Лекция № 3

1.3 Методы расчета вероятностных показателей БзП.

Логико-вероятностный метод

В основу математической формулировки метода может быть положена формула полной вероятности, предусматривающая рассмотрение всех физически возможных гипотез, связанных с отдельными опасными факторами и их комбинациями.

Вероятность благополучного исхода полета при "n" возможных опасных факторах в любых их сочетаниях можно записать в виде

$$P = P\left(A_0\right) + \sum_{i=1}^{n} P_i\left(A_1\right) + \sum_{\substack{\kappa=1 \\ \kappa\in i,j \\ i\neq j}}^{C_n^2} P_{i,j}\left(A_2\right) + +\ldots + P_{i,j,\ldots,n}\left(A_n\right) \qquad (1.15)$$

где $P\left(A_0\right)$ - вероятность того, что не возникает ни один опасный фактор,

$P_i\left(A_1\right)$, $P_{i,j}\left(A_2\right)$ - вероятность того, что возникает точно один опасный фактор и исход полета будет благополучным, два опасных фактора и т.д.

Слагаемые в (1.15) при условии, если факторы независимые, определяются следующими выражениями:

$$\begin{cases} P\left(A_0\right) = p_1\, p_2 \cdots p_n \\ P_i\left(A_1\right) = p_1\, p_2 \cdots p_{i-1}\, p_{i+1} \cdots p_н\, q_i\, r_i \\ P_{i,j}\left(A_2\right) = p_1\, p_2 \cdots p_{i-1}\, p_{i+1} \cdots p_{j-1}\, p_{j+1} \cdots\cdots p_н\, q_i\, q_j\, r_i\, r_j \\ . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ P_{i,j,\ldots,n}\left(A_n\right) = q_1\, q_2 \ldots q_n\, r_1\, r_2 \ldots r_n \end{cases} \qquad (1.16)$$

Вероятность авиационного происшествия Q определяется из очевидного условия, что каждый последующий опасный фактор во время полета физически возможен, если перед этим опасные факторы не возникали, а если и возникали, то они парировались. В соответствии с этим условием получим

$$\begin{aligned} Q &= q_1\, s_1 + \left(p_1 + q_1\, r_1\right) q_2\, s_2 + \ldots + \left(p_1 + q_1\, r_1\right)\left(p_2 + q_2\, r_2\right)\ldots \\ &\ldots\left(p_{n-1} + q_{n-1}\, r_{n-1}\right) q_n\, s_n = q_1\, s_1 + \sum_{i=2}^{n}\left\{q_i\, s_i \prod_{\kappa=1}^{i-1}\left(p_\kappa + q_\kappa\, r_\kappa\right)\right\} \end{aligned} \qquad (1.17)$$

Вообще говоря, уровень риска Q можно вычислить более простым способом как вероятность противоположного события, т.е.

$$Q = 1 - P \qquad (1.18)$$

Рассмотрим элементарный пример. Определить выражение для P при воздействии двух независимых факторов. В соответствии с (1.15) и (1.16) имеем

$$P = p_1 \cdot p_2 + p_1 \cdot q_2 \cdot r_2 + p_2 \cdot q_1 \cdot r_1 + q_1 \cdot q_2 \cdot r_1 \cdot r_2 \qquad (1.19)$$

Нетрудно заметить, что выражение (1.19) может быть представлено произведением

$$P = \left(p_1 + q_1 r_1\right) + \left(p_2 + q_2 r_2\right).$$

Обобщая этот результат для "n" независимых факторов, получим

$$P = \prod_{i=1}^{n} \left(p_i + q_i r_i\right) \qquad (1.20)$$

Формула (1.20) является компактной записью развернутых выражений, представленных (1.15) и (1.16).

С учетом воздействия на ЛА только одного фактора, который может возникать в полете неоднократно, например "m" раз, на основании (1.20) имеем

$$P = \left(p + q\, r\right)^m \qquad (1.21)$$

Марковская модель расчета вероятности безопасного полета.

Оценка БзП при воздействии на ЛА факторов, вероятность появления которых зависит от времени полета, может быть произведена на основе представления переходов системы от одного состояния к другому под воздействием опасных факторов моделью марковского процесса со счетным множеством состояний и непрерывным временем. Факторы при этом могут быть как зависимые, так и независимые, однократно возникающие и многократно повторяющиеся с зависимыми и независимыми последствиями, т.е. такая модель позволяет производить оценку БзП с учетом воздействия на ЛА обширного класса опасных факторов. Допустим, что все возможные в полете особые ситуации, вызванные опасными факторами, образуют счетное множество $\{i\}, i = \overline{1,m}$.

В зависимости от успешности действий экипажа по парированию последствий опасных факторов множеству $\{i\}$ будут соответствовать два подмножества: $\{БП_i\}$ - благополучных исходов и $\{АП_i\}$ - неблагополучных исходов полета.

