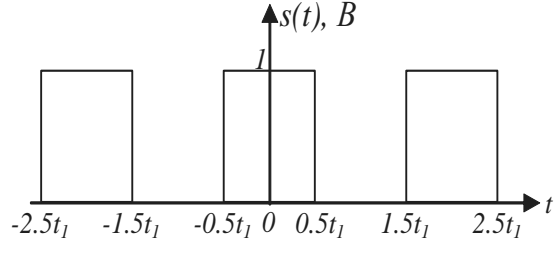
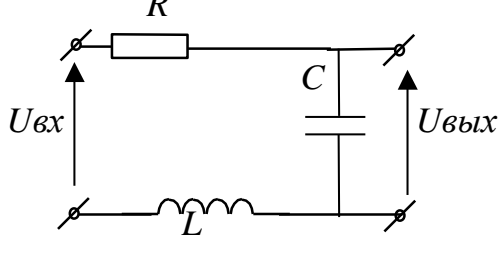
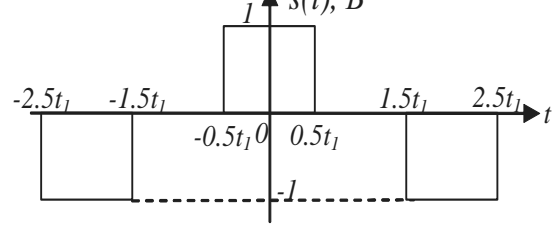
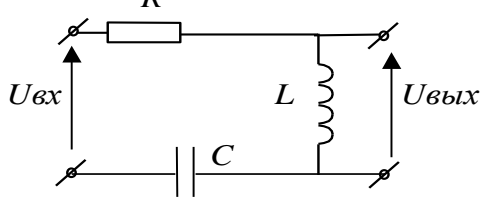
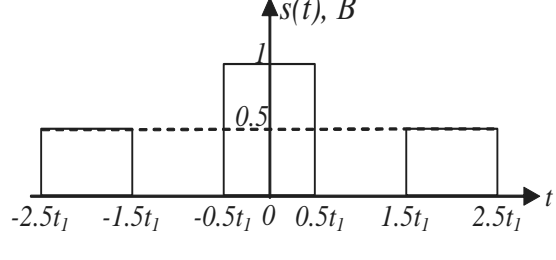
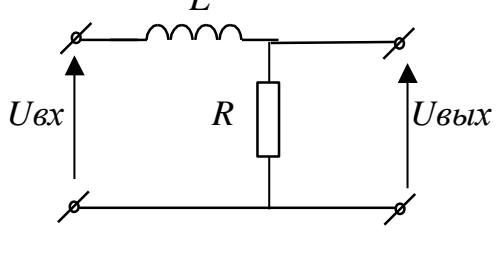
№ вар	сигнал	цепь
1		
2		
3		
4		
5		

