**Учебный план дисциплины**

Студенты дневного отделения изучают математику на I и II курсах. Общий объем 600 учебных часов на дисциплину.

В первом семестре изучаются следующие разделы: линейная алгебра, векторный анализ, аналитическая геометрия, дифференциальное исчисление функций одной и нескольких переменных.

Цель преподавания: дать студентам практическую подготовку и теоретические основы по математике для успешного освоения фундаментальных, общетехнических и специальных предметов учебного курса.

**Задачи изучения математики**

1. Знать основные понятия и методы исследования и решения задач дисциплины.

2. Уметь применять математические методы к решению задач; проводить конкретные расчеты в рамках выполнения аудиторных и домашних заданий.

3. Иметь представление о математической символике для выражения количественных и качественных соотношений объектов; о применении теоретических рассуждений при доказательстве теорем.

**Общие рекомендации по работе над курсом математики**

Самостоятельная работа над учебным материалом состоит из:

1. Изучения материала по лекциям.
2. Изучения материала по учебнику.
3. Выполнения еженедельных домашних заданий.
4. Выполнения контрольных домашних заданий (КДЗ).

Студент может обращаться к преподавателю для получения консультации, посещать факультативные занятия.

**Указания к выполнению КДЗ**

1. Каждое контрольное домашнее задание должно выполняться в отдельной тонкой тетради в клетку, чернилами черного или синего цвета. Необходимо справа оставлять поля шириной 6 см для замечаний преподавателя.

2. На титульном листе тетради должны быть четко написаны фамилия студента, его инициалы, название дисциплины, номер выполняемого варианта. Как правило, номер варианта задается преподавателем.

3. Решения задач нужно располагать в порядке возрастания их номеров, обязательно записывая условия каждой задачи.

4. Решения задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.

5. Оформление решения задачи следует завершать словом «Ответ».

6. После получения проверенной преподавателем работы студент должен в этой же тетради исправить все отмеченные ошибки и недочеты. Вносить исправления в сам текст работы после ее рецензирования запрещается.

**ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ №1**

**«Аналитическая геометрия»**

**Вариант 0**

1. Разложить вектор по векторам и .

2. Найти длину вектора *,* если

*.*

3. Найти вектор , коллинеарный вектору и удовлетворяю-щий условию *.*

4. Вычислить угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах и , где единичные взаимно перпендикулярные векторы (косинус угла).

5. Найти направляющие косинусы вектора силы , приложен-ной в точке В(5, 1, 0), и момент этой силы относительно точки А(3, 2, -1).

6. Найти вектор , перпендикулярный векторами и образующий с осью OX тупой угол, если *.*

7. Определить, лежат ли точки А(1, 2, 3); В(0, 5, 5); С(3, -1, -1); D(-2, 14, 9) в одной плоскости.

8. В треугольнике АВС известны координаты вершины А(4, 0) и уравнения высоты и медианы . Составить уравнения сторон треугольника.

9. Найти длину высоты пирамиды ABCD, опущенную из вершины D, если D(1, 6, 3), А(4, 5, 2), В(-1, 11, 6) и С(2, -1, 3).

10. Найти радиус и координаты центра окружности, заданной уравнением *22*

I. Решение

Разложить вектор по векторам и . Это значит представить в виде , где *α* и *β* пока неизвестные числа. Переходя к координатам, получим

*y*

2

*x*

1

-1

В результате приходим к системе уравнений:

,решением которой являются *α* = 1 и *β* = 1. Отсюда .

Ответ: .

2. Решение

Как известно, модуль вектора равен корню квадратному из скалярного квадрата этого вектора *2*. Находим скалярный квадрат *22222*

Отсюда

Ответ:

3. Решение

В силу коллинеарности вектор можно представить в виде , где λ – пока неизвестный множитель. Для его определения используем второй пункт условия *(* Отсюда и

Ответ: =.

4. Решение

Известно, что диагонали параллелограмма можно найти:

*;*

*Б,*

т.к. векторы представляют собой единичные взаимно перпендику-лярные вектора, то можно считать координатным базисом, тогда для нахождения требуемого угла воспользуемся формулой:

*12).*

Ответ: .

5. Решение

Находим направляющие косинусы вектора силы *:*

,

,

.

Момент силы как векторное произведение вектора

на вектор :

Следовательно,

Ответ:

6. Решение

Найдем вектор следовательно,

*.*

Поскольку вектор перпендикулярен векторам и *,* то он коллинеарен вектору . Следовательно, *.*

Так как , то λ. Вектор образует тупой угол с осью ОХ, поэтому его проекция (координата) на эту ось должна быть отрицательной, отсюда λ и .

Ответ: = .

7. Решение

Рассмотрим три вектора *,*  и

Если точки *А, В, С, D* лежат в одной плоскости, то векторы компланарны. Для проверки составляем смешанное произведение этих векторов:

следовательно, векторы компланарны и точки лежат в одной плоскости.

8. Решение

Сделаем для облегчения рассуждений чертеж. Находим координаты вершины *В* как точки пересечения *ВD* и высоты *BE*:

С(8, -6)

Е

В(-3, 3)

у

х

А(4, 0)

D(6, -3)

0

.

Составим уравнение *АС*, для чего определим её угловой коэффициент из условия перпендикулярности *АС* и *ВЕ*:

*.*

Зная угловой коэффициент и одну точку, находим уравнение АС:

или

Находим координаты D как точки пересечения медианы BD и стороны AC:

.

Находим координаты вершины *С*, используя то, что *D* делит отрезок *АС* пополам, *С(8, -6)*. Зная координаты всех вершин треугольника, составляем уравнения сторон *АВ* и *ВС* как прямых, проходящих через заданные точки.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *АС:* | или |  |
| *BC:* | *.* |
|  |  |  |
| Ответ: *АС:* |  |  |

*BC:*

9. Решение

Длина высоты равна расстоянию от вершины D до плоскости АВС. Составим уравнение этой плоскости, воспользовавшись уравнением плоскости, проходящей через три точки:

*.*

Находим теперь расстояние от *D* до плоскости *АВС*:

Ответ: h = 3.

10. Решение

Приводим уравнение к каноническому виду, выделяя полные квадраты или

Полученное уравнение определяет окружность радиуса 2 с центром в точке (5, -4).

Ответ: Окружность R = 2, центр (5, -4).

**КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №1**

**Вариант 1**

1. Разложить вектор по векторам и .

2. Дано: *││ = 3, ││= 5, ││= 8,* (*^*) *= 900,*  (*^*) *= 900,*  (*^*) *=*

*= (^)* =*60*0, Найти (3 *-* 2) ()*.*

3. Вычислить проекцию вектора на ось вектора , если

*А*(-1, 1, 0)и *В*(1, 0, 2).

4. Дано: *││=* 4, *││=* 6. Найти, при каком векторы и будут взаимно перпендикулярны.

5. Найти момент силы , приложенной в точке *В* (3, -1, 5) относительно точки *А*(4, -2, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы .

6. Вычислить *││*, если *││=* 8, *││=* 15 и (*^*) = 900.

7. При каком *λ* векторы = (3*λ*, 1, 4), = (3, 2*λ*, -6) и = (3, 1, -2) будут компланарны?

