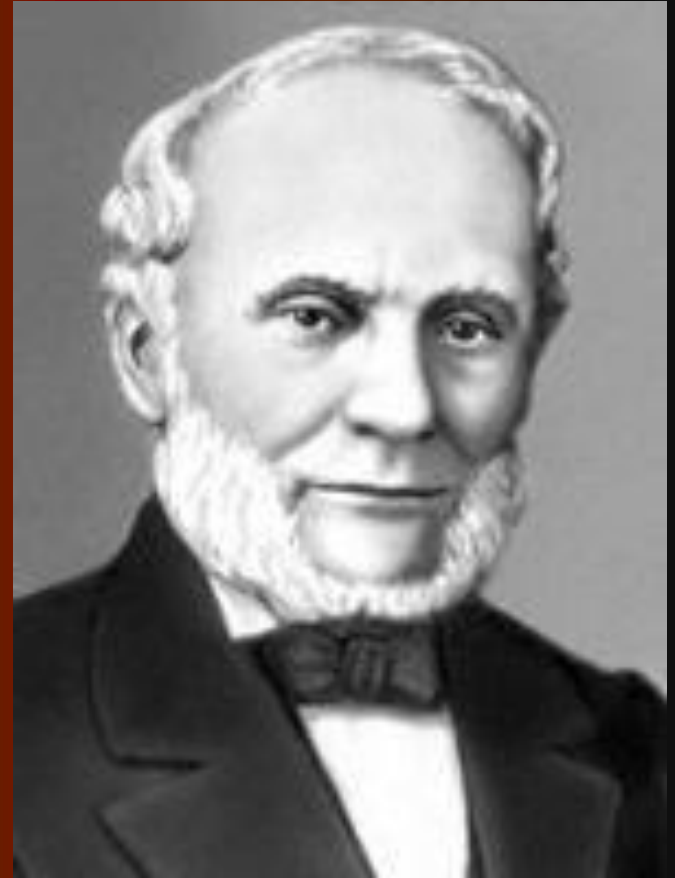


Тема 6. Явления переноса

- 6.1. Понятие о явлениях переноса



Клаузиус Рудольф
(2.I.1822–24.VIII.1888)

Модель среды:

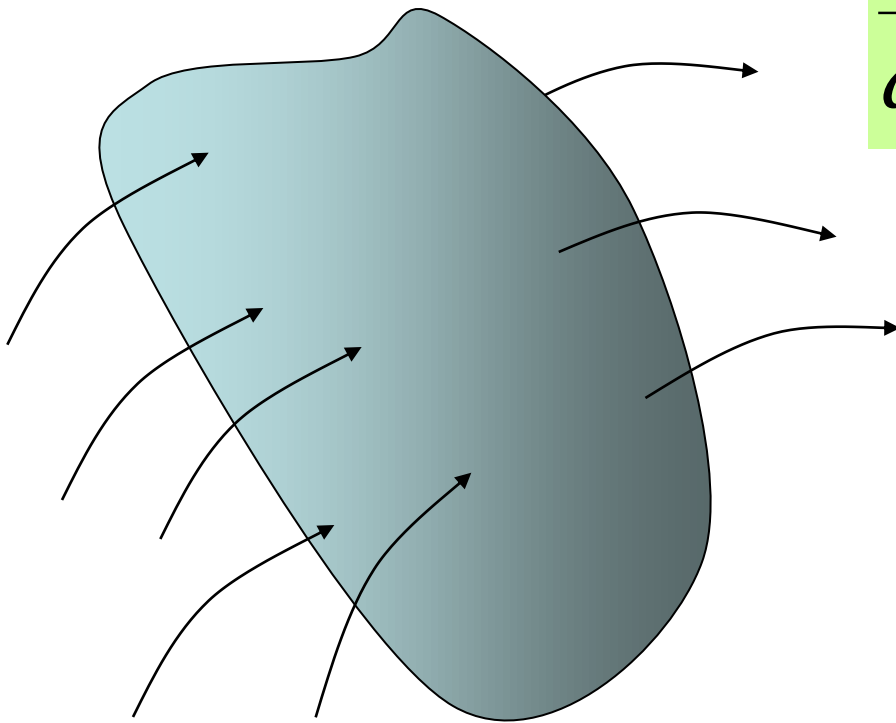


Характеристики:

Плотность энергии- $\rho_u = \frac{\Delta U}{\Delta V}$

Концентрация- $n = \rho_n = \frac{\Delta N}{\Delta V}$

Уравнение непрерывности (закон сохранения)



$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \cdot dV = - \oint_S \vec{j}_\rho \cdot d\vec{S}$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\text{div} \vec{j}$$