6		
7		
8		
9		
10		

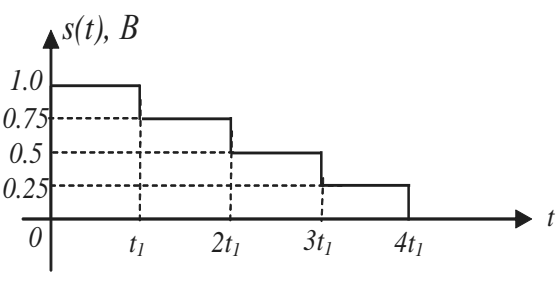
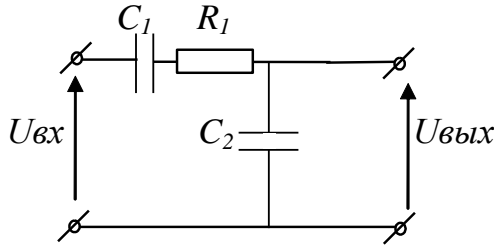
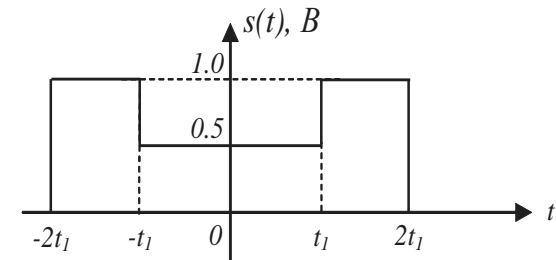
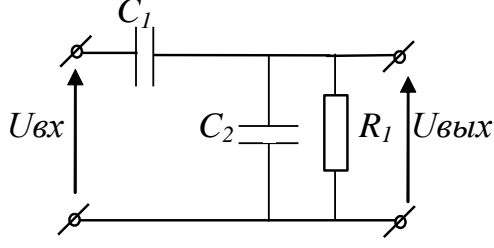
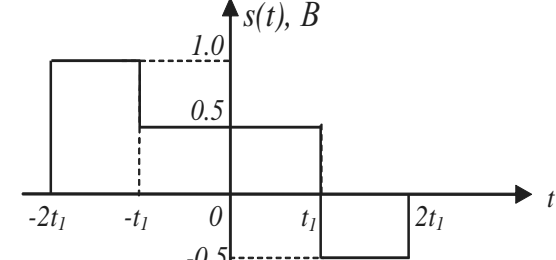
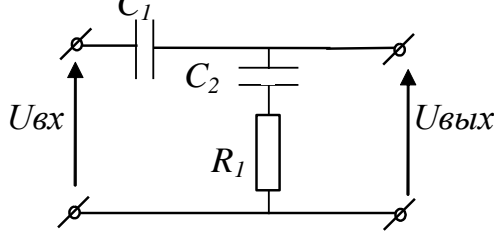
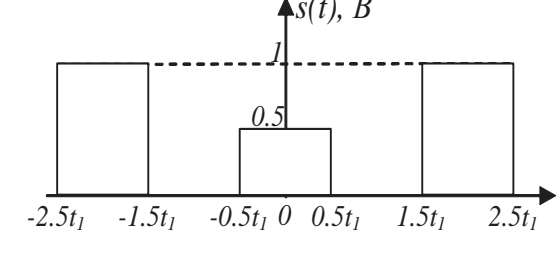
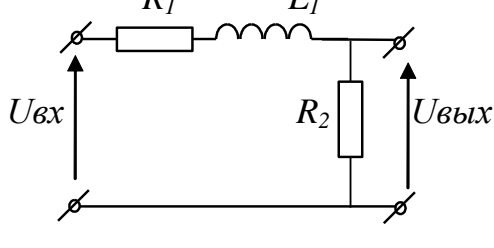
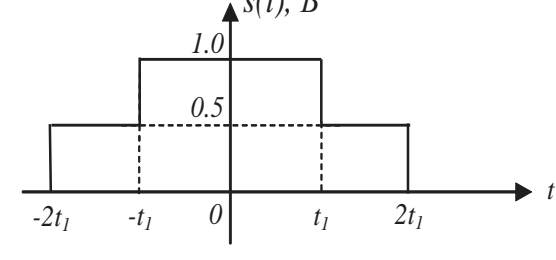
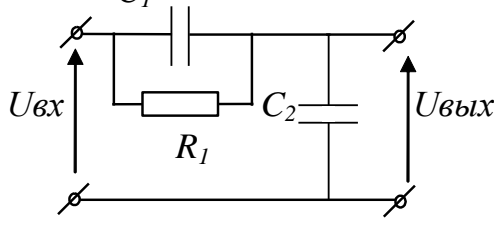
11		
12		
13		
14		
15		



16		
17		
18		
19		
20		

21		
22		
23		
24		
25		

26		
27		
28		
29		
30		

31		
32		
33		
34		
35		

36		
37		
38		
39		
40		

## ЛИТЕРАТУРА

.Денисенко А.Н. Теория электрических цепей. –М: МГТУГА часть2, 2009, часть 1, 2010.

### Содержание.

Введение.	3
1.Задание на курсовую работу.	12
2.Порядок выполнения работы.	13
3.Образец выполнения задания.	13
4.Оформление курсовой работы.	18
Приложение 1.	20
Приложение 2.	23
Литература.	29