8. Составить уравнение прямой, проходящей через точку *А*(2, -3) параллельно прямой, соединяющей точки *В* (1, 2) и *С* (-1, -5).

9. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку *А*(2, 1, -1) и имеет нормальный вектор = (1, -2, 3).

**Вариант 2**

1. Разложить вектор = (3, 6) по векторам = (5, 4) и = (1, -1).

2. Дано: *││*= 2, *││=* 1, *││=* 8, (*^*) = 900, (*^*) = (*^*) = 600.

Найти .

3. Вычислить проекцию вектора  = (3, 2, 2) на ось вектора ,

если *А* (1, -2, 7) и *В*(4, 2, 7).

4. Дано: *││=* 3, *││=* 5. Найти, при каком *α* векторы и будут взаимно перпендикулярны.

5. Найти момент силы = (4, 4, 4), приложенной в точке *В* (4, -2,5) относительно точки *А*(5, -3, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы .

6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах и как на сторонах, если *││*= 1, *││=* 2 и (*^*) = 600.

7. При каком *λ* векторы = (*λ*, 3, 2), = (2, -3, -4) и = (-3, 12, 6) будут компланарны?

8. Составить уравнение прямой, проходящей через точку *А*(1, 2) параллельно прямой, соединяющей точки *В*(-1, 0) и *С*(2, 3).

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через две заданные точки:

а) *А*(0, -2, 3) и *В*(3, -2, 1);

б) *А*(1, 2, -4) и *В*(0, 1, -1).

**Вариант 3**

1. Разложить вектор = (2, 7) по векторам = (5, 4) и = (1, -1).

2. Дано: *││=* 3, ││= 5, ││= 8, (*^*) = 900, (*^*) = (*^*) = 600.

Найти *2*.

3. Вычислить проекцию вектора = (3, 2, 1) на ось вектора , если *А*(2, -2, 0) и *В*(-2, 2, 2).

4. Дано: │*│=* 4, │*│*= 10. При каком *α* векторы и будут взаимно перпендикулярны?

5. Найти момент силы = (5, 5, 5), приложенной в точке *В*(5, -3, 5) относительно точки *А*(6, -4, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы .

6. При каком α векторы и будут коллинеарны, если и не коллинеарны?

7. При каком *λ* векторы = (1, 3, *λ*), = (4, 5, -1) и = (2, -1, 5) будут компланарны?

8. Составить уравнение прямой, проходящей через точку *А*(2, -2) параллельно прямой, соединяющей точки *В*(-5, 4) и *С*(0, 2).

9. Составить каноническое уравнение прямой, проходящей через две заданные точки:

а) А(4, 5, 13) и В(-6, 0, 1);

б)А(-11, 0, 10) и В(1, 2, 3).

**Вариант 4**

1. Разложить вектор = (1, 8) по векторам = (5, 3) и = (1, -1).

2. Дано: *││*= 2, │*│=* 1, ││= 8, (*^*) = 900, (*^*) = (*^*) = 600.

Найти *2.*

3. Вычислить проекцию вектора = (1, 2, 3) на ось вектора , если *А*(-3, 1, 4) и *В*(3, 3, 1).

4. Дано: │*│=* 4, *│*│= 1. При каком *α* векторы и будут взаимно перпендикулярны?

5. Найти момент силы = (6, 6, 6), приложенной в точке *В* (6, -4, 5) относительно точки *А*(7, -5, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы .

6. Вычислить площадь треугольника с вершинами *А*(-1, 2, 3), *В*(5, 1, 4) и *С*(3, 2, 2).

7. При каком *λ* векторы = (0, 1, *λ*), = (1, 0, *λ*) и = (1, 1, 2) будут компланарны?

8. Составить уравнение прямой, проходящей через точку *А*(-3, 2) параллельно прямой, соединяющей точки *В*(2, 1) и *С*(-5, -1).

9. Составить уравнение плоскости, которая проходит через начало координат и имеет нормальный вектор = (-1, 0, 2).

**Вариант 5**

1. Разложить вектор = (0, 9) по векторам = (5, 4) и = (1, -1).

2. Дано: ││= 1, ││= 4, ││= 2, (*^*) = 900, (*^*) = (*^*) = 600.

Найти ·.

3. Вычислить проекцию вектора  *=* (-1, 2, -3) на ось вектора , если *А*(5, -5, 5) и *В*(5, 3, 1).

4. Вычислить косинус угла, образованного векторами = (2, -4, 4) и =(-3, 2, 6).

5. Найти момент силы = ( -1, -1, -1), приложенной в точке *В*(8, -6, 5) относительно точки *А*(9, -7, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы .

6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах и , если = (3, -2, -2) и = (1, -2, -1).

7. При каком *λ* векторы = (0, 1, *λ*), = (1, 3, 4*λ*) и = (1, 1, 2*λ*) будут компланарны?

8. Составить уравнение прямой, проходящей через точку *А*(-2, -2)параллельно прямой, соединяющей точки *В*(0, 7) и *С*(7, 0).

9. Составить канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точку *А*(2, 0, 2) параллельно прямой:

, ,

**Вариант 6**

1. Разложить вектор = (-1, 10) по векторам = (5, 4) и = (1, -1).

2. Найти *2*, если ││= 1, ││= 4, ││= 2, (*^*) = 600,

(*^*) = 900, (*^*) = 600.

3. Вычислить проекцию вектора = (2, 4, -6) на ось вектора ,

если *А*(2, -2, 1) и *В*(3, -1, 0).

4. Вычислить косинус угла, образованного векторами = (-4, 2, 4)

и = (6, 2, -3).

5. Найти момент силы = (-1, -1, -1), приложенной в точке *В*(8, -6, -5)

относительно точки *А*(9, -7, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы *.*

6. Вычислить площадь треугольника с вершинами *А*(2, 3, 4), *В*(1, 0, 6)

и *С*(4, 5, -2).

7. При каком *λ* векторы = (*λ,* 2, -3), = (1, -1, 4) и = (1, -2, 3)

будут компланарны ?

8. Составить уравнение прямой, проходящей через точку *А*(1, 6)

и перпендикулярной к прямой, соединяющей точки *В*(-1, 4) и *С*(-2, 3).

9. Точка *Р*(0, -1, -2) служит основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость. Составить уравнение этой плоскости.

**Вариант 7**

1. Разложить вектор = (-2, 11) по векторам = (3, 4) и = (1, -1).

2. Вычислить (, если ││= 2, ││ = 3, ││ = 4, (*^*) = (*^*) = 900, (*^*) = 600.

3. Вычислить проекцию вектора = (1, -3, 1) на ось вектора , если *А*(-5, 7, -6) и *В*(7, -9, 9).

4. Вычислить косинус угла, образованного векторами = (1, 1, 1) и =(2, 2, 2).

5. Найти момент силы = (-2, -2, -2), приложенной в точке *В*(9, -7, 5)относительно точки *А*(10, -8, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы .

6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах

и , если ││= 2, ││= 5, (*^*) = 300.

7. Лежат ли точки *А*(1, 2, -1), *В*(0, 1, 5), *С*(-1, 2, 1) и *D*(2, 1, 3) в одной плоскости?