Обозначим вероятности этих исходов соответственно $P_i(t); Q_i(t)$. Так как события из множества $\{i\}$ для текущего момента времени полета являются несовместным, то на основании теоремы сложения вероятностей можно записать

$$P(t) = P_o(t) = \sum_{i=1}^{m} P_i(t); \; Q(t) = \sum_{i=1}^{m} Q_i(t);$$

где $P_o(t)$ - вероятность пребывания системы в нормальном состоянии.

Неизвестные вероятности $P_o(t); P_i(t); Q_i(t)$ вычисляются по модели марковского процесса смены состояний рассматриваемой системы.

Для обоснования возможности применения такой модели используются следующие допущения:

1. События парирования или непарирования возникают одновременно с появлением опасных факторов, вызывающих особую ситуацию.

2. Последовательность возникновения особых ситуаций i-го типа является простейшим потоком с интенсивностью λ_i. Соответствующие ему потоки благополучных и неблагополучных исходов в силу принятого допущения также являются простейшими. Их интенсивности соответственно равны $\lambda_i r_i$, $\lambda_i S_i$.

3. Отказавшие в полете элементы не восстанавливаются, а ошибки операторов не повторяются. Ситуация в начале полета является нормальной, т.е. опасные факторы отсутствуют.

Для расчета вероятностей $P_o(t); P_i(t); Q_i(t)$ марковский процесс со всеми выявленными и реально возможными в полете состояниями системы представляются наглядно в виде графа состояний (рис. 10). В узлах этого графа обозначаются состояния системы (исходы полета); вершина графа (состояние 0) соответствует нормальной ситуации. Состояния системы, в которые она переходит непосредственно из состояния вследствие появления опасных факторов, называются состояниями первого уровня, а состояния, возникающие из состояний первого уровня - состояниями второго уровня и т. д.

Обозначим эти состояния: на первом уровне по i-му фактору - $БП_{1i}$, $АП_{1i}$ - соответственно для благополучных и неблагополучных исходов; на втором уровне по j-му фактору - $БП_{2i}$, $АП_{2i}$ и т.д. На стрелках графа проставляются интенсивности перехода от одного состояния к другому: при переходе от нулевого состояния к состояниям первого уровня - $\lambda_{01_i} \cdot r_{1_j}; \lambda_{01_i} \cdot S_{1_j}$ при переходе от состояний первого уровня к состояниям второго уровня $\lambda_{1_i 2_j} \cdot r_{2_j}; \lambda_{1_i 2_j} \cdot S_{2_j}$ и т.д.

Дифференциальные уравнения для определения неизвестных вероятностей составляют по определенному правилу:

число уравнений равно числу состояний (исходов), размеченных на графе;

в левой части уравнения стоит производная вероятности данного состояния, а правая часть содержит столько членов, сколько стрелок связано с данным состоянием;

если стрелка выходит из этого состояния, соответствующий член имеет знак минус, если она направлена в состояние - плюс;

каждый член равен произведению интенсивности перехода, соответствующий данной стрелке на вероятность того состояния, из которого стрелка исходит.

Для краткости обозначим суммарные интенсивности исходов из соответствующих состояний 0, 1i, 2j через

$$\lambda_{00} = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{01i}; \quad \lambda_{1i1i} = \sum_{j=1}^{l} \lambda_{1i2j}; \lambda_{2j2i} = \sum_{f=1}^{k} \lambda_{2j3f} \qquad (1.32)$$

В (1.32) n, l, k - числа факторов, которые могут вывести систему соответственно из нулевого состояния, из i-го состояния первого уровня, из j-го состояния второго уровня. Соотношения (1.32) учитывают, что $r_{i1} + s_{i1} = r_{2j} + s_{2j} = 1$.

Воспользовавшись указанным выше правилом, составим дифференцальные уравнения для вероятностей состояний, соответствующих графу

на рис.1.7:

$$\dot{P}_0 = -\lambda_{00} P_0; \qquad (1.33)$$

$$\dot{P}_{1i} = \lambda_{01i} r_{1i} P_0 - \lambda_{1i1i} P_{1i}; \qquad (1.34)$$

$$\dot{Q}_{1i} = \lambda_{01i} S_{1i} P_0; \qquad (1.35)$$

$$\dot{P}_{2i} = \lambda_{1i2j} P_{1i} - \lambda_{2j2j} P_{2j}; \qquad (1.36)$$

$$\dot{Q}_{2j} = \lambda_{1i2j} P_{1i}; \qquad (1.37)$$

Система дифференциальных уравнений (1.33 - 1.37) решается при следующих начальных условиях:

$$t = j, \quad P_0 = 1; \quad P_{i1} = Q_{i1} = P_{2j} = Q_{2j} = ... = 0$$

В первую очередь решается уравнение для вероятности нулевого состояния, затем, используя этот результат, производится решение уравнений для вероятностей состояний первого уровня и т.д. Для оценки безопасности полета достаточно решить только уравнения для вероятностей благополучных исходов, но для проверки правильности решения по условию $P + Q = 1$ необходимо решать всю систему дифференциальных уравнений.