Тема 6. Явления переноса

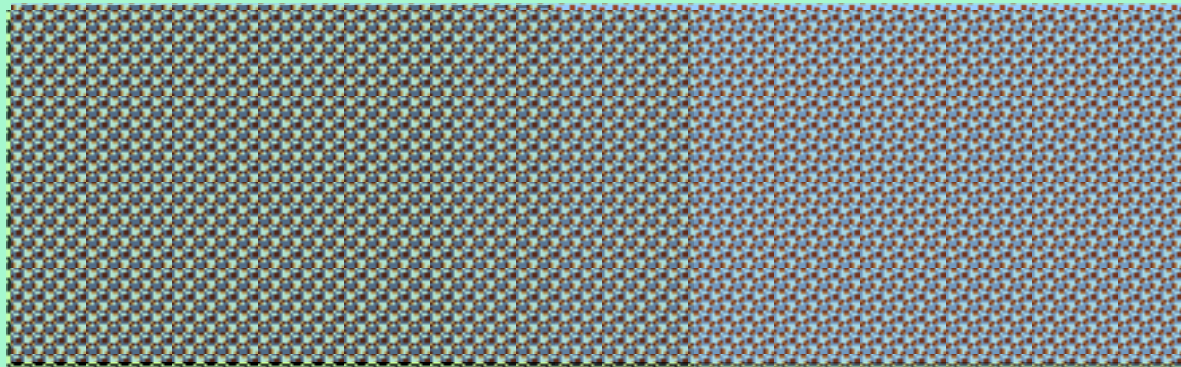
- 6.2. Уравнения явлений переноса



Клаузиус Рудольф
(2.I.1822–24.VIII.1888)

а) Диффузия:

- Самопроизвольный процесс выравнивания концентраций в смеси нескольких различных компонент



Диффузия
паров
брома

Законы Фика:

$T = \text{const}$
 $P = \text{const}$



$n_1(\vec{r}, t)$; $n_2(\vec{r}, t)$

Тогда 1^й закон Фика

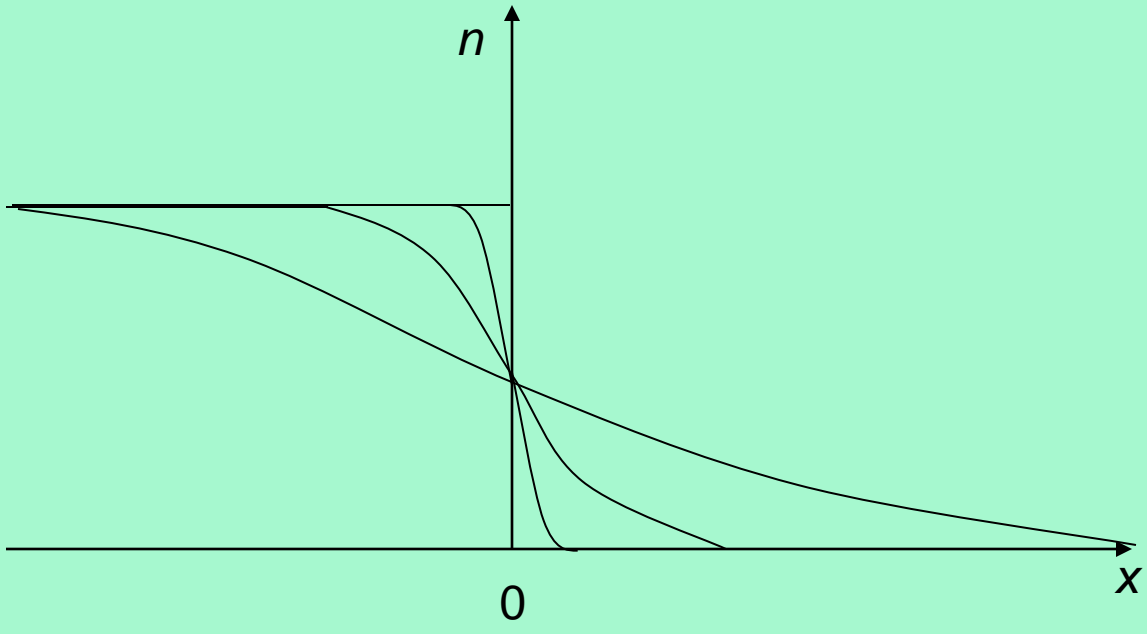
$$j = -D \frac{\partial n}{\partial x}$$