8. Составить уравнение прямой, проходящей через точку *А*(1, 3) и перпендикулярной к прямой, соединяющей точки *В*(2, -1) и *С*(-8, 2).

9. Точка *P*(-2, 1, -2) служит основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость. Составить уравнение этой плоскости.

**Вариант 8**

1. Разложить вектор = (-3, 12) по векторам = (5, 4) и = (1, -1).

2. Найти *2*, если ││= 2, ││= 3, ││= 4, (*^*) = (*^*) = 900.

(*^*) = 600.

3. Вычислить проекцию вектора = (2, 3, 4) на ось вектора , если *А*(1, 1, 1) и *В*(3, 3, 2).

4. Вычислить косинус угла, образованного векторами = (8, 6, 0) и = (1, 0, 0).

5. Найти момент силы = (-3, -3, -3), приложенной в точке *В*(10, -8, 5)относительно точки *А*(11, -9, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы .

6. Найти площадь треугольника, построенного на векторах

и , если ││= 5, ││= 5, (*^*) = 450.

7. Лежат ли точки *А*(1, 2, -1), *В*(0, 1, 5), *С*(-1, 2, 1) и *D*(2, 1, 3) в одной плоскости?

8. Составить уравнение прямой, проходящей через точку *А*(-7, 1) перпендикулярно прямой, соединяющей точки *В*(0, -2) и *С*(7, 1).

9. Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через две заданные точки:

а) *А*(2, 3, -1) и *В*(-1, 2, 3);

б) *А*(0, 1, 2) и *В*(2, 0, 1).

**Вариант 9**

1. Разложить вектор = (-4, 13) по векторам = (5, 4) и = (1, -1).

2. Дано ││= 1, ││= 2, │*│*= 5, (*^*) = (*^*) = (*^*) = 600.

Найти .

3. Вычислить проекцию вектора = (1, 2, 3) на ось вектора ,

если *А*(0, 0, 0) и *В*(4, 4, 2).

4. Вычислить косинус угла, образованного векторами = (2, 1, 3),

= (-3, 3, 1).

5. Найти момент силы = (-4, -4, -4), приложенной в точке *В*(11, -9, 5) относительно точки *А*(12, -10, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы *.*

6. Вычислить (*,*), если ││= 12, ││ = 10, │ │ = 72 и угол (*^*) – острый.

7.Лежат ли точки *А*(0, -1, 2), *В*(-2, 4, 1), *С*(5, 3, 7) и *D*(4, 0, 3) в одной плоскости?

8. Найти точку *А*, симметричную точке *В*(-2, 1) относительно прямой

.

9.Через точки *А*(0, -1, -2) и *В*(2, 1, 0) проведена прямая. Найти точки пересечения этой прямой с координатными плоскостями.

**Вариант 10**

1. Разложить вектор = (-5, 14) по векторам = (5, 4,) и = (1, -1).

2. Вычислить (*2*, если ││= 1, ││ = 2, ││ = 5 и

() = (*^*) = (*^*) = 600.

3. Вычислить проекцию вектора = (2, 4, 3) на ось вектора ,если *А*(1, 1, 1) и *В*(3, 5, 5).

4. Вычислить косинус угла, образованного векторами = (4, 2, 4) и

= (3, 4, 0).

5. Найти момент силы = (-5, -5, -5), приложенной в точке *В*(12, -10, 5)

относительно точки *А*(13, -11, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы .

6. Найти (*,*), если ││= 5, ││= 6, ││ = 15 и угол (*^*) – острый.

7. Лежат ли точки *А*(-1, -1, -1), *В*(1, -2, -2), *С*(0, -2, -1) и *D*(2, -3, -2) в одной плоскости?

8. Найти точку *А*, симметричную точке *В*(1, 2) относительно прямой .

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку *А*(1, 2, 0) параллельно векторам = (1, -1, 0) и = (0, 4, -2).

**Вариант 11**

1. Разложить вектор = (3, -1) по векторам = (2, -3) и = (1, 2).

2. Найти угол между векторами и , если ││= 1, ││= 2 и (*^*) = 300.

3. Вычислить проекцию вектора на ось вектора , если *А*(-2, 3, -4), *В*(3, 2, 5), *С*(1, -1, 2) и *D*(3, 2, -4).

4. Определить при каком α векторы = (2 α, α, 2) и = (2, -3, -1) будут взаимно перпендикулярны.

5. Найти момент силы = (3, -3, 3), приложенной в точке (5, -3, 1) относительно точки (4, -2, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы .

6. Является ли четырехугольник с вершинами в точках *А*(2, -1, 3), *В*(1, 2, -1), *С*(-4, 7, 5) и *D*(-5, 10, 1) параллелограммом? Если да, то найти его площадь.

7. Лежат ли точки *А*(-1, -1, -1), *В*(-2, 1, -2), *С*(-1, 0, -2) и *D*(3, 2, 1) в одной плоскости?

8. Определить острый угол между высотой и медианой треугольника *АВС*, проведенными из вершины А, если координаты вершин известны:

*А*(-2, 3), *В*(5, 7) и *С*(-3, -2).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки *А*(1, 2, -1) и *В*(0, 3, 2) параллельно вектору = (3, 4, 7).

**Вариант 12**

1. Разложить вектор = (4, 1) по векторам = (2, -3) и = (1, 2).

2. Вычислить (2, если ││= 11, ││= 2 и (*^*) = 900.

3. Вычислить проекцию вектора на ось вектора , если *А*(1, 1, 1),

*В*(2, 3, 4), *С*(0, 1, 2) и *D*(2, 3, 1).

4. Определить, при каком α векторы = (*α*, -3*α*, 1) и = (1, 2, -10) будут взаимно перпендикулярны?

5. Найти момент силы = (4, -4, 4), приложенной в точке *В*(6, -4, 1) относительно точки *А*(5, -3, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы .

6. Вычислить синус угла между векторами = (2, 3, -1) и (1, 2, 3).

7. Лежат ли точки *А*(1, 1, 1), *В*(2, 0, 1), *С*(3, 1, -1) и *D*(4, -2, -2) в одной плоскости?

8. Определить острый угол между высотой и медианой треугольника *АВС*, проведенными из вершины *А*, если координаты вершин известны:

*А*(-1, 1), *В*(6, 5) и *С(-2, -4).*

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки *А*(-4, 3, 2) и *В*(2, 1, -1) параллельно прямой

**Вариант 13**

1. Разложить вектор = (5, 3) по векторам = (2, -3) и = (1, 2).

2. Вычислить (*3 - 2*) \* ( *+ 3*), если ││= 3, ││= 5, ││= 8, (*^*) = 900, (*^*) = (*^*) = 600.

3. Вычислить проекцию вектора , на ось вектора , если

*А*(1, 2, 3), *В*(3, 5, 0), *С*(2, 3, 4) и *D*(3, 4, 5).

4. Определить, при каком *α* векторы = (2*α*, 3, 2) и = (1, 2, -3*α*) будут взаимно перпендикулярны.

5. Найти момент силы = (5, -5, 5), приложенной в точке *В*(7, -5, 1) относительно точки *А*(6, -4, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы .

6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах

и , если ││= 5, ││= 2 и (*^*) = 600.