1.4 Общий подход к оценке безопасности полетов

Авиационное происшествие случайное событие. Оно может произойти при условии, что в полете появится опасный фактор (группа факторов) и его последствия не будут парированы экипажем (летчиком). Опасные факторы, являясь следствием вполне конкретных причин, возникают в произвольные моменты времени и в этом заключается их случайность.

За событие парирования примем событие невыхода определяющих параметров x_j за свои предельные значения $x_j < x_{j_{\text{пр}}}; \quad j = \overline{1, e}$. Строго говоря, $x_j > x_{j_{\text{пр}}}$ событие не всегда обязательно приводит к АП. В ряде случаев после превышения летчик своими действиями может возвратить ЛА в область $x_j < x_{j_{\text{пр}}}$, например, парировать режим сваливания самолета и возвратить его на нормальные углы атаки. В дальнейшем для однозначности суждений выход одного или нескольких определяющих параметров за их предельные значения будем полагать за неблагоприятный исход полета (АП).

Обозначим: p_i, q_i - вероятности непоявления и появления i-го опасного фактора; - условные вероятности парирования и непарирования его последствий. В принятых обозначениях, учитывая, что $p_i + q_i = 1; r_i + s_i = 1$ вероятностные показатели БП будут иметь очевидные выражения

$$P_i = p_i + q_i \cdot r_i = 1 - Q_i \qquad (1.13)$$

$$Q_i = q_i \cdot s_i \qquad (1.14)$$

Формула (1.13) имеет простой физический смысл, который можно интерпретировать следующим образом: по отношению к i-му опасному фактору полет с вероятностью P_i будет безопасным, если i-ый фактор с вероятностью p_i не проявится, а если и проявится с вероятностью q_i, то его последствия с условной вероятностью r_i будут парированы экипажем (летчиком). По аналогам читатель может раскрыть смысл формулы (1.14).

Сложнее обстоит вопрос получения развернутых выражений для P и Q с учетом возможного воздействия на ЛА в полете совокупности опасных факторов.

Задача определения аналитической зависимости уровня риска Q (или вероятности P) в течение времени полета t с учетом всех свойств авиационной системы и внешней среды, потенциально влияющих на БзП, является ключевой в теории безопасности полетов и до настоящего времени в конечном виде не решена. Сложность решения этой задачи заключается в том, что, во-первых, свойства авиационной системы и внешней среды представляются обширным множеством физически разнородных параметров, что приводит к большой размерности решаемой задачи; во-вторых, не все свойства авиационной системы, отрицательно влияющие на БзП, выявлены достаточно четко; в-третьих, отдельные свойства авиационной системы и внешней среды не могут быть формализованно представлены набором определенных параметров, являющихся статистическими контролируемыми. По поводу последнего можно привести такой пример: известно, что возможность столкновения с птицами самолета влияет на уровень риска, но рассчитать вероятность этого события в общем случае не представляется возможным. Можно лишь указать на периоды времени или режимы полета, где столкновение наиболее вероятно.

По указанным выше причинам задача определения аналитической зависимости уровня Q риска от времени полета решается только в частных случаях для отдельных совокупностей опасных факторов. Методика расчета P и Q при этом зависит от специфики, опасных факторов и их последствий. Эта специфика может быть отображена набором признаков, показанных на рис. 7.

Вероятность появления дискретных во времени факторов не зависит от времени полета, а определяется в основном характером выполняемого этапа полета, уровнем подготовки летчика. К таким факторам можно, например, отнести отказы дискретно функционирующих систем ЛА, ошибки в технике пилотирования при выполнении сложного маневра. Вероятность появления непрерывных по времени факторов является функцией времени полета. К таким факторам можно отнести отказы непрерывно функционирующих систем ЛА, ошибки летчика в технике пилотирования при выполнении стационарных режимов полета, выбросы перегрузки из-за воздействия турбулентности и др. Однократно появляющиеся факторы могут возникать в полете только один раз, многократно появляющиеся факторы в полете могут повторяться несколько раз при условии, если предыдущее появление фактора парировано экипажем.

Независимые факторы могут появляться в полете в любой последовательности, зависимые - в такой последовательности, которая определяется зависимостью факторов друг от друга. Последствия факторов можно считать независимыми, если они зависят от того, в какой последовательности факторы появляются в полете, и зависимыми - в противном случае. Примером последних могут быть отказы в системе САУ - блок контроля. Если САУ отказывает при работающем блоке контроля, то ее отказы, как правило, неопасны, если САУ отказывает при уже отказавшем блоке контороля, то ее отказы могут быть опасными.

Проимем следующие исходные положения:

1. Для исследуемого случая расчета показателей P и Q возможно возникновение в полете "n" опасных факторов.

2. Полет продолжительностью t состоит из Z последовательно (в соответствии с заданием) выполняемых этапов (1,2,..,5,..,z).

3. Величина условной вероятности парирования последствий факторов зависит этапа полета и изменяется от этапа к этапу ступенчато.

4. Считаются известными для каждого S-го этапа величины $p_{i,s}, q_{i,s}, r_{i,s}, s_{i,s}$ - соответственно вероятности невозникновения и возникновения i-го фактора и условные вероятности его парирования и непарирования.