или

$$\vec{j} = -D \cdot \text{grad} n$$

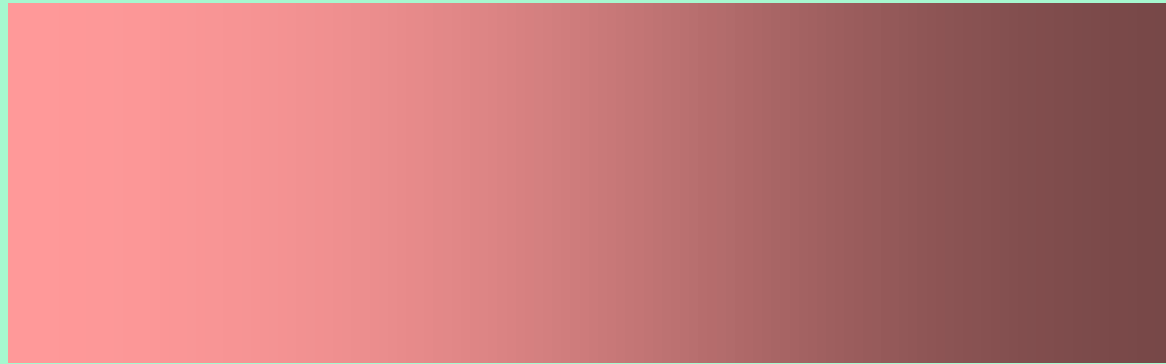
2^й закон Фика

$$\frac{dn}{dt} = -\text{div} \left(D \cdot \text{grad} n \right) \approx D \cdot \nabla^2 n$$



б) Теплопроводность:

- процесс переноса энергии в системе, вызванный неоднородностью температуры в системе при отсутствии диффузии, конвекции и т.п.





*Теплопроводность
металлов*

Закон Фурье:



Тогда закон Фурье

$$\vec{j}_u = -k \cdot \text{grad}T$$

Уравнение теплопроводности

$$\frac{d\rho_u}{dt} = -\text{div} \left(k \cdot \text{grad}T \right) \approx k \cdot \nabla^2 T$$

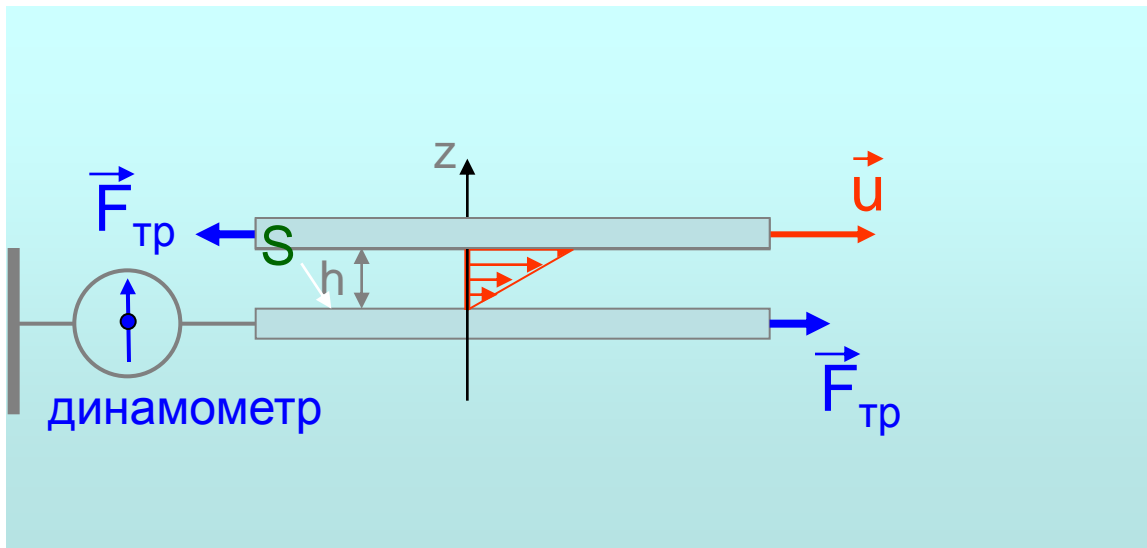
Тогда уравнение температуропроводности

$$\frac{dT}{dt} = D_T \cdot \nabla^2 T$$

где

$$D_T = \frac{k \cdot \mu}{\rho \cdot C_V}$$

в) Вязкость (внутреннее трение):
процесс переноса импульса.