7. При каком значении точки *М*(, 0, 0), *А*(5, 2, 1), *В*(3, -1, 2) и *С*(2, 0, 1)будут лежать в одной плоскости?

8.Определить острый угол между медианой и высотой треугольника *АВС*, проведенными из вершины *А*, если координаты вершин известны:

*А*(-3, 5), В(4, 9) и *С*(-4, 0).

9. Составить параметрические и канонические уравнения прямой, заданной как пересечение двух плоскостей: и

*.*

**Вариант 14**

1. Разложить вектор = (6, 5) по векторам = (-2, -3) и = (1, 2).

2. Найти угол между векторами и , если *│*│= 1, ││= 2, ()2 + ()2 = 20.

3. Вычислить проекцию вектора на ось вектора , если

*А*(2, 3, 4), *В*(0, 0, 0), *С*(2, 1, 1) и *D*(2, 3, 1).

4. Определить, при каком *α* векторы = (1, 3*α*, 2) и = (2, 3*α*, -3)

будут взаимно перпендикулярны.

5. Найти момент силы = (5, -6, 6), приложенной в точке *В*(8, -6, 1) относительно точки *А*(7, -5, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы .

6. Найти координаты вектора , если он перпендикулярен к векторам

= (0, 1, 2) и (2, 0, 1), образует тупой угол с осью *ОХ* и ││= .

7. При каком значении точки *М*(, 0, 0), *А*(1, 1, 0), *В*(0, 1, 1) и *С*(1, 0, 1) будут лежать в одной плоскости?

8. В треугольнике *АВС* найти координаты центра тяжести, длину и уравнение медианы *ВК*, если известны координаты вершин: *А*(5, 6), *В*(-2, 2) и *С*(-3, -3).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки *А*(-1, 0, 2) и *В*(3, 2, 5) параллельно оси *OZ*.

**Вариант 15**

1. Разложить вектор = (7, 7) по векторам = (2, -3) и = (1, 2).

2. Найти угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах и , если ││ = 1, ││ = 3, (*^*) = 450.

3. Вычислить проекцию вектора на ось вектора , если *А*(2, 3, 5),

*В*(1, 1, 1), *С*(2, 3, 0) и *D*(1, 2, 3).

4. Определить, при каком *α* векторы = (*α* -4, *α*, 4) и = (*α*, -1, 1) будут взаимно перпендикулярны.

5. Найти момент силы = (7, -7, 7), приложенной в точке *В*(9, -7, 1) относительно точки *А*(8, -6, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы .

6. Определить *α* из условия, что площадь параллелограмма, построенного на векторах = (1, *α*, 1) и = (2, 1, 0), равна .

7. При каком значении точки *М*(, 0, 0), *А*(1, 1, 1), *В*(2, 1, 0) и *С*(1, 0, 2) лежать в одной плоскости?

8. В треугольнике *АВС* найти координаты центра тяжести, длину и уравнение медианы *ВК*, если известны координаты вершин треугольника: *А*(6, 4), *В*(-1, 0) и *С*(-2, -5).

9. Составить параметрические и канонические уравнения прямой, заданной как пересечение двух плоскостей: и

**Вариант 16**

1. Разложить вектор = (8, 9) по векторам = (2, -3) и = (1, 2).

2. Найти угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах и как на сторонах, если и – единичные векторы и (*^*) = 600.

3. Вычислить проекцию вектора на ось вектора , если *А*(2, 3, 3), *В*(2, 1, 1), *С*(7, 3, 4) и *D*(1, 1, 1).

4. Определить, при каком *α* векторы = (2*α*, 4*α*, 1) и (2, 4, 2) будут взаимно перпендикулярны.

5. Найти момент силы = (8, -8, 8), приложенной в точке *В*(10, -8, 1) относительно точки *А*(9, -7, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы .

6. Найти координаты вектора , если он перпендикулярен к векторам = (1, -2, 3) и (2, 1, 1), образует острый угол с осью *OZ* и ││= 2.

7. При каком значении точки *М*(, 0, 0), *А*(2, 1, 1), *В*(2, 2, 0) и *С*(2, 0, 2)будут лежать в одной плоскости?

8. В треугольнике *АВС* найти координаты центра тяжести, длину и уравнение медианы *ВК*, если известны координаты вершин треугольника: *А*(4, 8), *В*(-3, 4) и *С*(-4, 1).

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки *А*(5, 3, 1) и *В*(1, 1, 2) параллельно оси *OZ*.

**Вариант 17**

1. Разложить вектор = (9, 11) по векторам = (2, -3) и = (1, 2).

2. Найти угол между единичными векторами и , если векторы и взаимно перпендикулярны.

3. Вычислить проекцию вектора на ось вектора, если *А*(1, 1, 2), *B*(2, 3, 1), *С*(0, -1, 2) и *D*(2, 0, 3).

4. Найти координаты вектора , если он коллинеарен вектору = (0, 3, 4), образует тупой угол с осью *OZ* и ││= 50.

5. Найти моменты силы = (-2, 2, -2), приложенной в точке *В*(11, -9, 1) относительно точки *А*(10, -8, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы .

6. Определить *α* из условия, что площадь параллелограмма, построенного на векторах = (3, 0, 1) и = (*α*, 2, 2), равна .

7. При каком значении точки *М*(, 0, 0), А(2, 2, 2), В(3, 0, 3) и *С*(0, 4, 2) будут лежать в одной плоскости?

8. В треугольнике *АВС* известны координаты вершин: *А*(-5, -2), *В*(-4, 3) и *С*(3, 7). Составить уравнение высоты *ВК* и определить острый угол между этой высотой и стороной ВС.

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось *ОУ* и точку *А*(2, -1, 6).

**Вариант 18**

1. Разложить вектор = (10, 13) по векторам = (2, -3) и = (1, 2).

2. Найти углы между векторами и и и , если и - единичные векторы, , (*^*) = 1200.

3. Вычислить проекцию вектора на ось вектора , если *А*(4, 8, -5), *В*(8, 8, 10), *С*(1, 3, 1), *D*(2, 0, 2).

4. Найти координаты вектора , если он коллинеарен вектору = (-2, -2, 1), образует острый угол с осью *ОУ* и │*│* = 27.

5. Найти момент силы = (-3, 3, -3), приложенной в точке *В*(12, -10, 1)

относительно точки *А*(11, -9, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы .

6. Найти координаты вектора , если он образует острый угол с осью О*Х*, перпендикулярен векторам = (0, 0, 1), = (8, -15, 3) и ││= 51.

7. При каком значении точки *М*(, 0, 0), *А*(1, 2, 2), *В*(3, 2, 0) и *С*(2, 0, 3) лежат в одной плоскости ?

8. В треугольнике *АВС* известны координаты вершин: *А*(-4, -4), *В*(-3,1), и *С*(4, 5). Составить уравнение высоты *ВК* и определить острый угол между этой высотой и стороной *ВС*.

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось *ОУ* и точку *А*(-1, 3, -3).

**Вариант 19**

1. Разложить вектор = (11, 15) по векторам = (2, -3) и = (1, 2).

2. Найти длину вектора , если ││ = 3, ││= 2, ││= 5, (*^*) = (*^*) = 900 и (*^*) = 600.