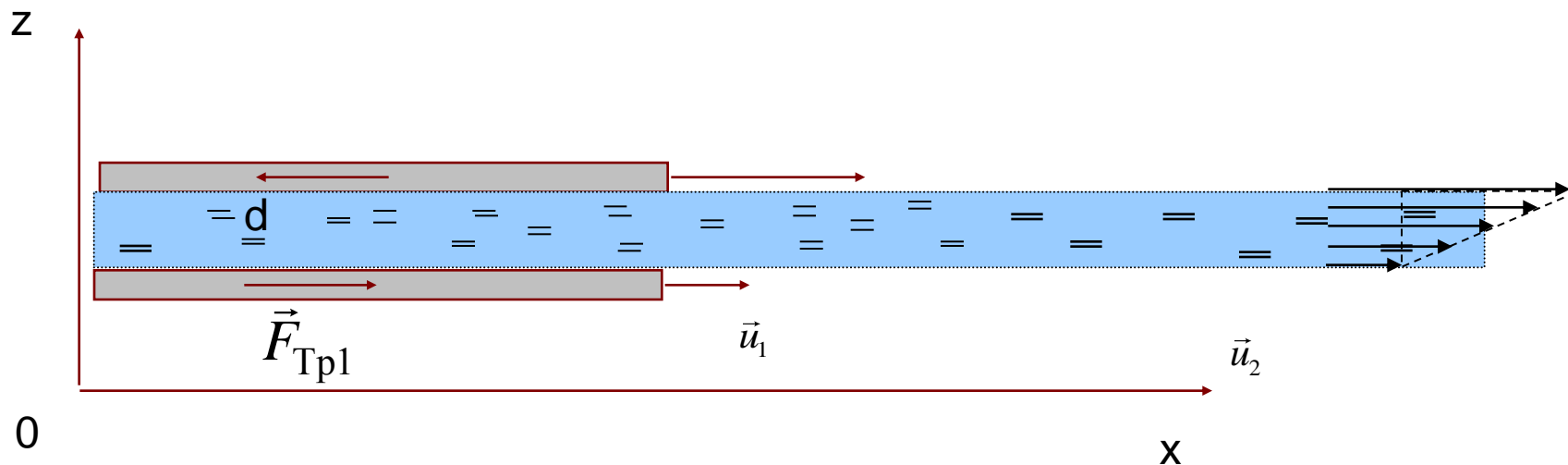


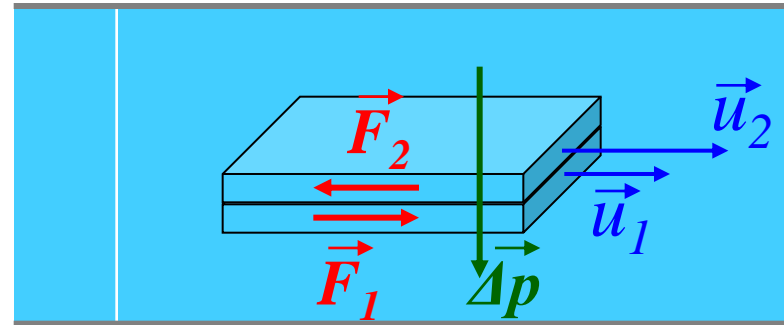
Формула Ньютона $F_c = \eta \frac{u_0}{d} S$

$$F_{mp} = \eta \left| \frac{du}{dz} \right| S$$

η – коэффициент
вязкости

$$[\eta] = \text{кг}/(\text{м} \cdot \text{с}) = \frac{\vec{F}_{\text{Тр}2}}{\text{Па} \cdot \text{с}} \equiv \text{П} \text{ (Пуаз)}$$