3. Найти проекцию вектора на ось, составляющую с координатными осями углы *α* = 600, *β* = 1200, *γ* > 900, если *А*(3, -4, -2), *В*(2, 5, -2).

4. Доказать, что векторы и взаимно перпендикулярны.

5. Найти момент силы = (-4, 4, -4), приложенной в точке *В*(13, -11, 1) относительно точки *А*(12, -10, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы .

6. В треугольнике с вершинами *А*(2, -1, 6), *В*(3, 0, 5) и *С*(5, 2, 6) найти длину высоты *АМ*.

7. Можно ли векторы = (1, 0, 2),= (-1, 1, 0) и = (1, -1, 2) взять за базисные в трехмерном пространстве?

8. В треугольнике *АВС* известны координаты вершин: *А*(-6, 0), *В*(-5, 5) и *С*(2, 9). Составить уравнение высоты *ВК* и определить острый угол между этой высотой и стороной *ВС*.

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось *ОУ* и точку *А*(1, 4, 3).

**Вариант 20**

1. Разложить вектор = (12, 17) по векторам = (2, -3) и = (1, 2).

2. Найти длину вектора , если ││= 3, ││ = 2,││= 5, (*^*) = (*^*) = 900 и (*^*) = 600.

3. Найти проекцию вектора на ось, составляющую с координатными осями углы *α* = 600, *β* = 1200, *γ* ≤ 900, если *А*(1, 2, 3) и *В*(3, 4, 1).

4. Найти вектор , если он коллинеарен вектору = (2, 1, -1) и () = 3.

5. Найти момент силы = (-5, 5, -5), приложенной в точке *В*(14, -12, 1) относительно точки *А*(13, -11, 3), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы .

6. Определить *α* из условия, что площадь параллелограмма, построенного на векторах = (2, -1, 2) и = (1, *α*, -1), равна 3.

7. Можно ли векторы (-1, 1, 0), (1, -1, 1) и (0, 2, 1) взять за базисные в трехмерном пространстве?

8. В треугольнике *АВС* известны координаты вершин: *А*(-3, 5), *В*(4, 9) и *С*(-4, 0). Составить уравнение высоты *ВК* и определить острый угол между этой высотой и стороной *ВС*.

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось *ОУ* и точку *А*(-1, 0, -3).

**Вариант 21**

1. Разложить вектор = (5, -3) по векторам = (2, -1) и = (3, -2).

2. Найти длину вектора , если ││= 3, ││= 2, │*│*= 5, (*^*) = (*^*) = 900 и (*^*) = 600.

3.Найти проекцию вектора на ось, составляющую с координатными осями углы *α* = 450, *β* = 450, *γ* ≤ 900, если *А*(2, 3, 1) и *В*(1, 0, 3).

4. Найти проекцию вектора = (1, 3, 5) на ось, составляющую с координатными осями равные острые углы.

5. Найти момент силы = (3, 3, -3), приложенной в точке *B*(0, 1, 2) относительно точки *А*(2, -1, -2), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы *.*

6. Найти координаты вектора, если он составляет тупой угол с осью *ОУ*, перпендикулярен к векторам = (4, -2, -3), = (0, 1, 3), ││= 26.

7. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках *А*(2, -1, 1),*В*(5, 5, 4), *C*(3, 2, -1) и *D*(4, 1, 3).

8. В треугольнике *АВС* известны координаты вершин: *A*(2, -5), *В*(1, -3), *С*(4, 1). Найти угол *ВАС* и составить уравнение средней линии, параллельной стороне *ВС*.

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки *А*(1, 4, 1), *В*(2, 3, -1) и *С*(0, -1, 0).

**Вариант 22**

1. Разложить вектор = (7, -4) по векторам = (-2, 1) и = (3, -2).

2. Найти длину вектора , если = 3, ││= 2, ││= 5, (*^*) = (*^*) = 900, (*^*) = 600.

3. Найти проекцию вектора на ось, составляющую с координатными осями углы *α* = 450, *β* = 450, *γ* ≤ 900, если *А*(3, 0, 1), и *В*(2, 5, 4).

4. Вычислить (3, если = (-2, 1, 1*),* , .

5. Найти момент силы = (4, 4, -4), приложенной в точке *В*(1, 0, 2) относительно точки *А*(3, -2, -2), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы .

6. При каких *α* и *β* вектор , будет коллинеарен вектору , если = (3, -1, 1) и = (1, 2, 0)?

7. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках *А*(1, 2, 3), *В*(6, 0, 0), *С*(1, 4, 9) и *D*(1, 8, 3).

8. В треугольнике АВС известны координаты вершин: *А*(-4, -4), *В*(-3, 1) и *С*(4, 5). Найти угол *АВС* и составить уравнение средней линии, параллельной стороне *ВС*.

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки *А*(-1, 0, 1) и *В*(2, 3, 4) параллельно оси *OZ.*

**Вариант 23**

1. Разложить вектор по векторам и

2. Найти угол между векторами и , если = 1 и векторы и перпендикулярны.

3. Найти проекцию вектора на ось, составляющую с координатными осями углы *α* = 900, *β* = 450, *γ* > 900, если *А*(2, 0, 0) и *В*(1, 5, 4).

4. Найти модуль вектора , если ,, *^* = *^* = 600, *^* = 900.

5. Найти момент силы , приложенной в точке *В*(2, -1, 2) относительно точки *А*(4, -3, -2), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы .

6. Найти проекцию вектора на вектор *,* где и *.*

7.Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках *А*(2, 1, 3), *В*(4, -2, 0), *С*(1, 3, -8) и *D*(7, 5, 2).

8. В треугольнике *АВС* с вершинами *А*(1, -3), *В*(0, -1) и *С*(3, 3) найти угол *ВАС* и составить уравнение средней линии, параллельной стороне *ВС*.

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки *А*(1, 2, 0), *В*(2, 5, 0) и *С*(0, 3, 2).

**Вариант 24**

1. Разложить вектор = (11, -6) по векторам = (-2, 1) и = (3, -2).

2. Вычислить длину вектора + 2, если = - , = + 2,││ = 1, ││ = 3 и (*^*) = 120 0.

3. Найти проекцию вектора на ось, составляющую с осями координат углы *α*, и *γ*, если *А*(1, 1, 1), *B*(1, 3, 5).

*α* = *β* , *β* > 90 0, *γ* = 900.

4. Найти наименьший внутренний угол треугольника с вершинами в точках *А*(-1, 3, 1), *В*(0, 2, -3) и *С*(3, -1, 0).

5. Найти момент силы = (6, 6, -6), приложенной в точке *В*(3, -2, 2) относительно точки *А*(5, -4, -2), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы .

6. Найти проекцию вектора на вектор , если = (2, 1, -1), = (2, -1, 3) и = (3, -1, 2).

7. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках *А*(1, 1, 1), *В*(4, 4, -2), *С*(2, 0, 2) и *D*(0, 2, 2).

8. В треугольнике *АВС* известны координаты двух вершин *А*(2, -2) *В*(3, -1) и точка пересечения медиан *E*(1, 0). Составить уравнение высоты треугольника, проведенной из вершины С.