$$\Delta p = -\eta \frac{du}{dz} S \Delta t$$

– уравнение переноса импульса

$$j_p = -\eta \frac{\partial u}{\partial z}$$

Тема 6. Явления переноса

- 6.3. Диффузия как задача о случайных блужданиях

Расчет среднеквадратичного смещения

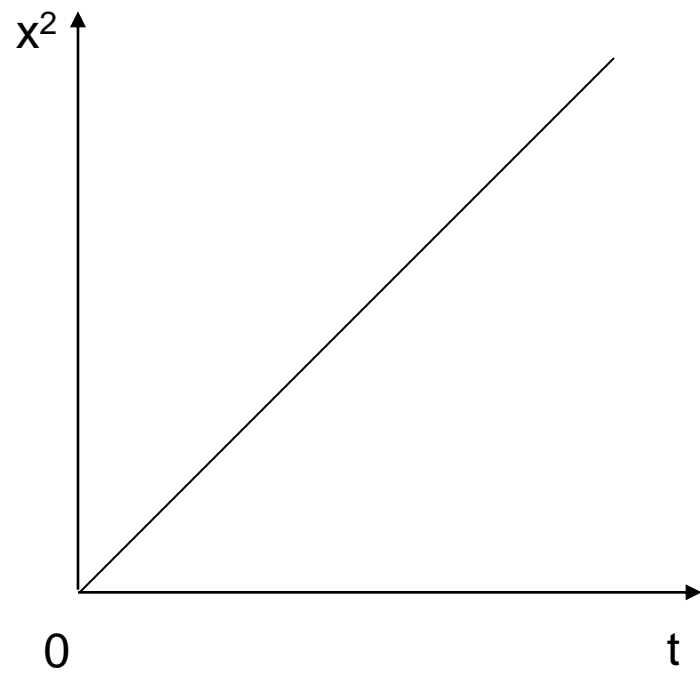
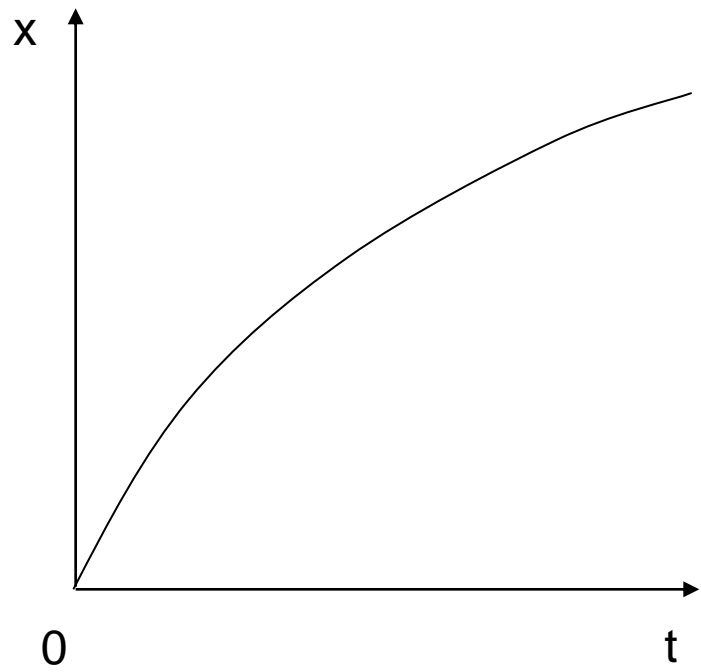
$$\langle L_x \rangle = \langle \sum \delta x_i \rangle = 0$$