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки *А*(0, -1, 0), *В*(2, 1, -2), и *С*(1, 4, 1).

**Вариант 25**

1. Разложить вектор = (13, -7) по векторам = (-2, 1) и = (3, -2).

2. Вычислить длину диагонали параллелограмма, построенного на векторах и , если ││= 3, ││= 5, (*^*) = 450.

3. Показать, что точки *А*(1, 3, -1), *В*(2, 0, 3), *С*(4, -1, 5) и *D*(3, 2, 1) являются вершинами параллелограмма и найти проекцию одной из диагоналей на большую сторону параллелограмма.

4. Длина гипотенузы *АВ* прямоугольного треугольника *АВС* равна *С*. Вычислить

5. Найти момент силы = (7, 7, -7), приложенной в точке *В*(4, -3, 2) относительно точки *А*(6, -5, -2), а также модуль и направляющие косинусы вектора силы .

6. Треугольник *АВС* построен на векторах и *.* Найти длину высоты *СК*, если векторы и взаимно перпендикулярны и по модулю равны 1.

7. Найти координаты вершины *D* тетраэдра, если известно, что она лежит на оси *ОХ*, объем тетраэдра равен 3, *А*(5, 0, 3), *В*(3, 3, -2) и *С*(4, 2, 2).

8. В треугольнике *АВС* известны координаты двух вершин *А*(3, -4), *В*(4, -3) и точки пересечения медиан *Е*(2, -2). Составить уравнение высоты треугольника, проведенной из вершины *С*.

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки *А*(0, 3, 2), *В*(1, 0, -1) и *С*(1, 5, -1).

**Задание для всех вариантов**

10. Найти радиус и координаты центра окружности, заданной уравнением

|  |  |
| --- | --- |
| 1. *x*2 + *y*2 + *x* – 5*y* – 3 = 0 | 13. 3*x*2 + 3*y*2 + 24*y* + 12*x* + 50 = 0 |
| 1. *x*2 + *y*2 – 2*x* + 4*y* = 0 | 14. *x*2 + *y*2 – 2*y* – 6*x* + 3 = 0 |
| 1. 3*x*2 + 3*y2* + 6*x* – 4*y* – 1 = 0 | 15. 2*x*2 + 2*y*2 – 2*x* + 4*y* – 7 = 0 |
| 1. *x*2 + *y*2 – 10*x* + 24*y* – 56 = 0 | 16. 45*x*2 + 45*y*2 + 30*x* – 13 = 0 |
| 1. *x*2 + *y*2 + 6*x* – 8*y* = 0 | 17. 20*x*2 + 20*y*2 + 30*y* + 41 = 0 |
| 1. *x*2 + *y*2 – 6*x* =0 | 18. 4*x*2 + 4*y*2 – 16*x* + 4*y* + 1 =0 |
| 1. *x*2 + *y*2 – 8*x* – 8*y* + 31 = 0 | 19. *x*2 + *y*2 – 6*x* + 8 = 0 |
| 1. *x*2 + *y*2 + 6*x* – 6*y* + 17 = 0 | 20. *x*2 + *y*2 - 2*y* – 4*x* + 1 = 0 |
| 1. x2 + y2 – 2y – 2x – 2 = 0 | 21. 4*x*2 + 4*y*2 + 64*x* – 4*y* + 253 = 0 |
| 10. 3x2 + 3y2 – 2x + 7y + 1 = 0 | 22. *x*2 + *y*2 – 10*x* + 14*y* + 70 = 0 |
| 11. х2 + y2 + 2x + 6y + 6 = 0 | 23. 18*x*2 + 18*y*2 – 12*x* – 12*y* – 5 = 0 |
| 12. *x*2 + *y*2 – 2*y* – 6*x* + 6 = 0 | 24. 4*x*2 + 4*y*2 + 24*x* – 8*y* + 39 = 0 |
|  | 25. 75*x*2 + 75*y*2 – 30*y* – 49 = 0 |

**ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ №2**

**«Предел и непрерывность функции»**

**Вариант 0**

I. Найти пределы функций:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1. |  | 2. |  | 3. |  |
| 4. |  | 5. |  | 6. |  |
| 7. |  | 8. |  | 9. |  |

изобразить график функции в окрестности этих точек.

I. Решение

Нам потребуются следующие сведения из теории пределов:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | |

Эквивалентности: .

|  |  |
| --- | --- |
| , |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Разложим числитель на множители: где – корни уравнения .

Имеем:

.

.

Домножим числитель и знаменатель на , тогда согласно формуле получаем:

Разложим квадратный трехчлен в знаменателе и воспользуемся тем, что при :

Получаем

Функция непрерывна всюду, кроме точки в которой знаменатель обращается в нуль, т.е. . Это и есть возможная точка разрыва. По определению функция называется непрерывной в точке , если

она определена в этой точке.

существует предел функции в

и этот предел равен значению функции в точке

Характер точки разрыва зависит от того, какое из этих трех условий нарушается

В нашем примере функция не существует в точке .

Для существования предела функции в точке должны существовать и быть равны односторонние пределы в этой точке:

Это также поможет нам построить правильно график в окрестности точки разрыва

Следовательно, имеем разрыв II рода, т.е. бесконечный разрыв.