Тогда $x_{\text{дифф}} = \sqrt{\nu \lambda^2 t} \Rightarrow$

$$D \approx \nu \lambda^2$$

Вывод: время релаксации

$$\tau = \frac{L^2}{\nu \lambda^2}$$



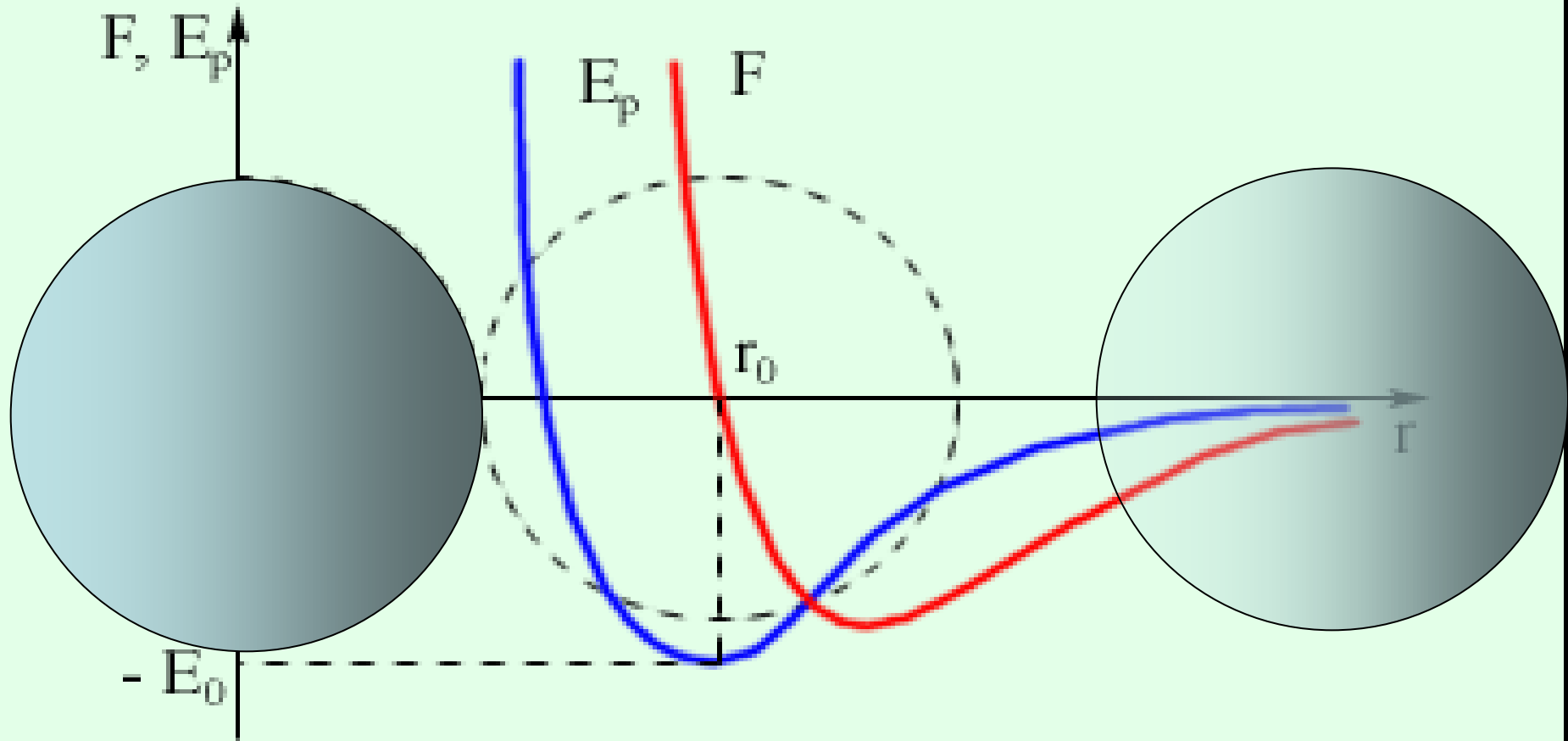
Тема 6. Явления переноса

- 6.4. Среднее число столкновений и средняя длина свободного пробега молекул

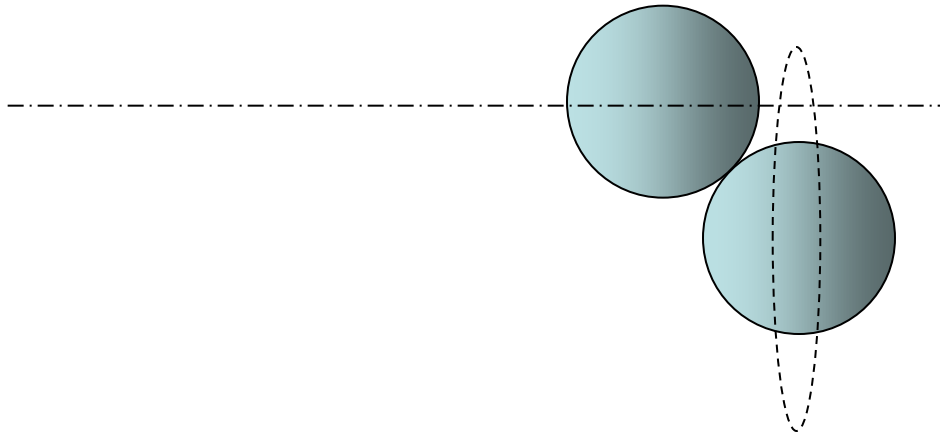
Траектория молекулы



Взаимодействие Ван-дер-Ваальса



Эффективное сечение молекулы

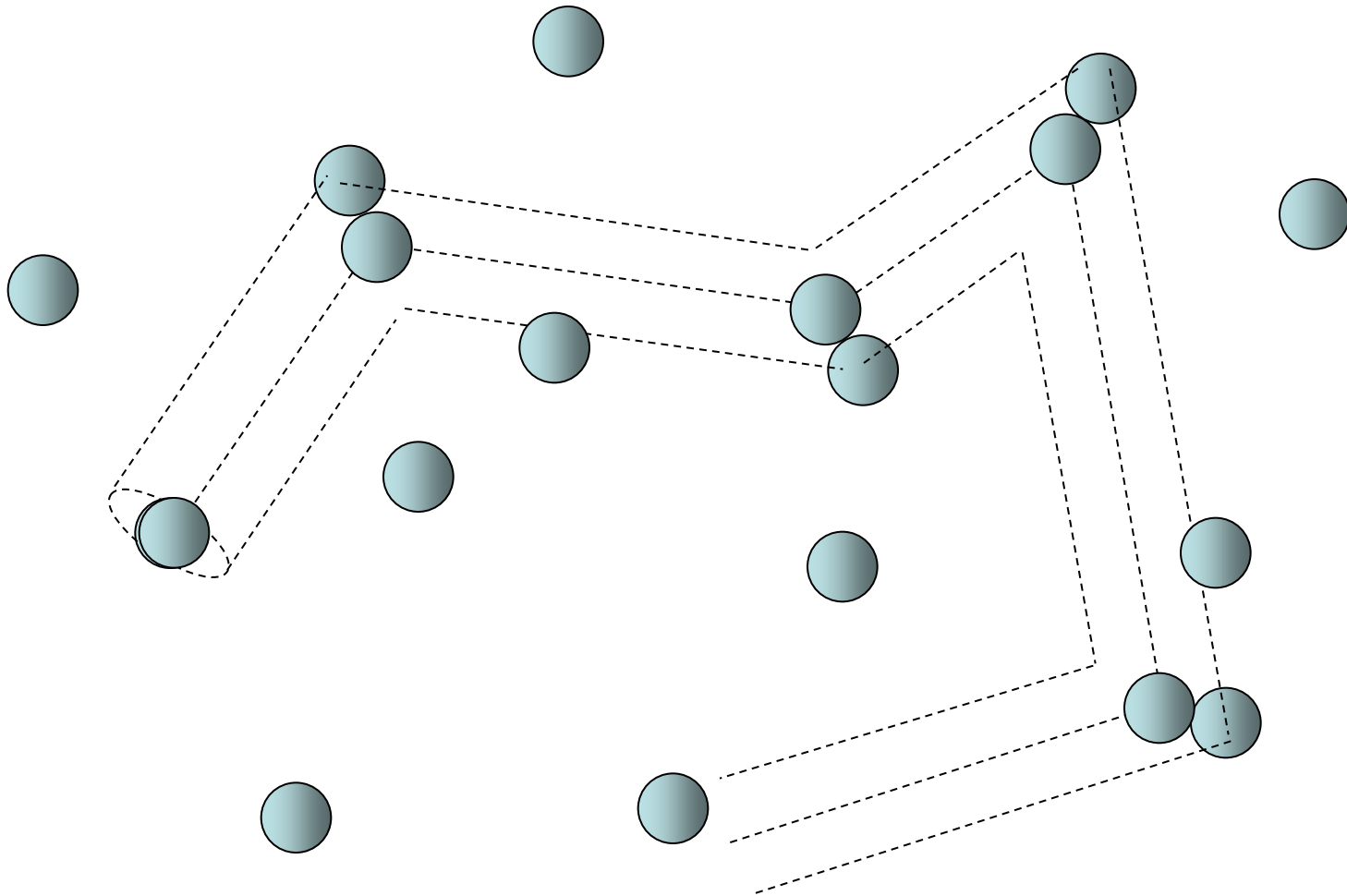


Эффективное сечение столкновения

$$\sigma = \pi d^2$$

Частота столкновений

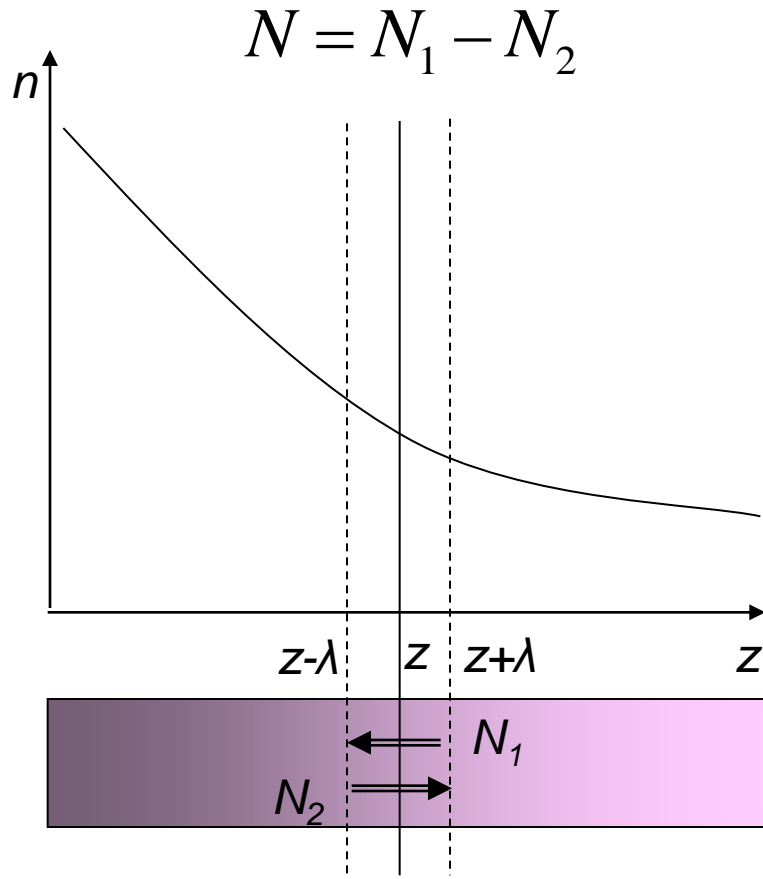
$$\nu = n\sigma \langle V_{ot} \rangle$$