2

**КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №2**

**I. Найти пределы функции.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Вариант 1** |  | **Вариант 2** |
| 1. |  | 1. |  |
| 2. |  | 2. |  |
| 3. |  | 3. |  |
| 4. |  | 4. |  |
| 5. |  | 5. |  |
| 6. |  | 6. |  |
| 7. |  | 7. |  |
| 8. |  | 8. |  |
| 9. |  | 9. |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Вариант 3** |  | **Вариант 4** |
| 1. |  | 1. |  |
| 2. |  | 2. |  |
| 3. |  | 3. |  |
| 4. |  | 4. |  |
| 5. |  | 5. |  |
| 6. |  | 6. |  |
| 7. |  | 7. |  |
| 8. |  | 8. |  |
| 9. |  | 9. |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Вариант 5** |  | **Вариант 6** |
| 1. |  | 1. |  |
| 2. |  | 2. |  |
| 3. |  | 3. |  |
| 4. |  | 4. |  |
| 5. |  | 5. |  |
| 6. |  | 6. |  |
| 7. |  | 7. |  |
| 8. |  | 8. |  |
| 9. |  | 9. |  |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Вариант 7** |  | **Вариант 8** | |
| 1. |  | 1. |  | |
| 2. |  | 2. |  | |
| 3. |  | 3. |  | |
| 4. |  | 4. |  | |
| 5. |  | 5. |  | |
| 6. |  | 6. |  | |
| 7. |  | 7. |  | |
| 8. |  | 8. |  | |
| 9. |  | 9. |  | |
|  | **Вариант 9** |  | **Вариант 10** | |
| 1. |  | 1. |  | |
| 2. |  | 2. |  | |
| 3. |  | 3. |  | |
| 4. |  | 4. |  | |
| 5. |  | 5. |  | |
| 6. |  | 6. |  | |
| 7. |  | 7. |  | |
| 8. |  | 8. |  | |
| 9. |  | 9. |  | |
|  | **Вариант 11** |  | **Вариант 12** | |
| 1. |  | 1. |  | |
| 2. |  | 2. |  | |
| 3. |  | 3. |  | |
| 4. |  | 4. |  | |
| 5. |  | 5. |  | |
| 6. |  | 6. |  | |
| 7. |  | 7. |  | |
| 8. |  | 8. |  | |
| 9. |  | 9. |  | |
|  | **Вариант 13** |  | **Вариант 14** | |
| 1. |  | 1. |  | |
| 2. |  | 2. |  | |
| 3. |  | 3. |  | |
| 4. |  | 4. |  | |
| 5. |  | 5. |  | |
| 6. |  | 6. |  | |
| 7. |  | 7. |  | |
| 8. |  | 8. |  | |
| 9. |  | 9. |  | |
|  | **Вариант 15** | |  | **Вариант 16** |
| 1. |  | | 1. |  |
| 2. |  | | 2. |  |
| 3. |  | | 3. |  |
| 4. |  | | 4. |  |
| 5. |  | | 5. |  |
| 6. |  | | 6. |  |
| 7. |  | | 7. |  |
| 8. |  | | 8. |  |
| 9. |  | | 9. |  |
|  | **Вариант 17** |  | **Вариант 18** | |
| 1. |  | 1. |  | |
| 2. |  | 2. |  | |
| 3. |  | 3. |  | |
| 4. |  | 4. |  | |
| 5. |  | 5. |  | |
| 6. |  | 6. |  | |
| 7. |  | 7. |  | |
| 8. |  | 8. |  | |
| 9. |  | 9. |  | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Вариант 19** |  | **Вариант 20** |
| 1. |  | 1. |  |
| 2. |  | 2. |  |
| 3. |  | 3. |  |
| 4. |  | 4. |  |
| 5. |  | 5. |  |
| 6. |  | 6. |  |
| 7. |  | 7. |  |
| 8. |  | 8. |  |
| 9. |  | 9. |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Вариант 21** |  | **Вариант 22** |
| 1. |  | 1. |  |
| 2. |  | 2. |  |
| 3. |  | 3. |  |
| 4. |  | 4. |  |
| 5. |  | 5. |  |
| 6. |  | 6. |  |
| 7. |  | 7. |  |
| 8. |  | 8. |  |
| 9. |  | 9. |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Вариант 23** |  | **Вариант 24** |
| 1. |  | 1. |  |
| 2. |  | 2. |  |
| 3. |  | 3. |  |
| 4. |  | 4. |  |
| 5. |  | 5. |  |
| 6. |  | 6. |  |
| 7. |  | 7. |  |
| 8. |  | 8. |  |
| 9. | . | 9. |  |
|  | **Вариант 25** |
| 1. |  |
| 2. |  |
| 3. |  |
| 4. |  |
| 5. |  |
| 6. |  |
| 7. |  |
| 8. |  |
| 9. |  |

**I. Найти точки разрыва функции . Определить вид разрывов и изобразить график функции в окрестности этих точек**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. |  | 7. |  |
| 2. |  | 8. |  |
| 3. |  | 9. |  |
| 4. |  | 10. |  |
| 5. |  | 11. |  |
| 6. |  | 12. |  |
| 13. |  | 20. |  |
| 14. |  | 21. |  |
| 15. |  | 22. |  |
| 16. |  | 23. |  |
| 17. |  | 24. |  |
| 18. |  | 25. |  |
| 19. |  |  |  |

**ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ №3**

**«Производная и ее приложение к исследованию функции»**

**Вариант 0**

I. Найти следующих функций:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. ; | 2. ; | 3. ; |
| 4. ; | 5. ; | 6. ; |
| 7. . |  |  |

II. Найти , если .

III. Найти , если

IV. Найти , если

V. Исследовать и построить график функции

;

VI. Найти наибольшее и наименьшее значение функции

на отрезке .

VII. Составить уравнения касательных к линии в точках её пересечения с осью абсцисс.

I. Решение.

1.

.

2.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |

3.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |
|  |  |  |  |

.

4.

– производная сложной функции

5.

6. (обратить внимание это показательная функция)

7.

II. Найти , если

III. Найти , если

IV. Найти , если ;

|  |  |
| --- | --- |
| Известно, |  |

V. Исследовать и построить график функции

1. Функция определена всюду, т.е. область определения (-∞;+∞)

2. Функция общего вида

3. Вертикальные асимптоты. Так как нет особенностей в области определения, то функция вертикальных асимптот не имеет.

4. Асимптоты . Так как функция представляет собой многочлен, то ни наклонных, ни горизонтальных асимптот нет.

5. Интервалы монотонности и точки экстремумов.

а. Найдем производную:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| б. Найдем критические точки:  -  -  +  шШin  -3  +1 | ; | ; |
| ; | |
| ; | . |

в.

убывает на ;

возрастает на .

максимум;

мининум.

6. Интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба.

а. Найдем

б. Найдем критические точки 2-го рода:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ; | . |

+

-

-1

в.

вогнута на ;

выпукла на .

В точке имеется перегиб.

7. Точки пересечения с осью найти не можем (сложно)

.

Точка пересечения с осью :

.

-16

-3

1

16

11

Из графика видно, что функция 3 раза пересекает ось Х.

2) .

1. Функция определена всюду, кроме точки , так как знаменатель дроби не должен обращаться в нуль. Имеем область определения функции .

2. Функция общего вида.

3. Функция непрерывна на своей области определения. Исследуем функцию в точке .

Эти пределы различны и бесконечны, т.е. в точке функция имеет разрыв второго рода.

4. Так как функция имеет в точке бесконечный разрыв, то прямая будет для графика этой функции вертикальной асимптотой. Наклонная асимптота имеет уравнение , коэффициенты которого определяются по формулам:

График имеет асимптоту .

5. Найдем производную функции:

Найдем критические точки. Производная не существует при . Выясним, при каких значениях производная равна нулю. Решим уравнение . Вычисляя дискриминант, получаем , поэтому корней у этого уравнения нет.

+

2

+

Производная всюду положительна, экстремумов у графика функции нет, функция возрастает на интервалах .

1. Найдем вторую производную функции:

Вторая производная нигде не обращается в нуль, поэтому функция не имеет точек перегиба.

+

-

2

При выполнено неравенство , поэтому на интервале график функции является вогнутым. При выполняется неравенство , поэтому на интервале график функции является выпуклым.

7. Найдем точки пересечения графика функции с осями координат. Имеем , поэтому с осью функция пересекается в точке . Далее,

*,* поэтому с осью функция пересекается в точках .

2

3

-1

-2

1

3

VI. на .

1. Найдем

1. Найдем критические точки

не существует , но в этой точке не существует сама

функция, поэтому ее рассматривать не нужно.

3. Посмотрим, все ли критические точки лежат в рассматриваемом интервале:

значит она нам нужна.

4. Найдем значение в оставшейся критической точке и на концах интервала

5. Из получившихся значений выбираем самое большое и самое маленькое

– наибольшее значение ;

– наименьшее значение .

VII.

1. Найдем точки пересечения с осью

2. Так как уравнение касательной в точке имеет вид:

,

то вычислим ;

;

.

Имеем две касательные с уравнениям

*;*

.

**КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №3**

1. **Найти производную**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Вариант 1** | **Вариант 2** | **Вариант 3** |
| ; | ; | ; |
| ; | ; | ; |
| ; | ; | ; |
| ; | ; | ; |
| ; | ; | ; |
| ; | ; | ; |
| . | . | . |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Вариант 4** | **Вариант 5** | **Вариант 6** |
| ; | ; | ; |
| ; | ; | ; |
| ; | ; | ; |
| ; | ; |  |
| ; | ; | ; |
| ; |  | ; |
| . | . | . |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Вариант 7** | **Вариант 8** | | **Вариант 9** |
| ; | ; | | ; |
| ; | ; | | ; |
| ; | ; | | ; |
| ; | ; | | ; |
| ; | ; | | ; |
| ; | ; | | ; |
| . | . | | . |
| **Вариант 10** | | **Вариант 11** | **Вариант 12** | |
| ; | | ; | ; | |
| ; | | ; | ; | |
| ; | | ; | ; | |
| ; | | ; | ; | |
| ; | | ; | ; | |
| ; | | ; | ; | |
| . | | . | . | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Вариант 13** | **Вариант 14** | **Вариант 15** |
| ; | ; | ; |
| ; | ; | ; |
| ; | ; | ; |
| ; | ; | ; |
| ; |  | ; |
| ; | ; | ; |
| . | . | . |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Вариант 16** | **Вариант 17** | **Вариант 18** |
| ; | ; | ; |
| ; | ; | ; |
| ; | ; | ; |
| ; | ; | ; |
| ; | ; | ; |
| ; | ; | ; |
| . | . | . |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Вариант 19** | **Вариант 20** | **Вариант 21** |
| *;* | ; | ; |
| ; | ; | ; |
| ; | ; | ; |
| ; | ; | ; |
| ; | ; | ; |
| ; | ; | ; |
|  | . | . |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Вариант 22** | **Вариант 23** | **Вариант 24** |
| ; | ; | ; |
| ; | ; | ; |
| ; | ; | ; |
| ; | ; | ; |
| ; | ; | ; |
| ; | ; | ; |
| . | . | . |

|  |
| --- |
| **Вариант 25** |
| ; | ; |
| ; | ; |
| ; | ; |
| . |
|  |

**II. Найти , если**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. | ; | 14. | ; |
| 2. | ; | 15. | ; |
| 3. | ; | 16. | ; |
| 4. | ; | 17. | ; |
| 5. | ; | 18. |  |
| 6. | ; | 19. | ; |
| 7. | ; | 20. | ; |
| 8. | ; | 21. | ; |
| 9. | ; | 22. | ; |
| 10. | ; | 23. | ; |
| 11. | ; | 24. | ; |
| 12. | ; | 25. | . |
| 13. | ; |  |  |

**III. Найти , если**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. | ; | 14. | ; |
| 2. | ; | 15. | ; |
| 3. | ; | 16. | ; |
| 4. | ; | 17. | ; |
| 5. | ; | 18. | ; |
| 6. | ; | 19. |  |
| 7. | ; | 20. | ; |
| 8. | ; | 21. | ; |
| 9. | ; | 22. | ; |
| 10. | ; | 23. | ; |
| 11. | ; | 24. | ; |
| 12. | ; | 25. | . |
| 13. | ; |  |  |

**IV. Найти , если**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1. |  | 10. |  | 19. |  |
| 2. |  | 11. |  | 20. |  |
| 3. |  | 12. |  | 21. |  |
| 4. |  | 13. |  | 22. |  |
| 5. |  | 14. |  | 23. |  |
| 6. |  | 15. |  | 24. |  |
| 7. |  | 16. |  | 25. |  |
| 8. |  | 17. |  |  |  |
| 9. |  | 18. |  |  |  |

**V. Провести полное исследование функции и построить ее график**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. | ;  . | 14. | ;  . |
| 2. | ;  . | 15. | ;  . |
| 3. | ;  . | 16. | ;  . |
| 4. | ;  . | 17. | ;  . |
| 5. | ;  . | 18. | ;  . |
| 6. | ;  . | 19. | ;  . |
| 7. | ;  . | 20. | ;  . |
| 8. | ;  . | 21. | ;  . |
| 9. | ;  . | 22. | ;  . |
| 10. | ;  . | 23. | ;  . |
| 11. | ;  . | 24. | ;  . |
| 12. | ;  . | 25. | ;  . |
| 13. | ;  . |  |  |

**VI. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. |  | 14. |  |
| 2. |  | 15. |  |
| 3. |  | 16. | ; [-4,2] |
| 4. |  | 17. |  |
| 5. |  | 18. |  |
| 6. |  | 19. |  |
| 7. |  | 20. |  |
| 8. |  | 21. |  |
| 9. |  | 22. |  |
| 10. |  | 23. | ; [1,5] |
| 11. |  | 24. |  |
| 12. |  | 25. |  |
| 13. |  |  |  |

**VII. Задания для всех вариантов**

1. Составить уравнение касательной к графику функции в точке его пересечения с осью абсцисс.

2. На графике функции найти точки, в которых касательные параллельны оси абсцисс.

3. Показать, что касательные, проведенные к графику функции в точках его пересечения с осями координат, параллельны.

4. Показать, что на графике функции нет точек, в которых касательные параллельны оси абсцисс.

5. В каких точках касательные к кривой параллельны прямой .

6. В каких точках касательная к графику функции образует с осью угол ?

7. Под каким углом к оси наклонена касательная, проведенная к кривой в точке ее пересечения с осью ?

8. Под каким углом к оси наклонена касательная , проведенная к кривой в точке ?

9. Известно, что прямая является касательной к линии, заданной уравнением . Найти координаты точки касания.

10. Составить уравнение касательной к графику функции в точке .

11. Составить уравнение касательных к кривым и , проходящих через точки пересечения этих кривых.

12. Найти угол, который образует с осью ординат касательная к кривой , проведенная в точке с абсциссой .

13. Составить уравнение касательных к кривой , проходящих через точку . Сделать чертеж.

14. Составить уравнение касательной к графику функции в точке .

15. Составить уравнение касательной к графику функции в точке .

16. В каких точках угловой коэффициент касательной к графику функции равен 3?

17. В каких точках касательная к графику функции образует с осью угол .

18. Показать, что касательные, проведенные к графику функции в точках ее пересечения с осями координат, параллельны между собой.

19. Провести касательную к графику функции так, чтобы она прошла через начало координат.

20. На линии найти точку, в которой касательная параллельна оси абсцисс.

21. Найти уравнение касательной к линии в начале координат.

22. В каких точках линии касательная к ней параллельна прямой ?

23. Составить уравнения касательных к линии в точках ее пересечения с осью абсцисс.

24. Составить уравнение касательной к линии , перпендикулярной к прямой .

25. Хорда параболы соединяет точки с абсциссами . Составить уравнение касательной к параболе, параллельной хорде.

**Литература**

1. Данко П.Е и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. - М.: «Айрис – пресс» ,2006. –Т.1.

1. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. – М.: «Айрис – пресс» ,2002.
2. Самохин А.В. и др. Сборник задач по высшей математике. Пределы, производные и графики функций. - М.: МГТУ ГА, 2003 .-Ч.2, № 536.