Тема 6. Явления переноса

- 6.5. Явления переноса в газах

а) Диффузия газов

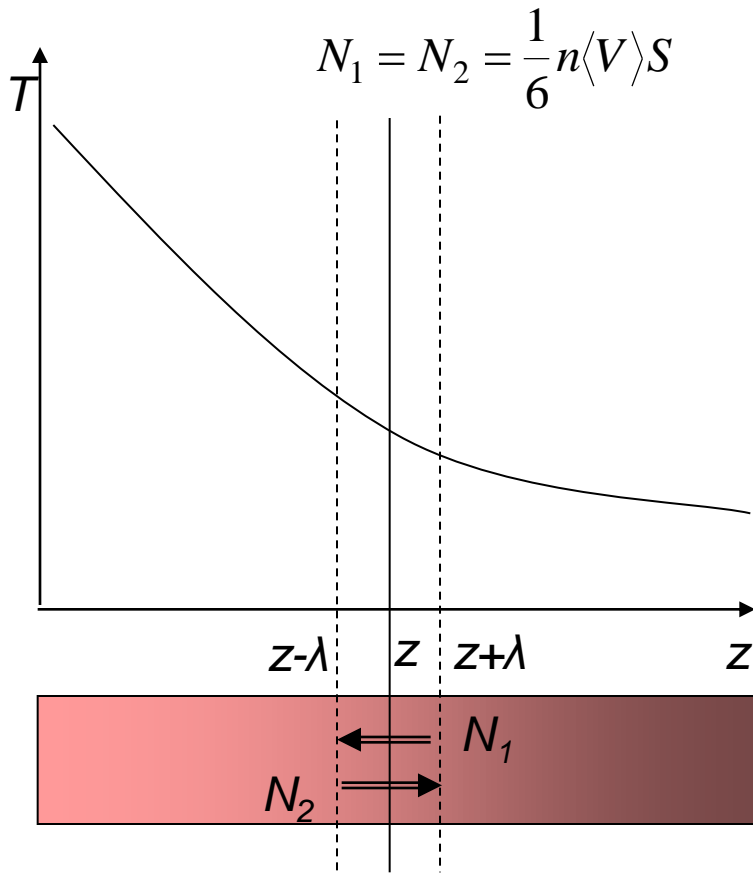


$$D = \frac{1}{3} \langle V \rangle \lambda$$

$$D = \frac{1}{3} v \lambda^2$$

$$D \sim \sqrt{\frac{T}{m}} \cdot \frac{1}{\sigma n}$$

б) Теплопроводность газов



Тогда плотность
потока энергии

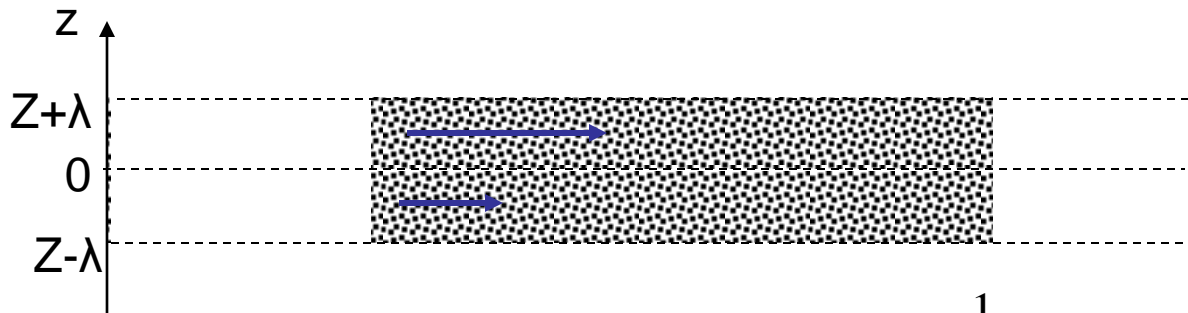
$$j_q = \frac{1}{3}\langle V\rangle\lambda\rho c_V \frac{\partial T}{\partial z}$$

Коэффициент теплопроводности

$$K = \frac{1}{3}\langle V\rangle\lambda\rho c_V$$

$$K \approx \frac{i}{\sigma} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

в) Вязкость газов



$$N_1 = N_2 = \frac{1}{6} n \langle V \rangle S$$

Коэффициент вязкости

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle V \rangle \lambda$$

Зависимость
вязкости
газа
от температуры

